

Le classement Elo

Un classement basé sur les probabilités de gains entre les joueurs.
Les probabilités de gain étant estimées à partir des parties passées

Exemple.

Si A a 1 chance /3 de gagner contre B (probabilité de gain : $1/3$)

Et B a 1 chance / 3 de gagner contre C

Quelle est la probabilité que A gagne contre C ?

Le classement Elo

Un classement basé sur les probabilités de gains entre les joueurs.

Exemple.

Si A a 1 chance /3 de gagner contre B . $P(A \text{ bat } B) = 1/3$

Et B a 1 chance /3 de gagner contre C

Quelle est la probabilité que A gagne contre C ?

Réponse :

On définit la « force » : le **rapport des probabilités de gagner**.

$$F = p / (1-p)$$

$$F(A/B) = 1/3 / (2/3) = 1/2$$

A est « 2 fois moins fort » que B.

B est « 2 fois moins fort » que C

Postulat : la « **force** » est **multiplicative**

Donc A est « 4 fois moins fort » que C.

Avec :

$$F(A / C) = 1/4$$

La probabilité que A gagne contre C est :

$$\text{Si : } p / (1-p) = 1/4 \quad \text{alors} \quad p = 1/5$$

Le classement Elo

On a donc : $F(A/C) = F(A/B) * F(B/C)$

On cherche une fonction D (« Différence ») telle que la valeur entre A et C soit la somme des différences de points entre A et B d'une part et entre B et C d'autre part.

Solution : le logarithme de la force

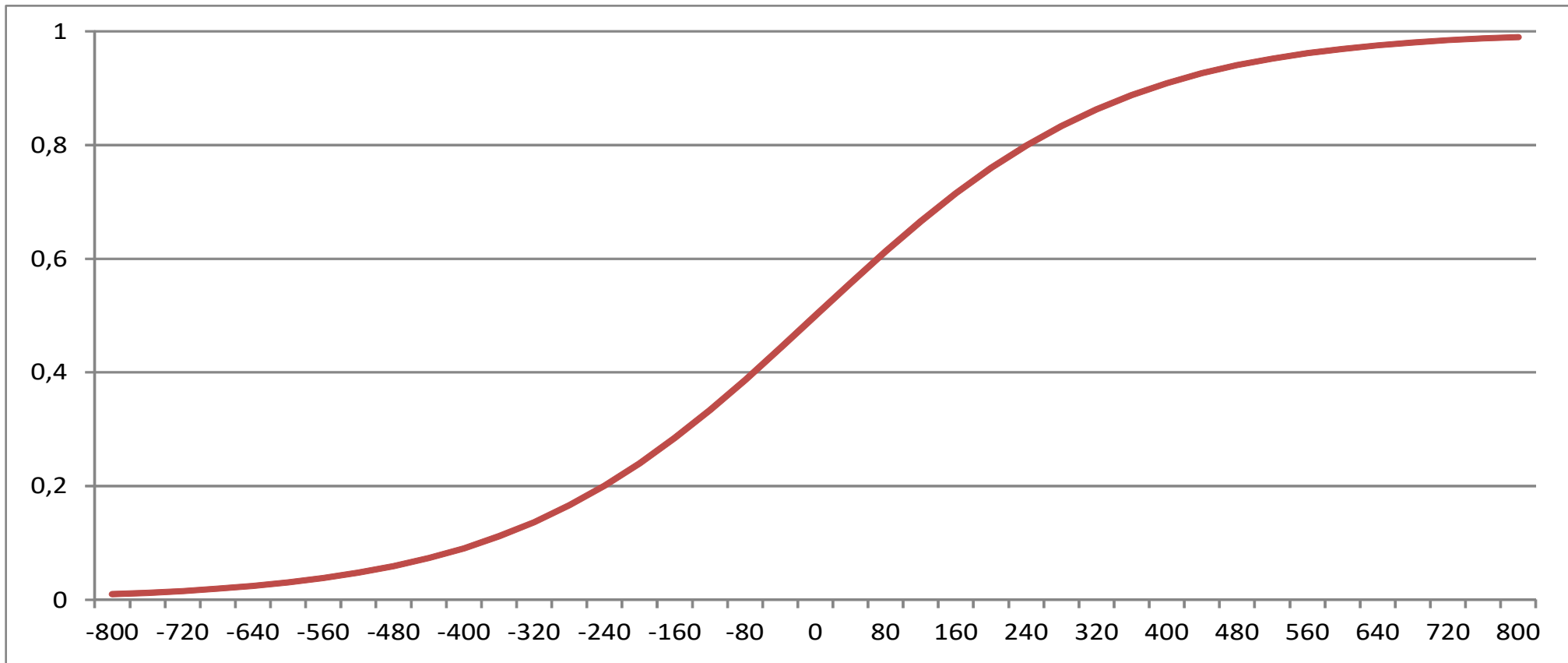
$$D(x) = \text{Ln} (\text{Force}(x))$$

On a bien : $D(A/C) = D(A/B) + D(B/C)$

Aux échecs, la fonction est $D(x) = 400 * \text{Log} (\text{Force}(x))$

Réciproque : $p = \frac{1}{1 + 10^{(-D/400)}}$

Les probabilités de gain en fonction de l'écart de classement



100 points Elo d'écart = probabilité de gagner de 64%

D'après le modèle, si je suis un joueur de club niveau moyen (1500 Elo), la probabilité que je batte Magnus Carlsen (2800 Elo) est : 0,06% (= 1/ 1800)



Comment ça marche

Le système fonctionne par différence de niveau entre les joueurs, il n'y a pas de niveau 0. Par convention, le système commence à 1000 « débutant ». Sur certains sites de jeux en ligne, le classement de référence est 1500 ou 1600.

Le classement Elo est révisé à chaque partie (ou chaque tournoi)

Nouveau Elo = Ancien Elo + $k * (W - p(D))$

k = coefficient de développement. En général $k = 20$

$P(D)$ probabilité de victoire, en fonction de la différence de classement Elo

W : résultat de la partie :

- 1 victoire
- 0 défaite
- 0,5 match nul.

Contre un joueur de même classement, $P=0,5$. Donc : +10 en cas de victoire, -10 en cas de défaite, et score inchangé en cas de partie nulle

Contre Magnus Carlsen : +19,99 en cas de victoire, -0,01 en cas de défaite.

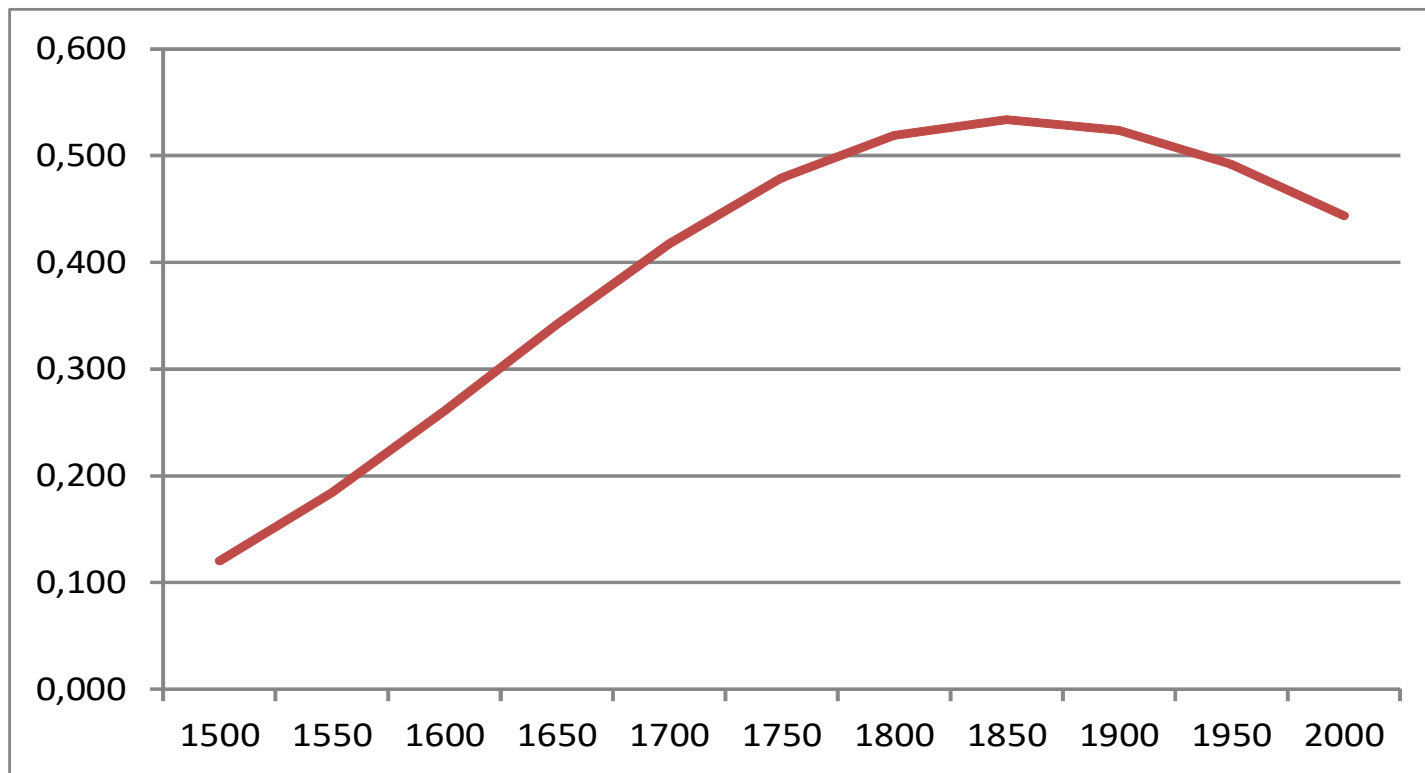
Un autre système

- Sur le serveur de go kgs, le **maximum de vraisemblance**

Exemple : vous avez gagné 3 fois contre des joueurs classés 1500, puis perdu contre un classé 2000, quel est votre classement probable ?

On cherche x tel qui maximise :

$$P(x-1500)^3 * P(2000-x) = \left(\frac{1}{1 + 10^{\frac{-(x-1500)}{400}}} \right)^3 * \frac{1}{1 + 10^{\frac{-(2000-x)}{400}}}$$



Solution : $x = 1850$