

# Encourage

$$\pi = \frac{\text{CIRCONFÉRENCE}}{\text{DIAMÈTRE}}$$

Connais-toi toi même

ET

TU CONNAÎTRAS L'UNIVERS ET LES DIEUX

# Paradoxe

Une ficelle d'environ 40 000 km est posée sur le cercle équatorial. On la rallonge d'un mètre. On obtient un nouveau cercle.

Question : une souris peut-elle se glisser entre l'équateur et le nouveau cercle ?

	Cercle équatorial	Cercle agrandi
Diamètre	12 732, 39545 km	12 732,39577km
Rayon	6366,197724 km	6366,197883 km
Circonférence	40 000 km	40 000,001 km

Différence des rayons :  $(6366,197883 - 6366,197724) \text{ km} = 15,9 \text{ cm}$

Même une grosse souris passe.

L'irrationnalité de  $\pi$  a été prouvée en 1761 par le mathématicien suisse Lambert, grâce aux fractions continues. De façon assez laborieuse...

**« La simplicité est la complexité  
résolue » Brancusi**

1.  $a$  et  $b$  désignent deux entiers naturels. Démontrer que le polynôme  $p_n(x) = \frac{1}{n}x^n(bx - a)^n$  et ses dérivées successives prennent des valeurs entières aux points  $0$  et  $\frac{a}{b}$ .

2. Démontrer que  $I_n = \int_0^\pi p_n(x) \cdot \sin x \, dx$  a pour limite  $0$  lorsque  $n$  tend vers l'infini.

3. Démontrer que si  $\pi$  est rationnel, alors  $I_n$  est entier. Conclure.

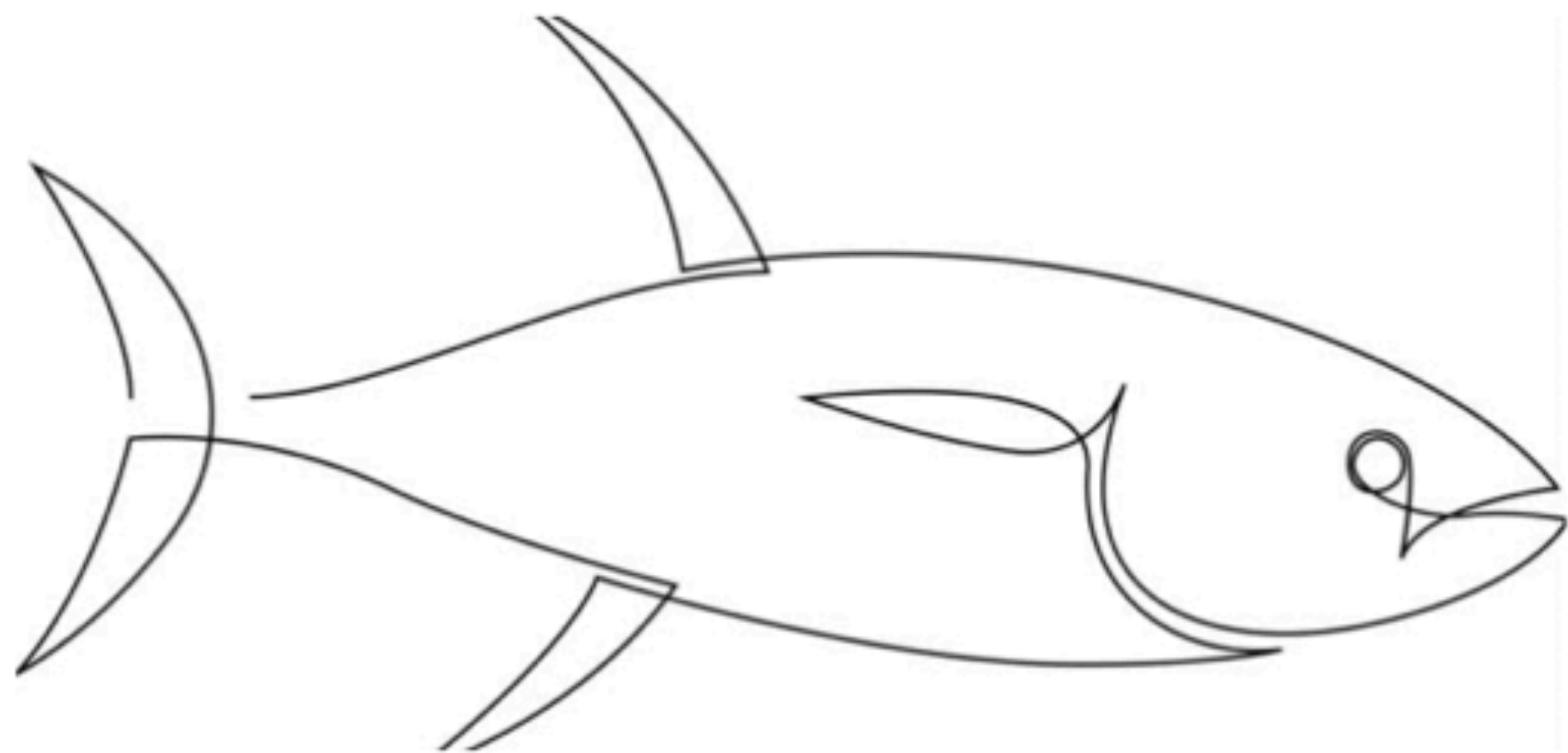
*exercice proposé dans le cours de mathématiques spéciales Ramis and co.*



**Netogrammes**

 d'Gauss

π



ππ'

