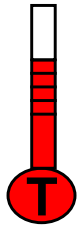


L'INTELLIGENCE D'UN DESSIN



optimum design



Hervé Stève

Kafemath à la Coulée Douce

17 décembre 2009

Introduction

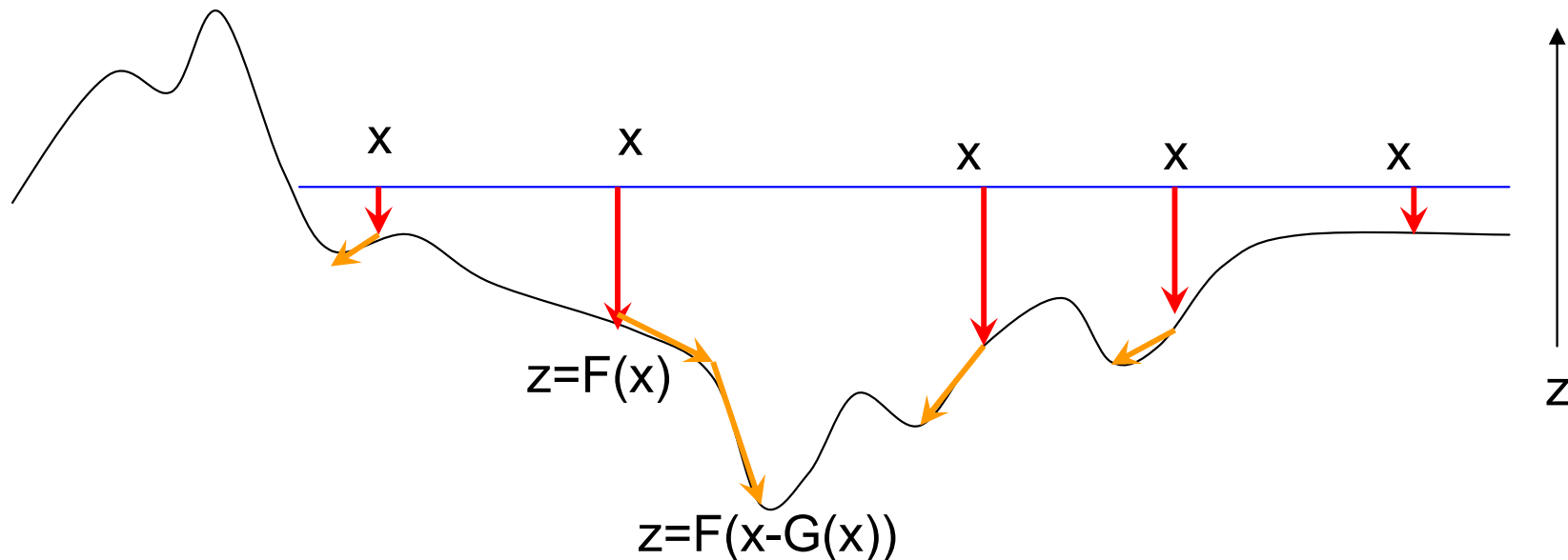
Problème du fond de la mer ? recherche du minimum global $\text{Min}(F(x))$

sondage : x aléatoire $\Rightarrow$ couteux, peu précis

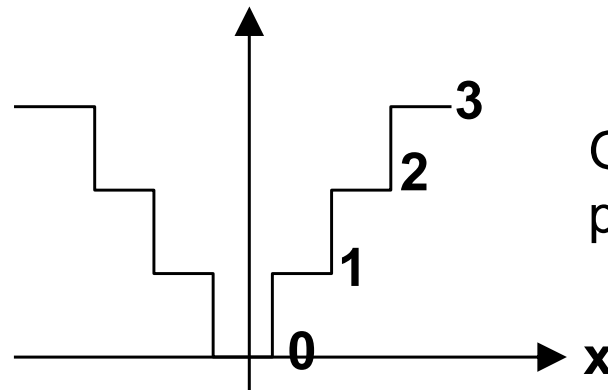
descente : $x-G(x)$ minima locaux = global si fond convexe $G(x_{\min})=0$

$\Rightarrow$ problème si F complexe, G doit exister et peut être couteux

autres méthodes ?



exemple) $F(x)=\text{Ent}(|x|)$



G gradient non défini
plusieurs minima locaux

Optimisation

Problème/programme :

Min $F(X)$ avec X dans A (contraintes)

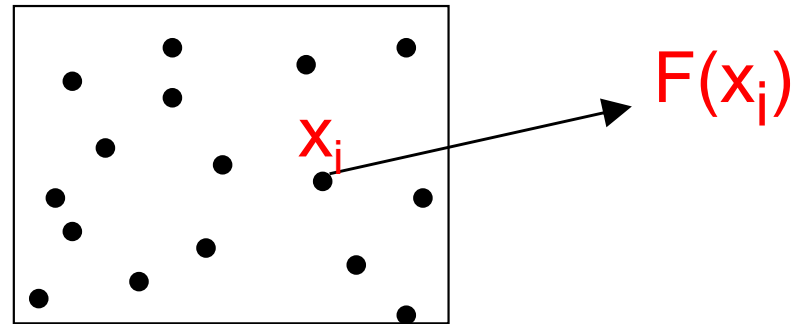
- Programmation linéaire (F et A linéaires)
- Programmation quadratique (F quadratique)
- Programmation non linéaire (cas général)
- Programmation stochastique (aléatoire)
- Programmation dynamique : sous-solutions optimales (trouver des plans de décollage optimaux pour les avions)

Utilisations

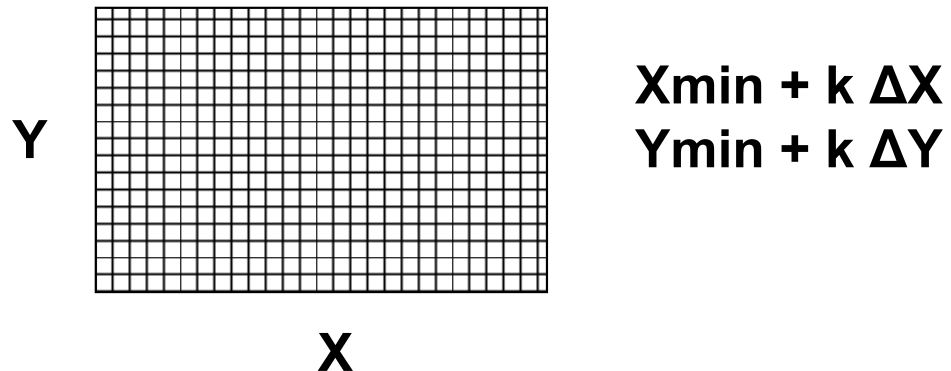
- Dynamique des corps rigides (articulés)
- Pbm de conception : optimisation de forme, optimisation multidisciplinaire (aérospatial)
- Recherche opérationnelle
- Microéconomie : rationalité, comportements, profits (entreprise) et utilité (consommateurs)
- Mécanique :
 - Optimisation de taille, de paramètres, ...
 - Optimisation de forme (même topologie)
 - Optimisation topologique (avec des trous)

Sondage / "Carpet Bombing"

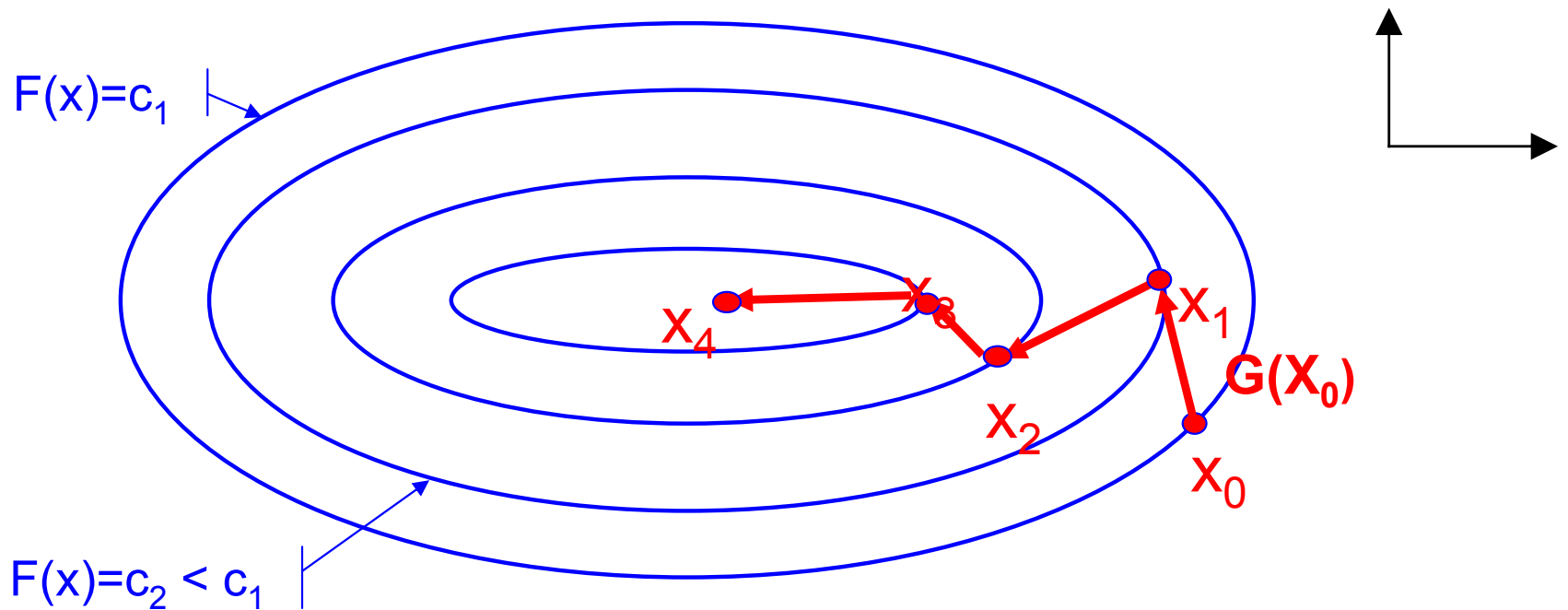
- Tirage aléatoire



- Grille régulière



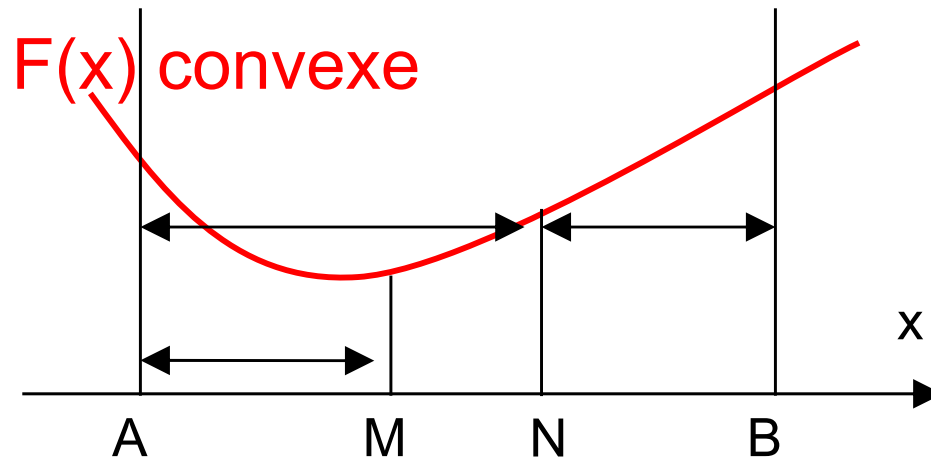
Descente de gradient



- $G(x) = \rho \text{ Grad}(x)$, ρ constant, optimal
- Préconditionnement : $G(x)=P(x)\text{Grad}(x)$
Newton : $P(x)= \rho \text{ Grad}^{-1}(\text{Grad}(x))$
- Gradient conjugué, GMRES, QMR, ...

Section dorée

Cas 1 paramètre : découpage 3 intervalles



$$\rho = \frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AN} = \frac{1-\rho}{\rho}$$

$$\text{soit } \rho^2 + \rho - 1 = 0$$

$$\text{avec } 0,5 < \rho < 1$$

On trouve $\rho = (\sqrt{5}-1)/2 \Rightarrow$ **section dorée**

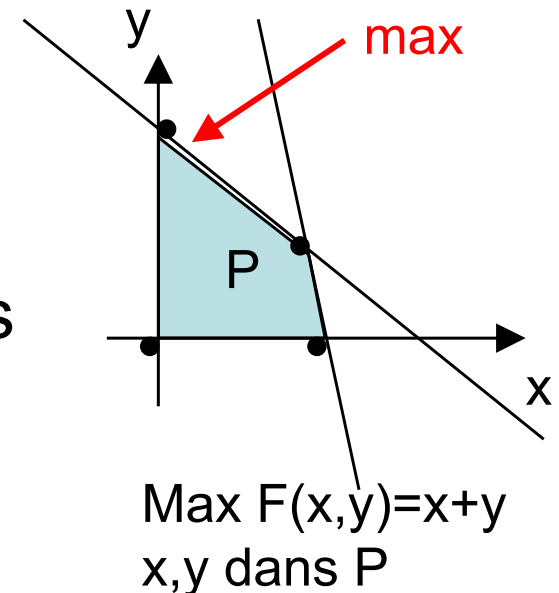
Nombre d'or $\varphi = 1 + \rho \sim 1,6180$

Soit le découpage optimal pour éliminer l'intervalle NB ou AM
Avec une réduction de $1-\rho \sim 0,382$. A devient M ou B devient N
On recommence plusieurs fois ...

L'optimum sera le milieu de MN

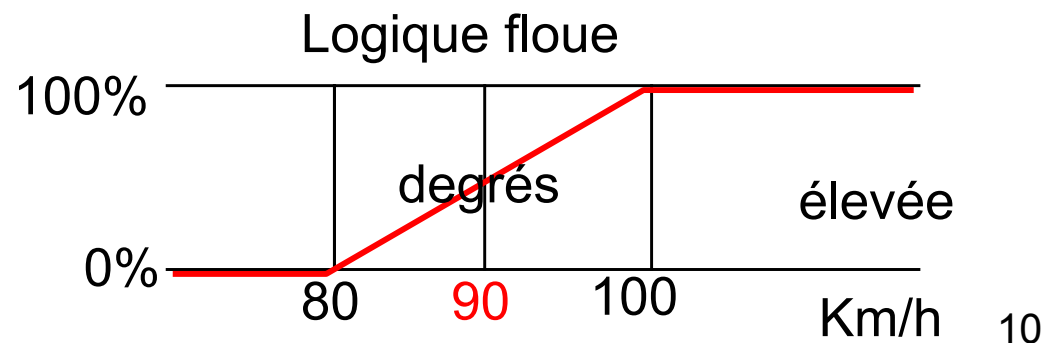
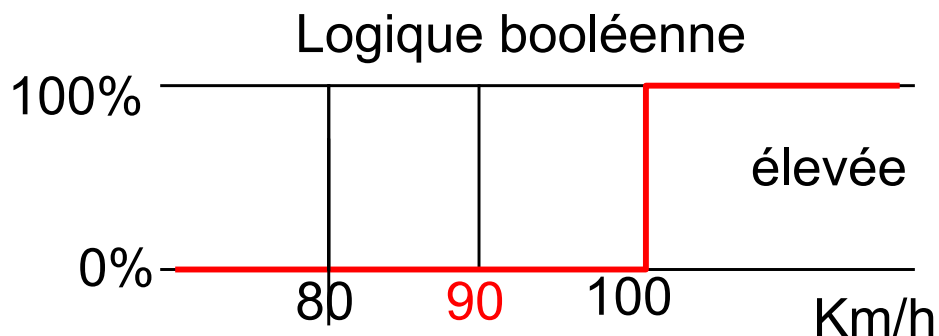
Algorithme du simplexe

- G. Dantzig (1960)
- Programmation linéaire : "maximiser une forme linéaire F sur un sous ensemble de $\mathbf{R}^n$ défini par des inéquations linéaires" (Algèbre)
- Pour un polyèdre convexe borné P le maximum de F sur P est atteint en un sommet
- Applications :
 - planification économique
 - Transport, stockage de marchandises
 - Répartition de l'activité d'une usine
 - Mécanique des matériaux, ...



Logique floue

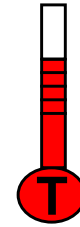
- Applications : automatisme (freins ABS), robotique (reconnaissance de forme), circulation routière (feux rouges), contrôle aérien, environnement, médecine, assurance ...
- Théorie math. des ensembles flous (Zadeh 1970?)
- Autres états que vrai ou faux (booléen)
- "Floue"=imprécision différent de probabiliste
Quand je dis "j'ai autour de 30 ans"
quelle est la probabilité d'avoir 30 ans ?
- Ex) vitesse élevée d'un véhicule



Méthodes méta heuristiques

- Optimisation difficile (*meta*=au-delà) pour trouver (*heuriskein*) un bon minimum local
- Optimisation non linéaire
- Algorithmes stochastiques itératifs :
 - simple recherche locale,
 - recherche globale complexe
 - Méthodes hybrides : plusieurs heuristiques
- Recuit simulé, algo. génétique, essaim de particules, colonie de fourmis, ...

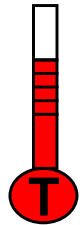
Recuit Simulé



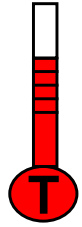
- "Simulated Annealing"
- Origine : "Minimiser l'énergie d'un matériau par des cycles de refroidissement et de réchauffage" (recuit métallurgique)
- Optimisation : mise au point en 1983 (IBM) et V. Cerny (1985)
- Statistique de Boltzmann (thermodynamique)

Recuit Simulé (suite)

- Processus :
 - Evolution d'un système thermodynamique
 - Minimisation d'une énergie E du système
 - Paramètre fictif : température T du système
 - Compromis entre l'amélioration d'une solution donnée en baissant l'énergie (solution locale optimale) et une dégradation pour mieux explorer l'espace des solutions



Recuit Simulé (suite)



- Etude théorique : convergence vers un optimum global sous certaines conditions
- Inconvénients : choix empiriques des paramètres (T_0 , loi de décroissance, critère d'arrêts, longueur des paliers) $\Rightarrow$ convergence non maîtrisée, lente
- Applications :
 - Conception de circuit électronique (R,L,C)
 - Organisation de réseaux informatiques

Algorithme génétique

- Famille des algorithmes évolutionnistes
- Idée : sélection naturelle (Darwin, XIXème) pour une population de solutions
- Origines : John Holland & co + Université du Michigan (1960 $\Rightarrow$ 1975) : **enjambements** + mutations en combinant les gènes

Algorithme génétique (suite)



- Analogie avec la biologie :
 - *Vivant* : cellules, noyaux, chromosomes (chaînes ADN)
 - *Gènes* = éléments des chromosomes qui codent les fonctionnalités de l'organisme (couleurs des yeux, ...)
 - *Locus* = position d'un gène
 - *Génotype* = ensemble des gènes d'un individu
 - *Génome* = ensemble du patrimoine génétique d'une espèce
 - *Allèles* = différentes versions d'un même gène
 - Algorithme génétique basé sur la *théorie de l'évolution*, on conserve les gènes les plus adaptés aux besoins de l'espèce

Algorithme génétique (suite)



- Codage des gènes :

Population de base : chaînes de caractères = chromosomes

- Codage binaire : le plus utilisé et étudié ex) 010001101

Holland (1975) montre qu'il est le plus efficace pour les possibilités d'enjambement (meilleur brassage)

Inconvénient : codage peu naturel pour certains problèmes

- Caractères multiples

- Codage sous forme d'arbre (études récentes) :

Algorithme génétique (suite)



- Opérations de brassage de gène
 - Sélections : naturelle "en aveugle" ou artificielle
 - Enjambements ("crossing over") : échanges de gènes avec une probabilité entre 0 et 1
 - Simples : échanges en un seul point
 - Multiples : plusieurs points de croisements
 - Mutations : aléatoires par substitution de gènes (taux de mutation entre 0,001 et 0,01). Sortir d'une solution locale

Algorithme génétique (suite)

- Sélections : notation des individus (N) 
- Par rang : meilleurs scores, pas de hasard **élitisme**
- Par probabilité : roulette ou roue de la fortune biaisée par rapport au niveau d'adaptation **hasard**
- Par tournoi : choix sur des paires d'individus **champion**
- Uniforme : probabilité = $1/N$ **égalité des chances**

Algorithme génétique (suite)



- Paramètres/conditions d'utilisation :
 - Taille de la population : importante pour obtenir une solution optimale
 - Pas d'algorithme déterministe adapté et raisonnable
 - Recherche d'une solution relativement bonne rapidement
- Applications :
 - Recherche : voyageur du commerce (concours web)
 - Industrie : aérodynamique, structure, robotique (NASA, robot Aibo de Sony pour apprendre à marcher)
 - Informatique décisionnelle, ...

Essaim de particules (PSO)

- "Particle Swarm Optimization" R. Eberhard & J. Kennedy (1995)



- Origine : modèle de déplacement d'un groupe d'oiseau (1980), socio-psychologie
- Idée de base : collaboration des individus
Un groupe d'individus peu intelligents peut posséder une organisation globale complexe

Essaim de particules (suite)

Principe : comportement des abeilles



On définit une taille de population de particules qui vont explorer l'espace de recherche.

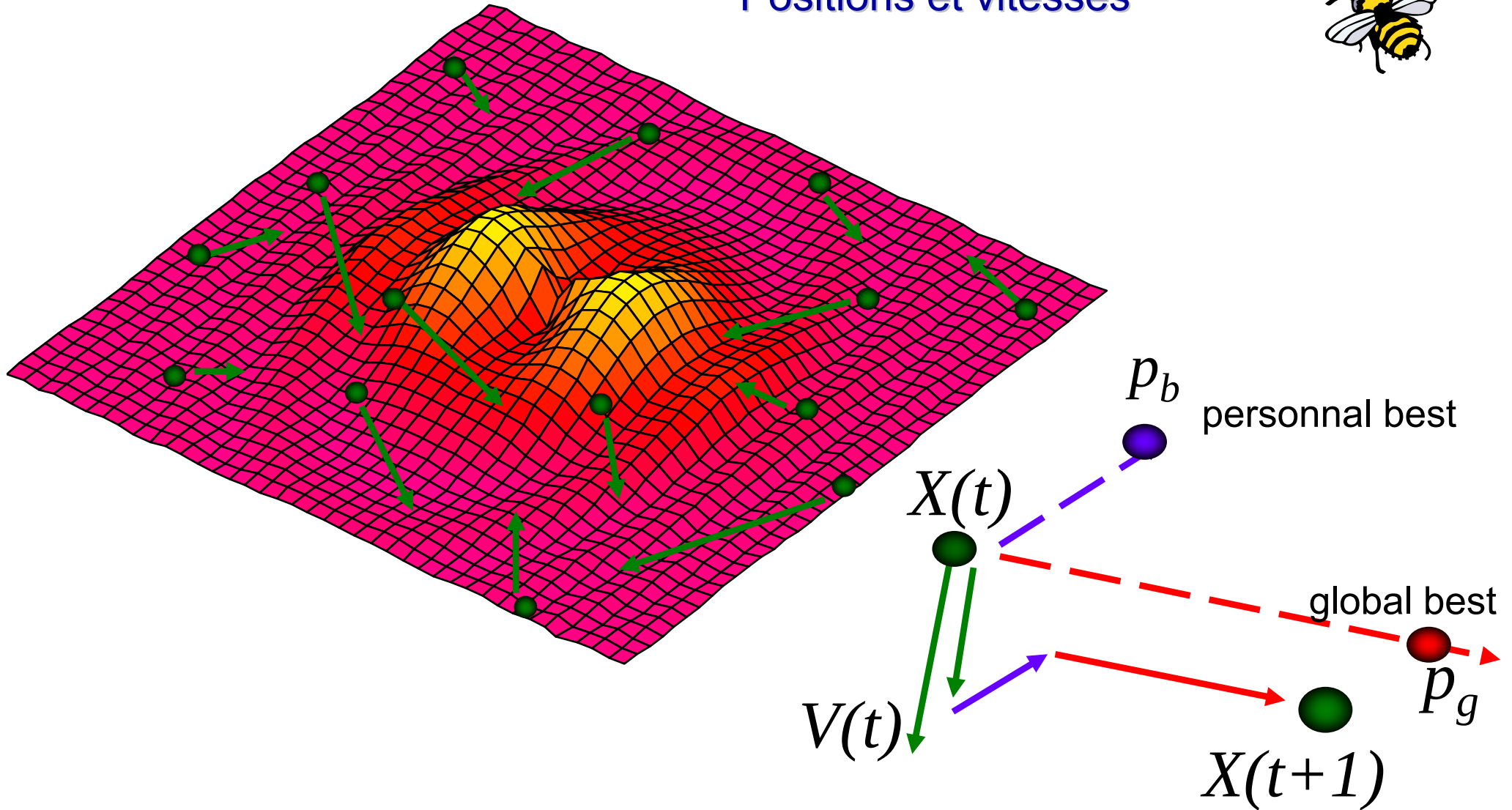
Chaque particule a une position (qui correspond à une solution potentielle au problème), une vitesse et une mémoire.

A chaque mise à jour de la population, chaque particule est attirée à la fois par la meilleure solution qu'elle a rencontrée dans le passé (appelée "personal best") et par la meilleure solution trouvée par l'ensemble de la population (appelée "global best").

Cette attirance a une influence sur son vecteur vitesse et la fait se diriger vers une forme de compromis entre ces deux positions

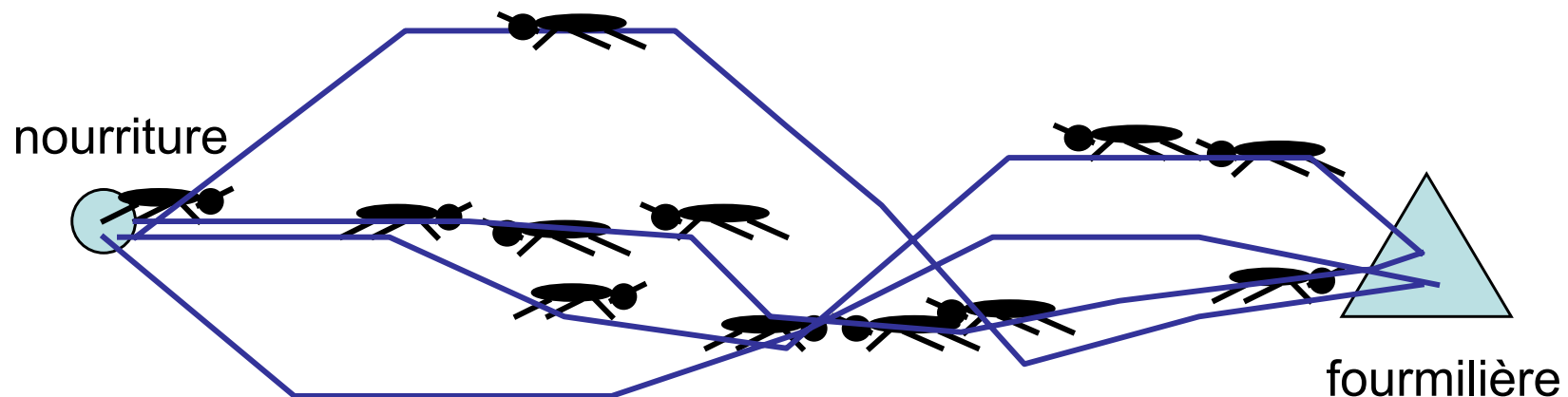
Essaim de particules (suite)

Positions et vitesses



Colonie de fourmis (ACO)

- "Ant Colony Optimization", M. Dorigo (PhD, 1992)
- Idée : trouver les meilleurs chemins d'un graphe en accumulant des points, phéromones pour les fourmis qui s'évaporent au cours du temps
- Avantage : un graphe qui change dynamiquement (transport urbain, réseaux)



Références

- C. Darwin : *The origin of species* (1859)
- J.H Holland : *Adaptation In Natural And Artificial Systems*, University of Michigan Press (1975)
- D. Golberg : *Algorithmes génétiques*, Addison-Wesley France (1994)
- J. Kennedy & R. Eberhart : *Particle Swarm Optimization*, Proc. IEEE ICNN (1995)

Multicritère, front de Pareto

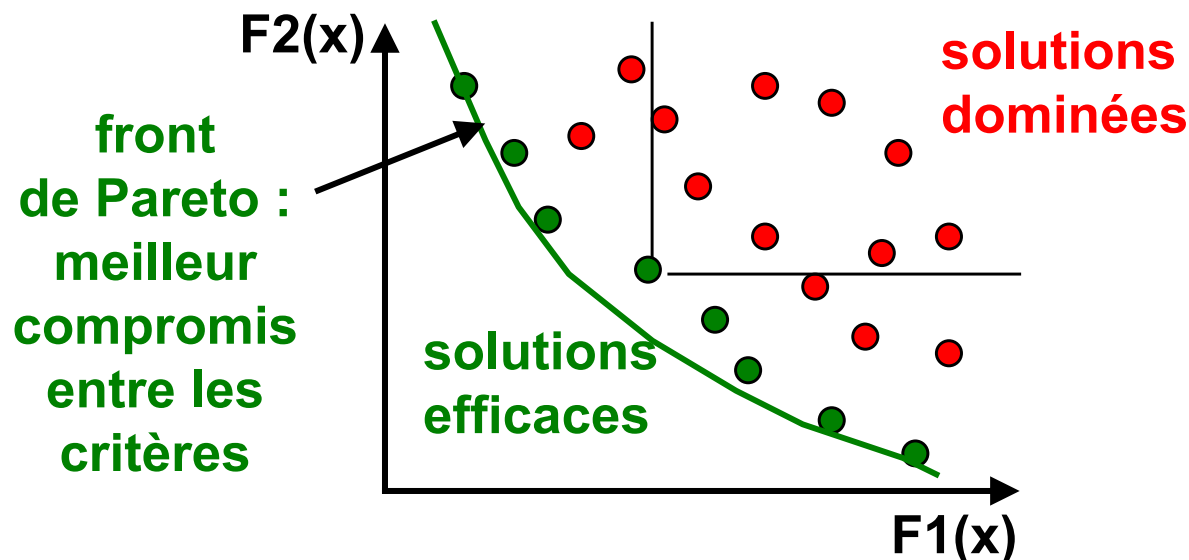
Optimisation multi objectifs

$$\text{Min } \{ F1(x) , F2(x) , \dots F_n(x) \}$$

Problème mal défini $\Rightarrow$ dominance, efficacité

Dominance : $x \geq x'$ si $\forall k, F_k(x) \geq F_k(x')$

Efficacité : une solution efficace ou Pareto-optimale est une solution non dominée par aucune autre solution



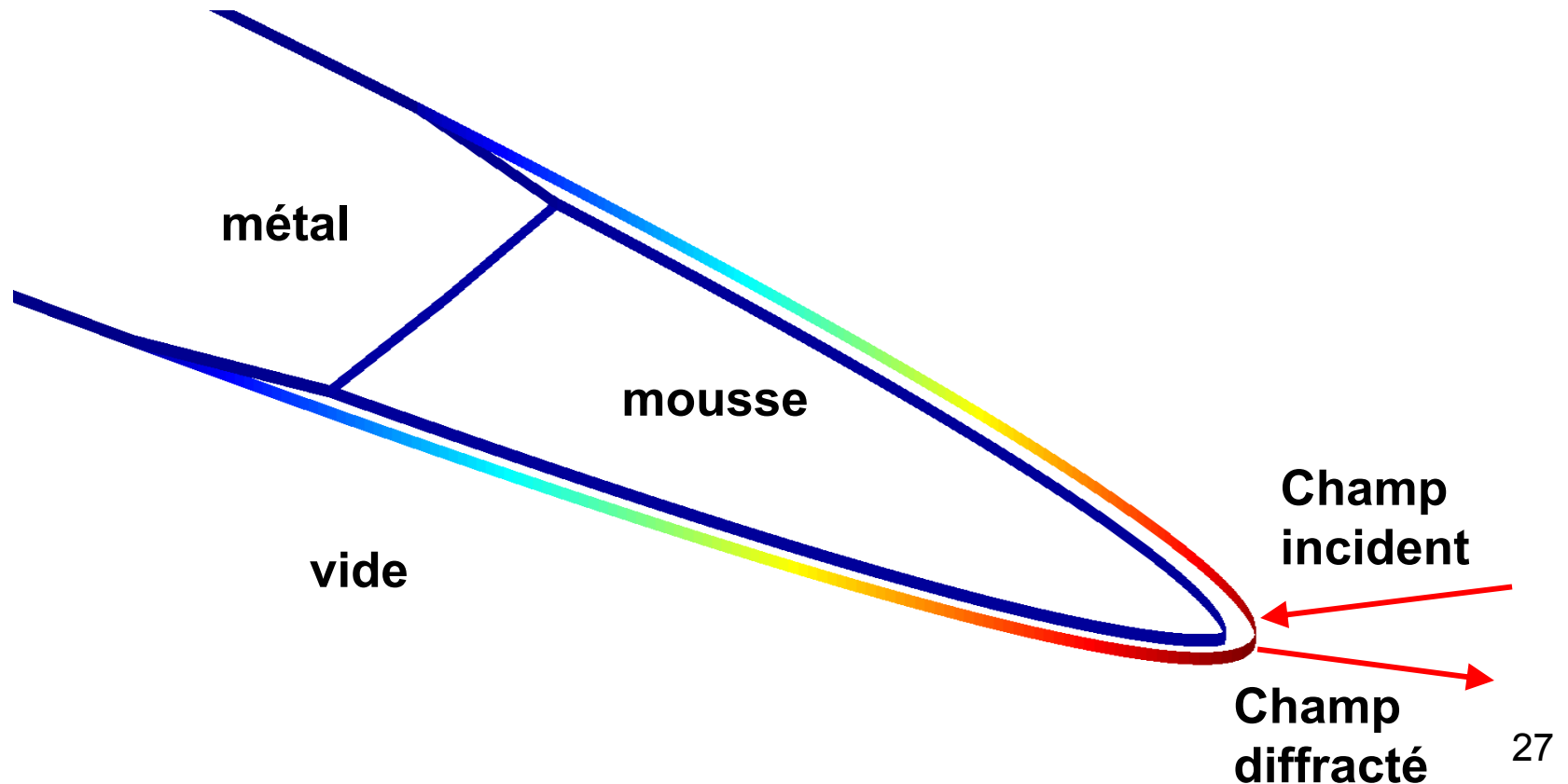
Exemple) caisse automobile :
atteindre un objectif de masse
sous contraintes de prestations
crash, vibratoire, endurance,
acoustique, ...

Application en électromagnétisme

Recherche d'un matériau absorbant

Optimisation de forme

Bord d'attaque d'un profil d'aile d'avion



Quelques avions ...



performances

fabrication

structure

acoustique

aérodynamique

discrétion radar



moteurs

antennes

champs forts