

Magie avec Zeckendorf

Plan

- **Edouard Zeckendorf**
- **Suite de Fibonacci**
- **Théorème de Zeckendorf**
- **Cartes de Zeckendorf**
- **Numération de Zeckendorf**
- **Webographie**

Edouard Zeckendorf

Liège 1901 - Liège 1983

Médecin militaire belge

Mathématicien

**Nombreux articles dans
le Bulletin de la société
royale des sciences de Liège**

Suite de Fibonacci

Nombres de Fibonacci :
entiers F_n
définis par récurrence

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ si } n \geq 2$$

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

						F_{50}				F_{100}
						12586269025				354224848179261915075

Théorème de Zeckendorf

Tout entier naturel peut s'exprimer de façon unique comme somme de nombres de Fibonacci F_n non consécutifs (avec $n \geq 2$).

Représentation de Zeckendorf - Exemple

$$\begin{array}{cccccc} F_3 & F_5 & F_9 & F_{15} & F_{18} & F_{20} \\ 2 & + & 5 & + & 34 & + & 610 & + & 2584 & + & 6765 & = & 10000 \end{array}$$

Cartes de Zeckendorf

1 4 6 9 12
14 17 19 22 25
27 30 33 35 38
40 43 46 48

2 7 10 15 20
23 28 31 36 41
44 49

3 4 11 12 16
17 24 25 32 33
37 38 45 46 50

5 6 7 18 19
20 26 27 28 39
40 41

8 9 10 11 12
29 30 31 32 33
42 43 44 45 46

13 14 15 16 17
18 19 20 47 48
49 50

21 22 23 24 25
26 27 28 29 30
31 32 33

34 35 36 37 38
39 40 41 42 43
44 45 46 47 48
49 50

Sur chaque carte figure en haut à gauche un nombre de Fibonacci F_n .

Ce nombre F_n intervient dans la représentation de Zeckendorf des autres nombres de la carte.

On peut remarquer que la somme

$$1 + 2 + \dots + 34 = 87$$

$F_2 \quad F_3 \quad \dots \quad F_9$

Cartes choisies

1	4	6	9	12
14	17	19	22	25
27	30	33	35	38
40	43	46	48	

3	4	11	12	16
17	24	25	32	33
37	38	45	46	50

8	9	10	11	12
29	30	31	32	33
42	43	44	45	46

21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33		

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ + 8 \\ + 21 \\ = 33 \end{array}$$

Cartes exclues

2 7 10 15 20
23 28 31 36 41
44 49

5 6 7 18 19
20 26 27 28 39
40 41

13 14 15 16 17
18 19 20 47 48
49 50

34 35 36 37 38
39 40 41 42 43
44 45 46 47 48
49 50

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 2 \\ - 5 \\ - 13 \\ - 34 \\ = 33 \end{array}$$

Numération de Zeckendorf

F_{11}	F_{10}	F_9	F_8	F_7	F_6	F_5	F_4	F_3	F_2	(1)
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	(2)
89		+ 34		+ 13		+ 5		+ 2		= 143

(1) Les nombres de Fibonacci sont rangés de droite à gauche dans l'ordre croissant.

(2) On indique par 1 la présence et par 0 l'absence du nombre de Fibonacci dans la représentation.

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
1	0	0	0	1	1	1	1	
128				+ 8	+ 4	+ 2	+ 1	= 143

Numération
binaire

- [Edouard Zeckendorf](#)

Wikipédia

- [Théorème de Zeckendorf](#)

Wikipédia

- [Numération de Zeckendorf](#)

Jeux et Maths (J-P Davalan) - Programme de calcul

- [Fibonacci magique](#)

Jeux et Maths (J-P Davalan) - PDF 10 cartes

- [Décomposition de Zeckendorf des nombres entiers](#)

Les sorciers de Salem - PDF 8 cartes

- Des systèmes exotiques pour écrire les nombres

J-P Delahaye - Pour la Science N° 568 du 5.02.2025