

# Magie avec Zeckendorf

# Plan

- **Edouard Zeckendorf**
- **Suite de Fibonacci**
- **Théorème de Zeckendorf**
- **Cartes de Zeckendorf**
- **Numération de Zeckendorf**
- **Webographie**

# Edouard Zeckendorf

Liège 1901 - Liège 1983

Médecin militaire belge

Mathématicien

Nombreux articles dans  
le Bulletin de la société  
royale des sciences de Liège



# Suite de Fibonacci

Nombres de Fibonacci :  
entiers  $F_n$   
définis par récurrence

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ si } n \geq 2$$

$F_0$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$	$F_8$	$F_9$	$F_{10}$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

						$F_{50}$				$F_{100}$
						12586269025				354224848179261915075

# Théorème de Zeckendorf

Tout entier naturel peut s'exprimer de façon unique comme somme de nombres de Fibonacci  $F_n$  non consécutifs (avec  $n \geq 2$ ).

## Représentation de Zeckendorf - Exemple

$$\begin{array}{cccccc} F_3 & F_5 & F_9 & F_{15} & F_{18} & F_{20} \\ 2 & + & 5 & + & 34 & + & 610 & + & 2584 & + & 6765 & = & 10000 \end{array}$$

# Cartes de Zeckendorf

**1** 4 6 9 12  
14 17 19 22 25  
27 30 33 35 38  
40 43 46 48

**2** 7 10 15 20  
23 28 31 36 41  
44 49

**3** 4 11 12 16  
17 24 25 32 33  
37 38 45 46 50

**5** 6 7 18 19  
20 26 27 28 39  
40 41

**8** 9 10 11 12  
29 30 31 32 33  
42 43 44 45 46

**13** 14 15 16 17  
18 19 20 47 48  
49 50

**21** 22 23 24 25  
26 27 28 29 30  
31 32 33

**34** 35 36 37 38  
39 40 41 42 43  
44 45 46 47 48  
49 50

Sur chaque carte figure en haut à gauche un nombre de Fibonacci  $F_n$ .

Ce nombre  $F_n$  intervient dans la représentation de Zeckendorf des autres nombres de la carte.

On peut remarquer que la somme

$$1 + 2 + \dots + 34 = 87$$
$$F_2 \quad F_3 \quad \dots \quad F_9$$

## Cartes choisies

<b>1</b>	4	6	9	12
14	17	19	22	25
27	30	<b>33</b>	35	38
40	43	46	48	

<b>3</b>	4	11	12	16
17	24	25	32	<b>33</b>
37	38	45	46	50

<b>8</b>	9	10	11	12
29	30	31	32	<b>33</b>
42	43	44	45	46

<b>21</b>	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	<b>33</b>		

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ + 8 \\ + 21 \\ = 33 \end{array}$$

## Cartes exclues

**2** 7 10 15 20  
23 28 31 36 41  
44 49

**5** 6 7 18 19  
20 26 27 28 39  
40 41

**13** 14 15 16 17  
18 19 20 47 48  
49 50

**34** 35 36 37 38  
39 40 41 42 43  
44 45 46 47 48  
49 50

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 2 \\ - 5 \\ - 13 \\ - 34 \\ = 33 \end{array}$$



# Numération de Zeckendorf

$F_{11}$	$F_{10}$	$F_9$	$F_8$	$F_7$	$F_6$	$F_5$	$F_4$	$F_3$	$F_2$	(1)
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	(2)
89		+ 34		+ 13		+ 5		+ 2		= 143

(1) Les nombres de Fibonacci sont rangés de droite à gauche dans l'ordre croissant.

(2) On indique par 1 la présence et par 0 l'absence du nombre de Fibonacci dans la représentation.

$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
1	0	0	0	1	1	1	1	
128				+ 8	+ 4	+ 2	+ 1	= 143

Numération  
binaire



- [Edouard Zeckendorf](#)

Wikipédia

- [Théorème de Zeckendorf](#)

Wikipédia

- [Numération de Zeckendorf](#)

Jeux et Maths (J-P Davalan) - Programme de calcul

- [Fibonacci magique](#)

Jeux et Maths (J-P Davalan) - PDF 10 cartes

- [Décomposition de Zeckendorf des nombres entiers](#)

Les sorciers de Salem - PDF 8 cartes

- Des systèmes exotiques pour écrire les nombres

J-P Delahaye - Pour la Science N° 568 du 5.02.2025