

Moi, Gerbert, pape de l'an mil, créateur d'un abaque

Édouard Thomas

- Mathématicien
et journaliste scientifique
- Secrétaire de Kafemath
- Membre de l'association
Ad Astra (danses médiévales)

Jeudi 11 mai 2023



Aire Ona

1 rue du docteur Goujon
75012 Paris



Artefact

Sommaire

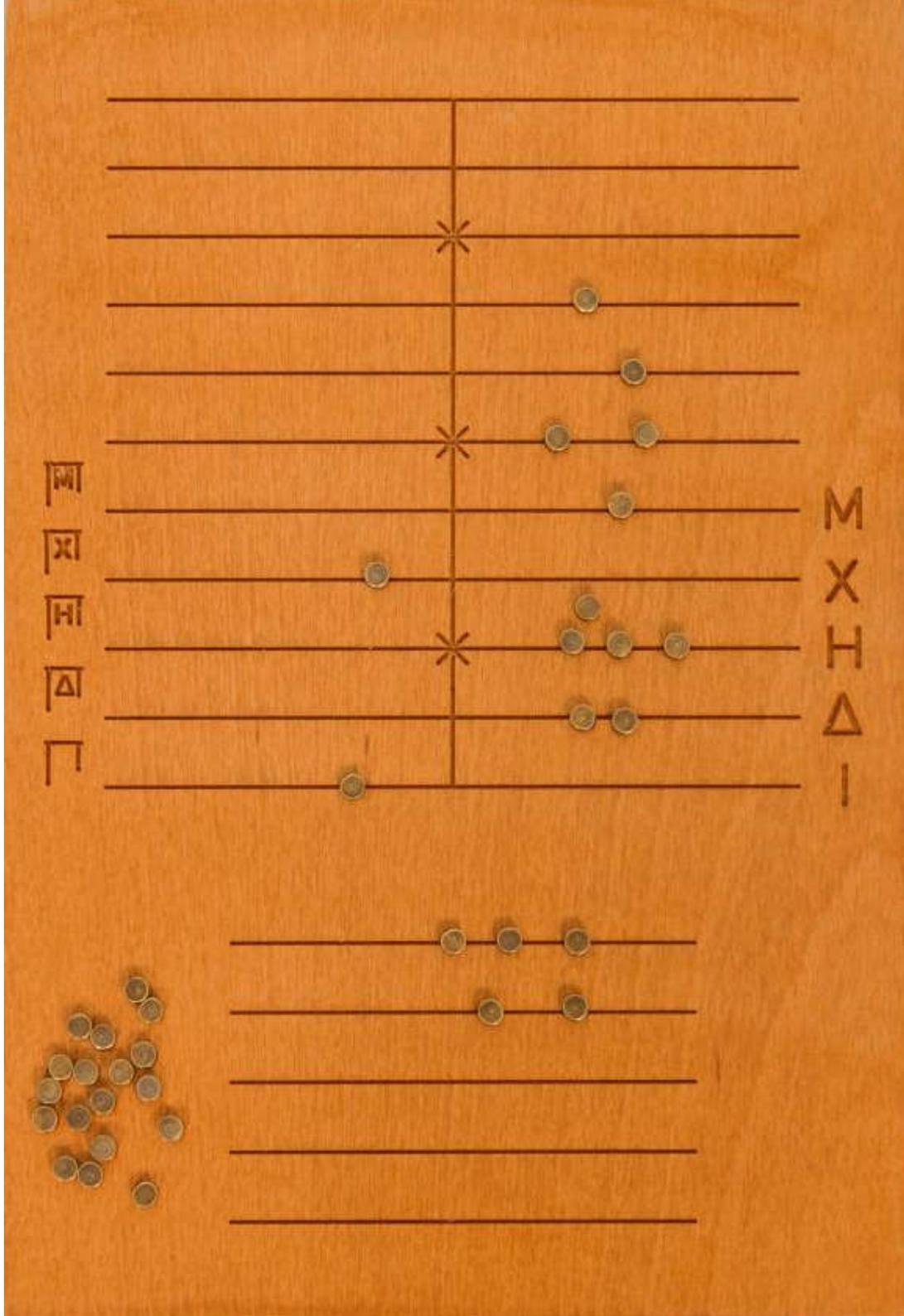
- Les premiers calculs sur abaque en Occident
- Le royaume de France au X^e siècle
- Qui es-tu, Gerbert ?
- Une carrière mouvementée
- Un abaque révolutionnaire

Toutes les photographies d'Aurillac, de Barcelone, de Ripoll et de Vic : © Édouard Thomas, 2022

Les premiers calculs sur abaque en Occident

Vers l'abaque romain

- –500 : premiers abaques
- –200 : abaque à jetons neutres, abaque à poussière (Grecs, Perses)
- –100 : abaque à cire (Romains)



Abaque grec

Vers -350

Notation numérale
acrophonique

Le haut Moyen Âge

- Du V^e au X^e siècle
- 410 : chute de Rome (Vandales, Wisigoths)
- Les souverains barbares gouvernent sans la suzeraineté romaine

Le traité de Verdun (843)

- Charles Martel (vers 688 – 741) :
père de Pépin III (« le Bref », 714–768),
premier roi carolingien (751),
grand-père de Charlemagne (? – 814)
- 843 : partage de l'empire entre les petits-fils
de Charlemagne :
Pépin (797–838),
Lothaire (795–855),
Louis (vers 806 – 876)

Partage de l'empire carolingien

Partie occidentale :

Pépin I^{er} d'Aquitaine

Imprégnation gallo-romaine

De l'océan à la Meuse

Partie médiane :

Lothaire I^{er}

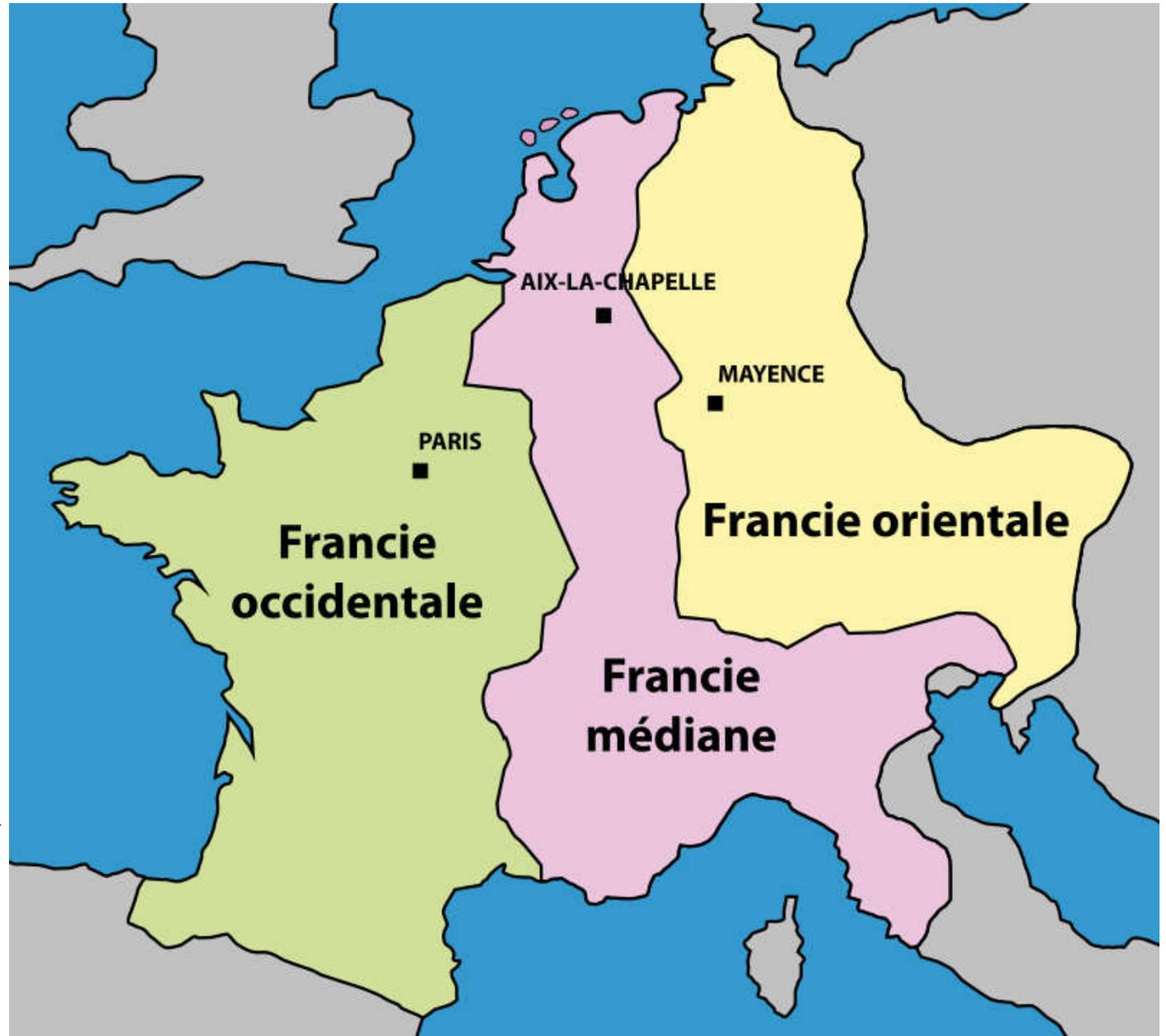
Imprégnation franque

De la mer du Nord à Rome

Partie orientale :

Louis II « le Germanique »

Imprégnation germanique



Après le traité de Verdun

Partie occidentale :

Charles II « le Chauve »

Imprégnation gallo-romaine

De l'océan à la Meuse

Partie médiane :

Lothaire I^{er}

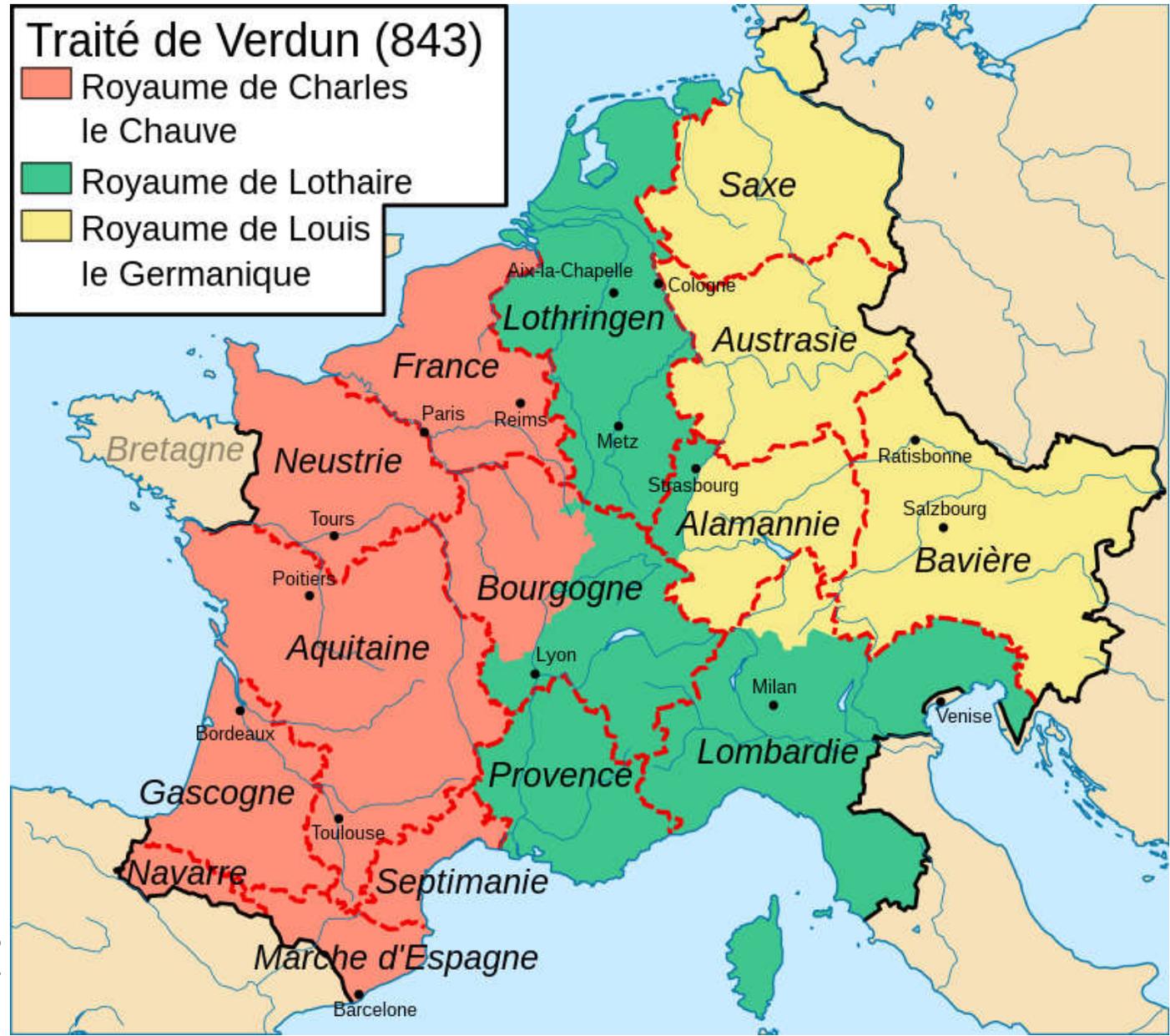
Imprégnation franque

De la mer du Nord à Rome

Partie orientale :

Louis II « le Germanique »

Imprégnation germanique



Le traité de Prüm (855)

Royaume d'Italie :

Passe à la Francie occidentale

Puis à la Francie orientale

En 962 : partie intégrante du
Saint Empire romain germanique

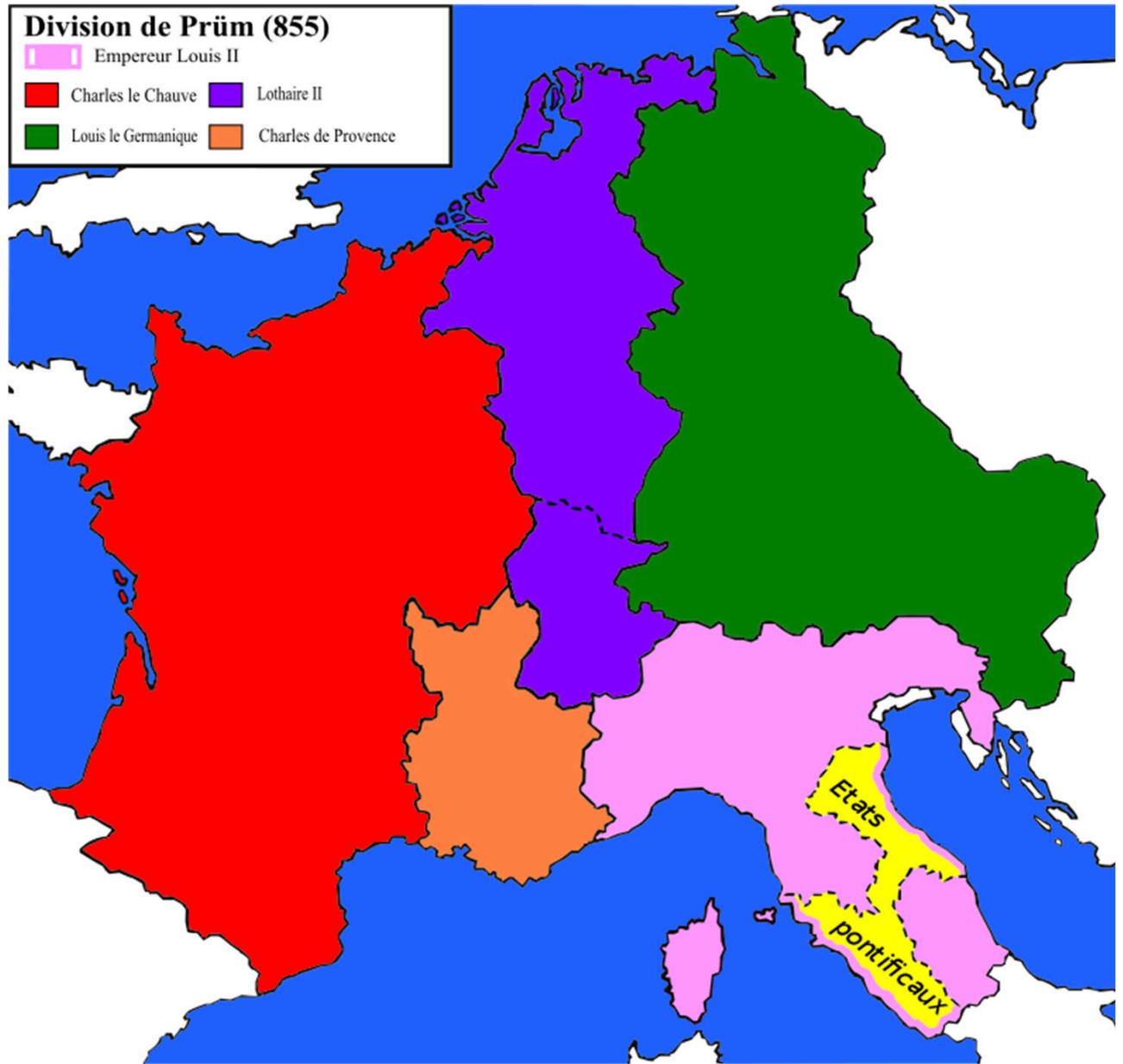
Partout règne l'anarchie :

Les Normands ravagent le nord
(856 : les Vikings prennent Paris)

Pillages et massacres magyars
(895–995 : invasions hongroises)

Les Sarrasins menacent le sud
(invasions de 838 à 990)

Les héritiers se dépouillent
(conflits, luttes de pouvoir...)



La fin de l'empire carolingien

- Les carolingiens perdent leur influence
- La Francie occidentale s'affaiblit, s'effrite
- La Francie médiane est morcelée
- Les ducs et les Saxons s'affirment à l'est
- **919 : fin des dynasties franques**

- Épidémies, famine, guerres
- Importante recession économique
- Désordre politique total, obscurantisme

Le Saint Empire romain germanique

- Construit à partir de la Francie orientale
- Tribus slaves et germaniques
- Francie du Rhin (Lotharingie) / Francie du Main (Franconie)

- 962 : Otton I^{er} (« le Grand », 912–973) premier empereur du Saint Empire romain germanique, sacré à Rome par le pape Jean XII
- Le nouvel empire sort renforcé

962

L'Aquitaine

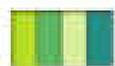
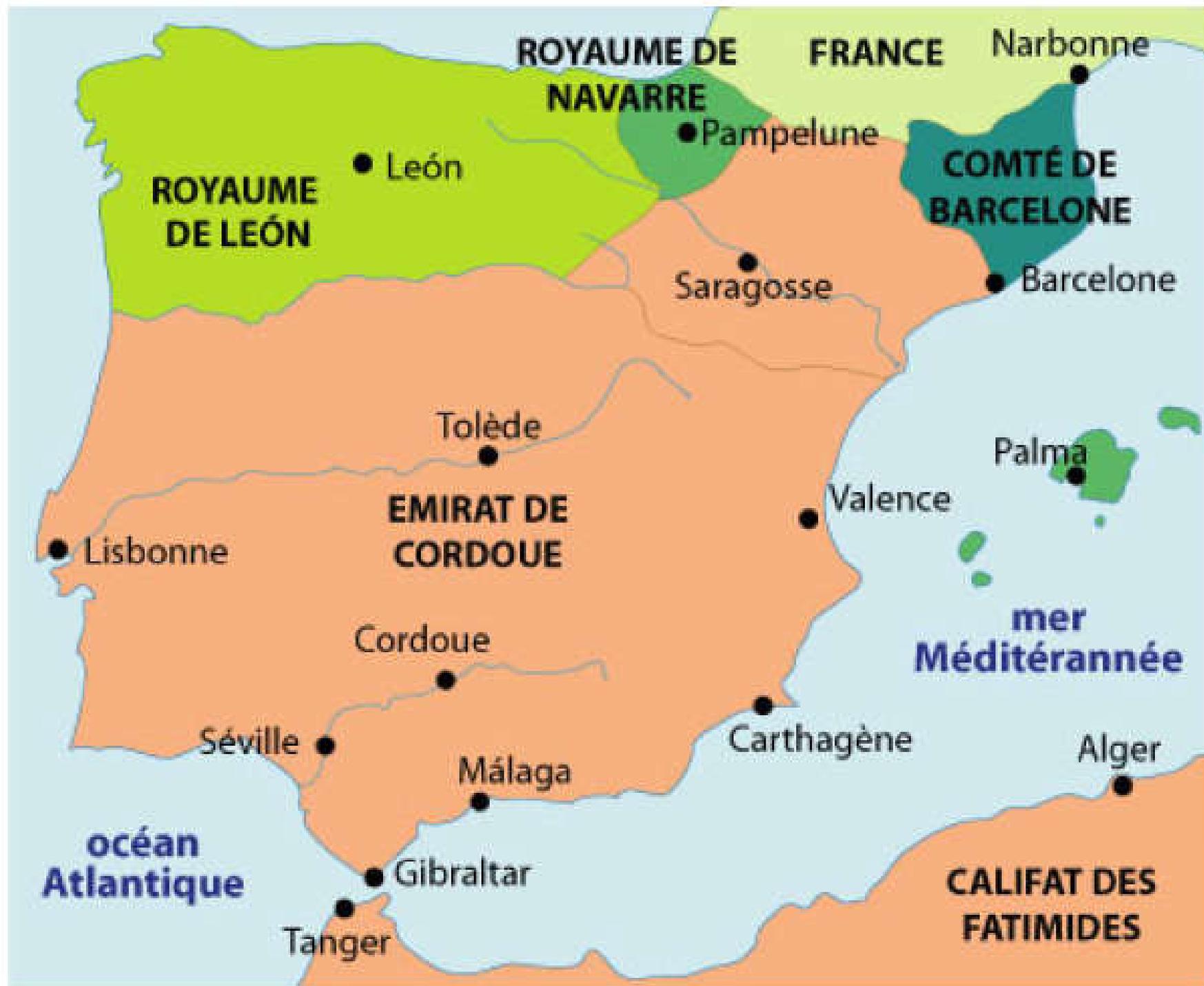
- Duché d'Aquitaine (depuis 675) : une série de comté francs, dont celui de Poitiers
- Un territoire qui va de la Loire aux Pyrénées
- Pays riche, où il fait bon vivre

- Charles Martel, Pépin le Bref et Charlemagne se sont acharnés sur Bordeaux
- Affrontements violents entre Aquitains et Francs

La Catalogne, de la Francie...

- Marche d'Espagne (*marche* = fief dans une zone frontalière, rôle défensif contre les voisins)
- Intégrée au royaume de Francie depuis 801
- Composée de comtés, dont celui de Barcelone

- 950–970 : ouverture aux influences musulmanes et relations diplomatiques avec le calife Abd ar-Rahman III



Royaumes chrétiens



Monde musulman

... à l'indépendance

- 950–1000 : le califat de Cordoue à son apogée
- La cour de Cordoue est le plus grand centre culturel et scientifique en Occident

- 985 : le califat de Cordoue pille Barcelone
- Le roi franc, Lothaire (941–986), ne réagit pas
- Son fils Louis V (« le Fainéant », vers 967 – 987), dernier roi carolingien, non plus
- Hugues Capet impuissant à la prise d'indépendance de la Catalogne en 988

Faire un calcul à l'époque...

- Les chiffres romains : inadaptés au calcul !
- Quelle est l'aire d'un champ de longueur 54 nindas et de largeur 49 nindas ?
- Facile : $54 \times 49 = 2\,646$ (en nindas carrés)
- **Mais comment multiplier liv par xlix ?**
- Rappel : i pour « un », v pour « cinq », x pour « dix », l pour « cinquante », c pour « cent », d pour « cinq cents », m pour « mille »
- C'est le métier des abacistes !

... est quasi mission impossible

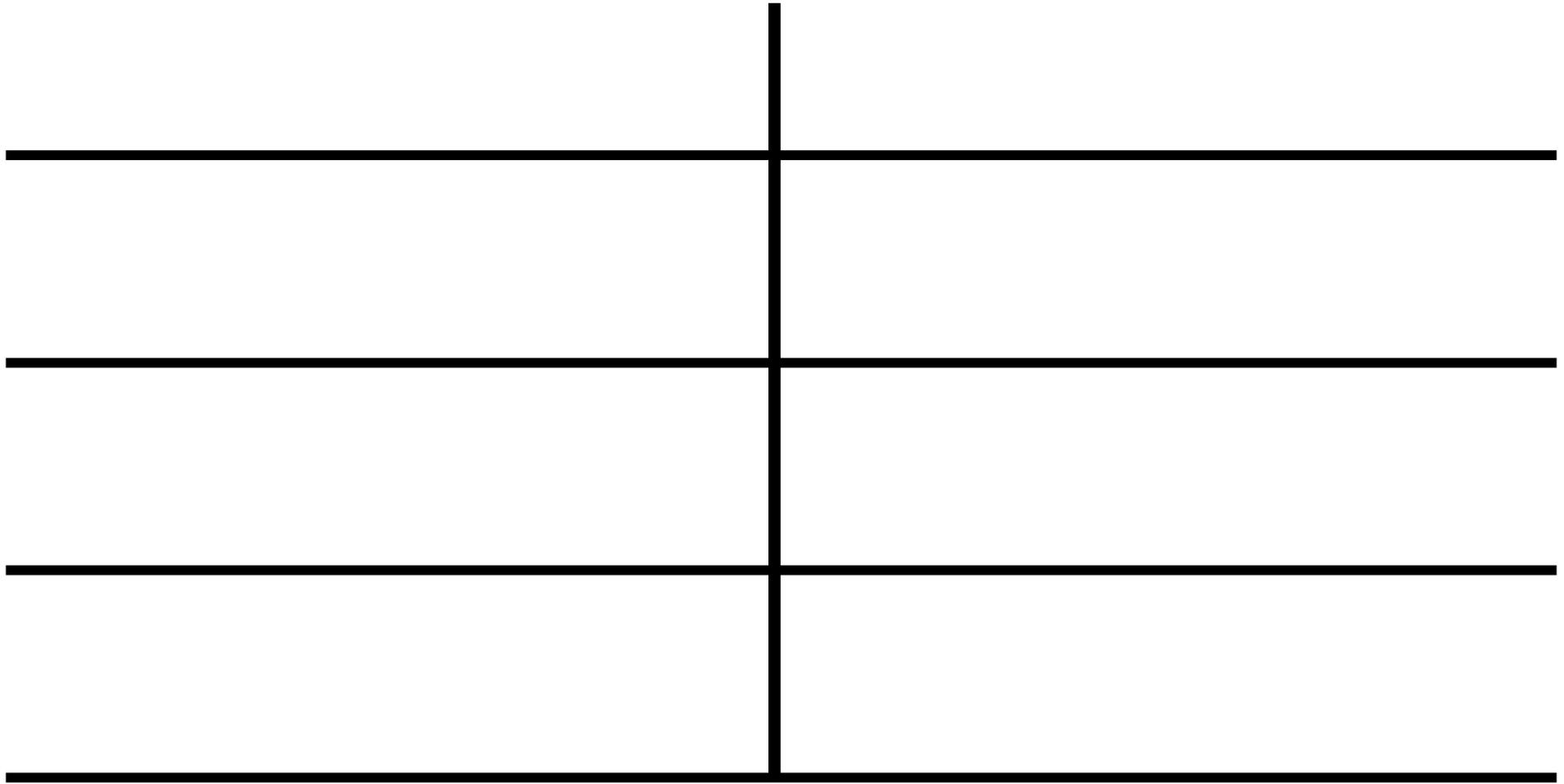
- Pas de numération de position
- Pas de symboles pour représenter les différents « chiffres » qui peuvent occuper une position
- Pas de zéro (pas de besoin, non plus...)
- **Donc pas de calcul écrit !**

- Se pratique mentalement ou sur abaques (*abaque* : « planche » ou « table à poussière »)
- Multiplication : par effacement ou par biffage

Trois besoins pour le calcul écrit

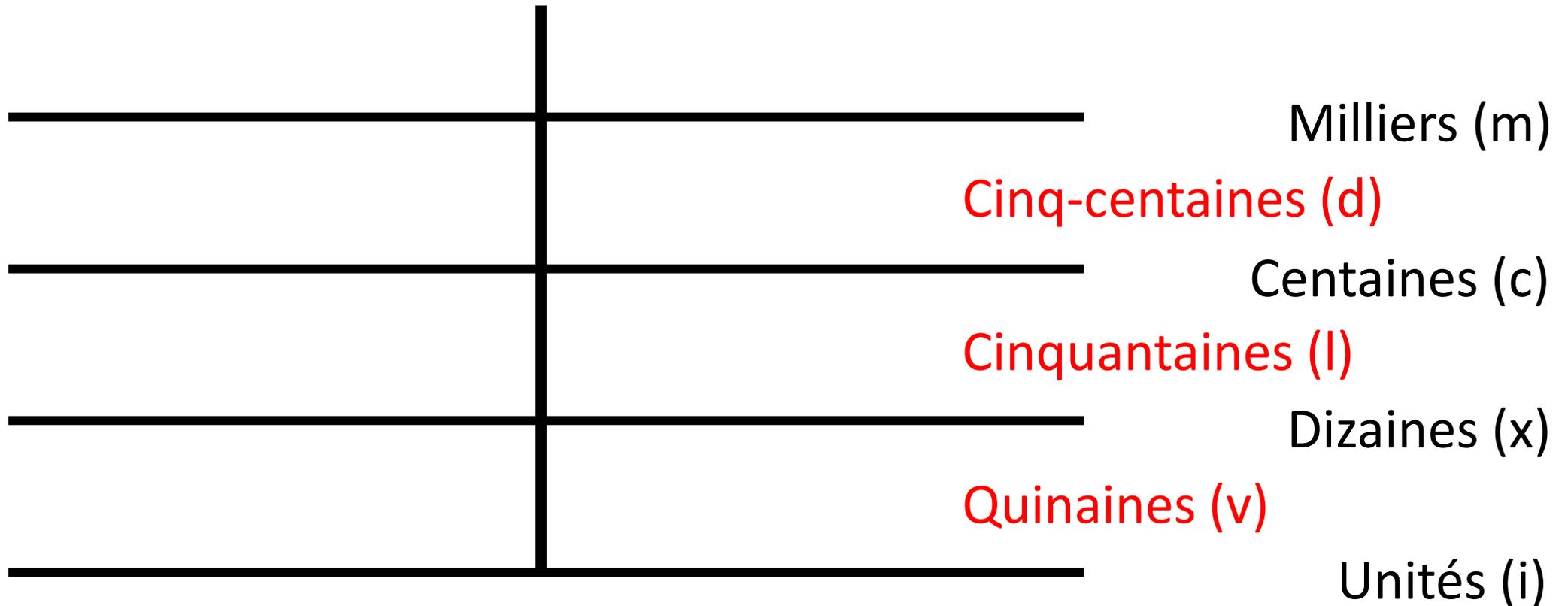
- Une **numération de position** pour poser les opérations et ordonner les calculs (pensez à la retenue !)
- Des **chiffres** pour représenter les différentes valeurs possibles dans une position donnée
- Un symbole **zéro** pour marquer l'absence (sans le zéro : impossible de passer de l'abaque à une représentation écrite)
- Avec ces éléments, plus besoin d'abaque !

L'abaque à lignes



Disposition : horizontale ou verticale ???

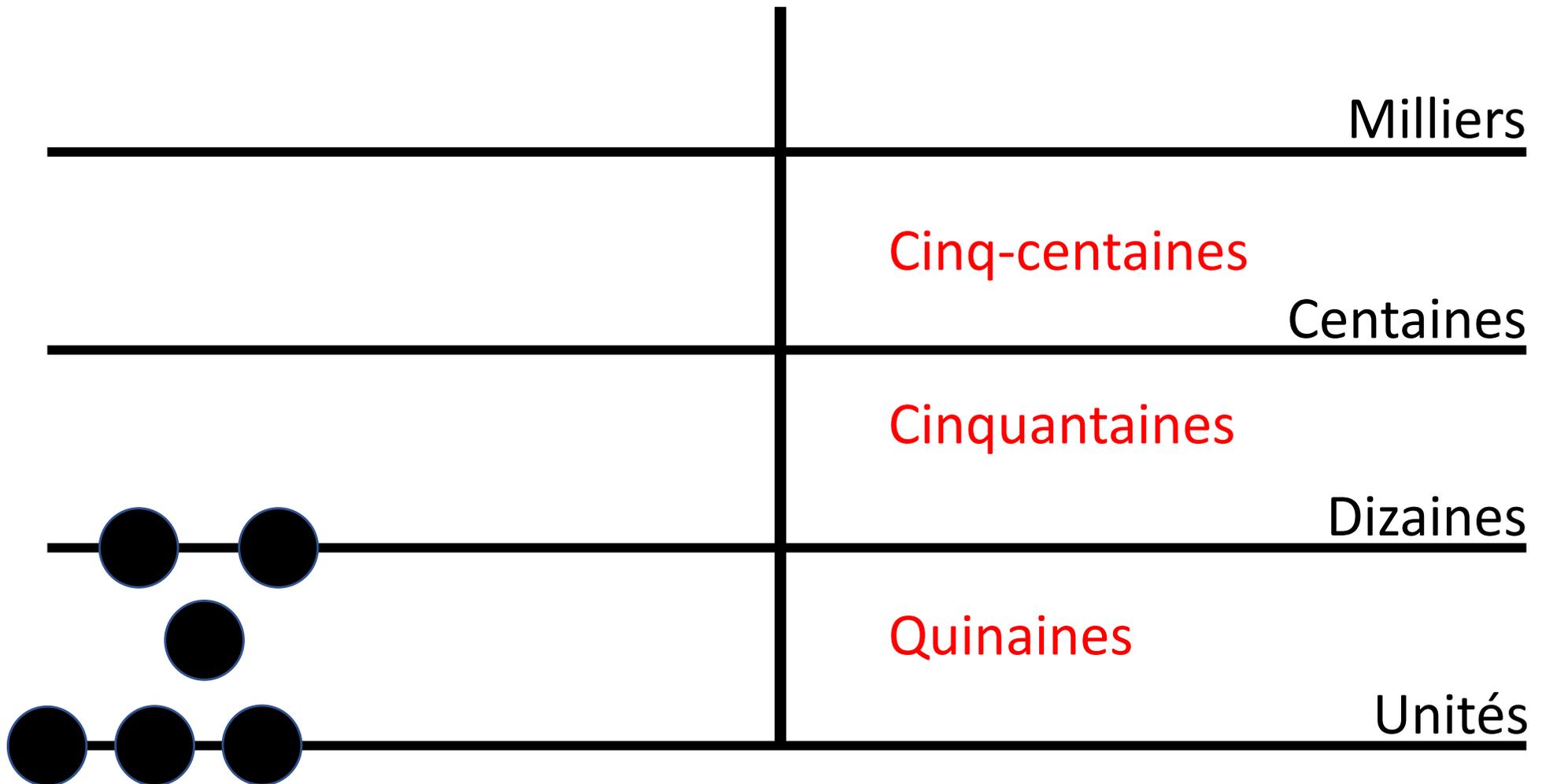
Héritage des Romains



Lignes : éléments relatifs à la base 10 (i, x, c, m)

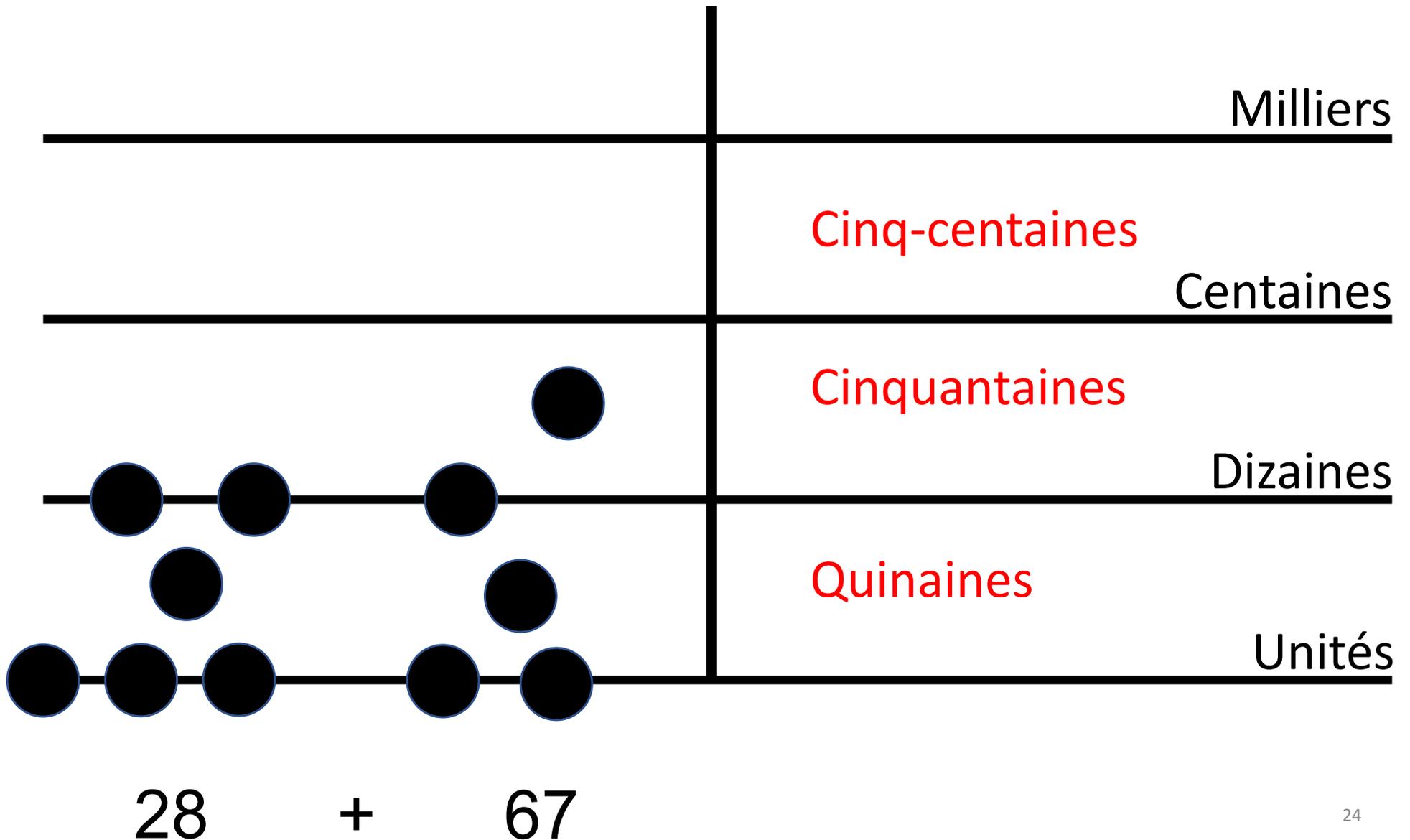
Intervalles : éléments relatifs à la base 5 (v, l, d)

On utilise des jetons neutres

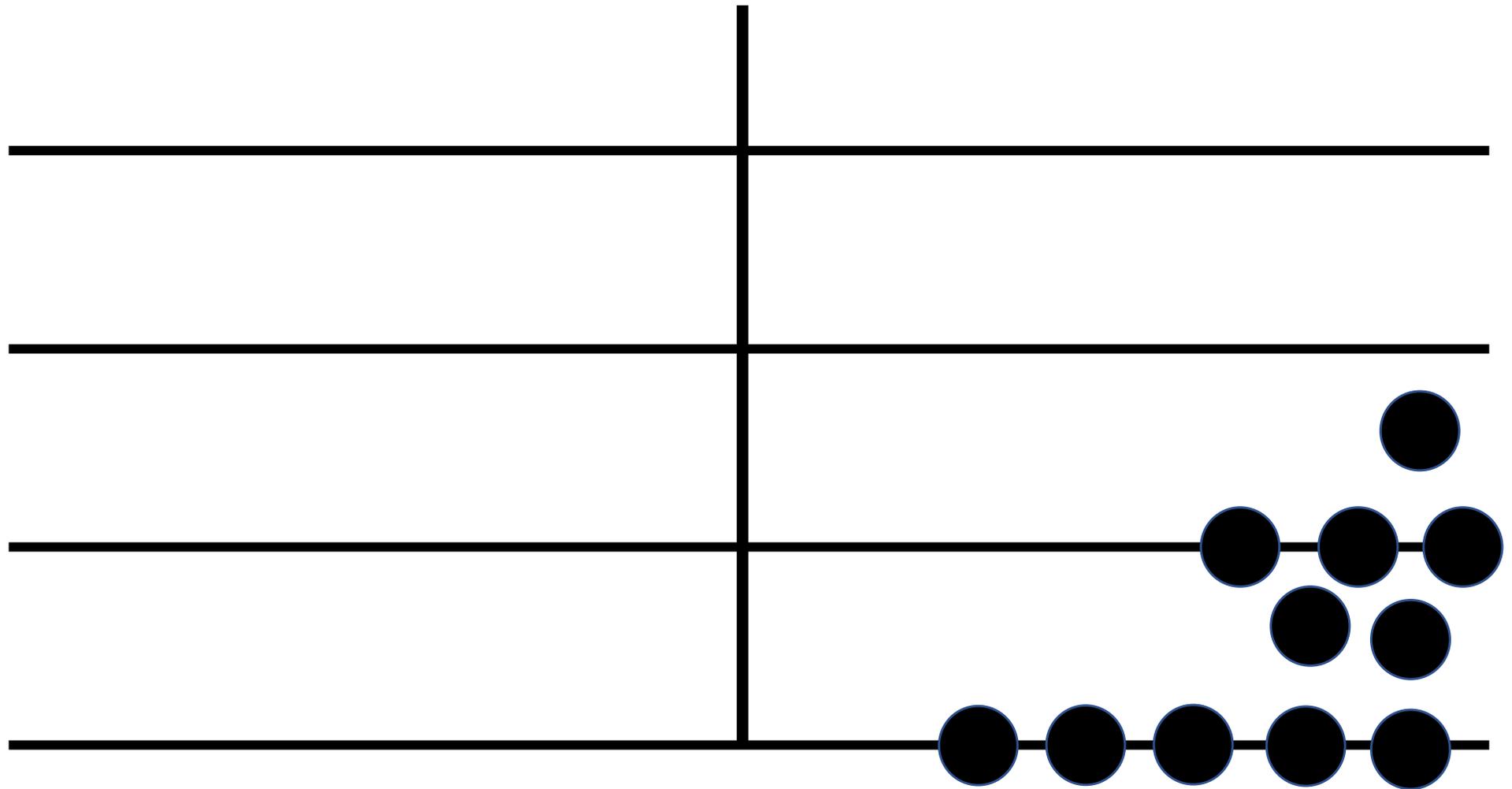


28

Pratique pour l'addition !

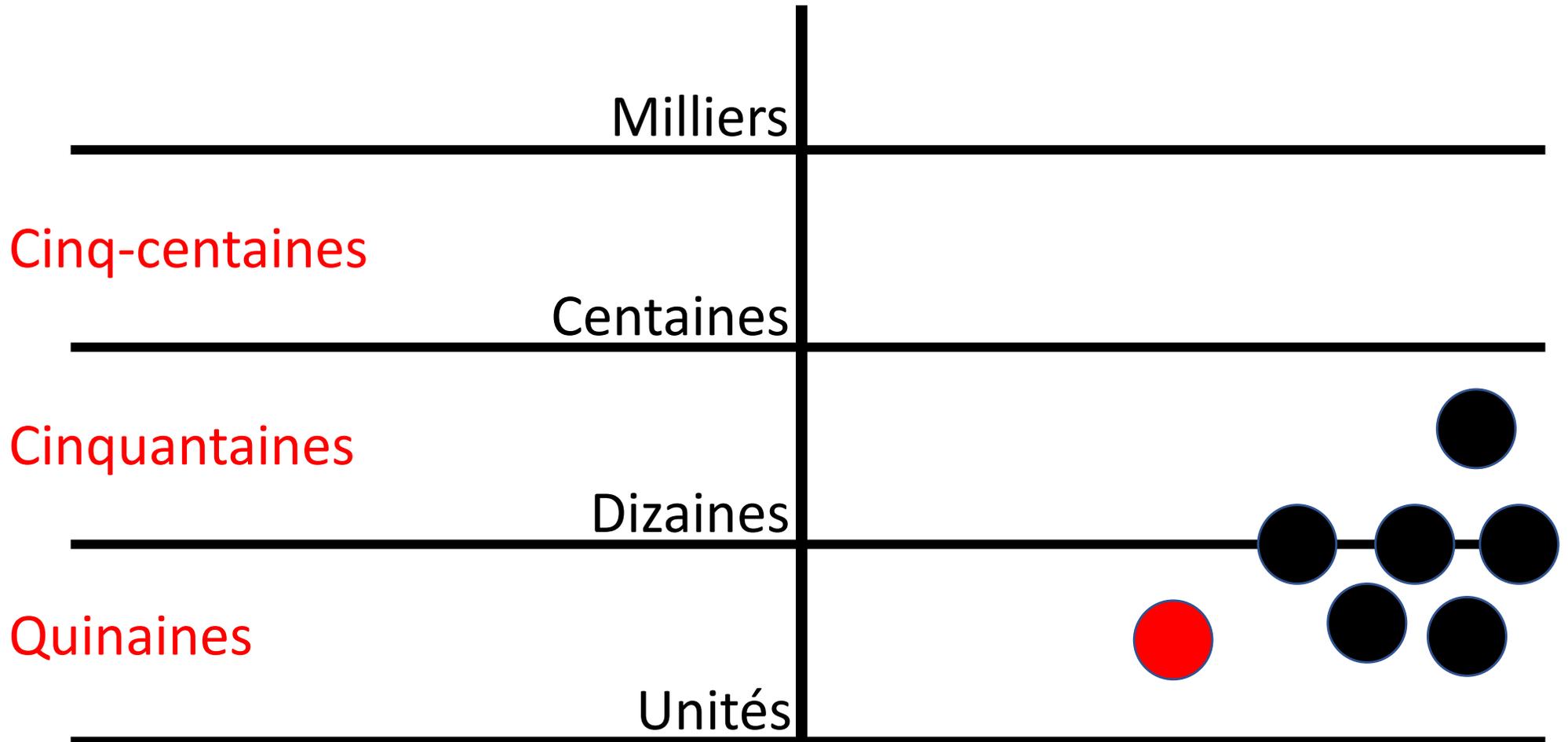


On fait glisser tous les jetons

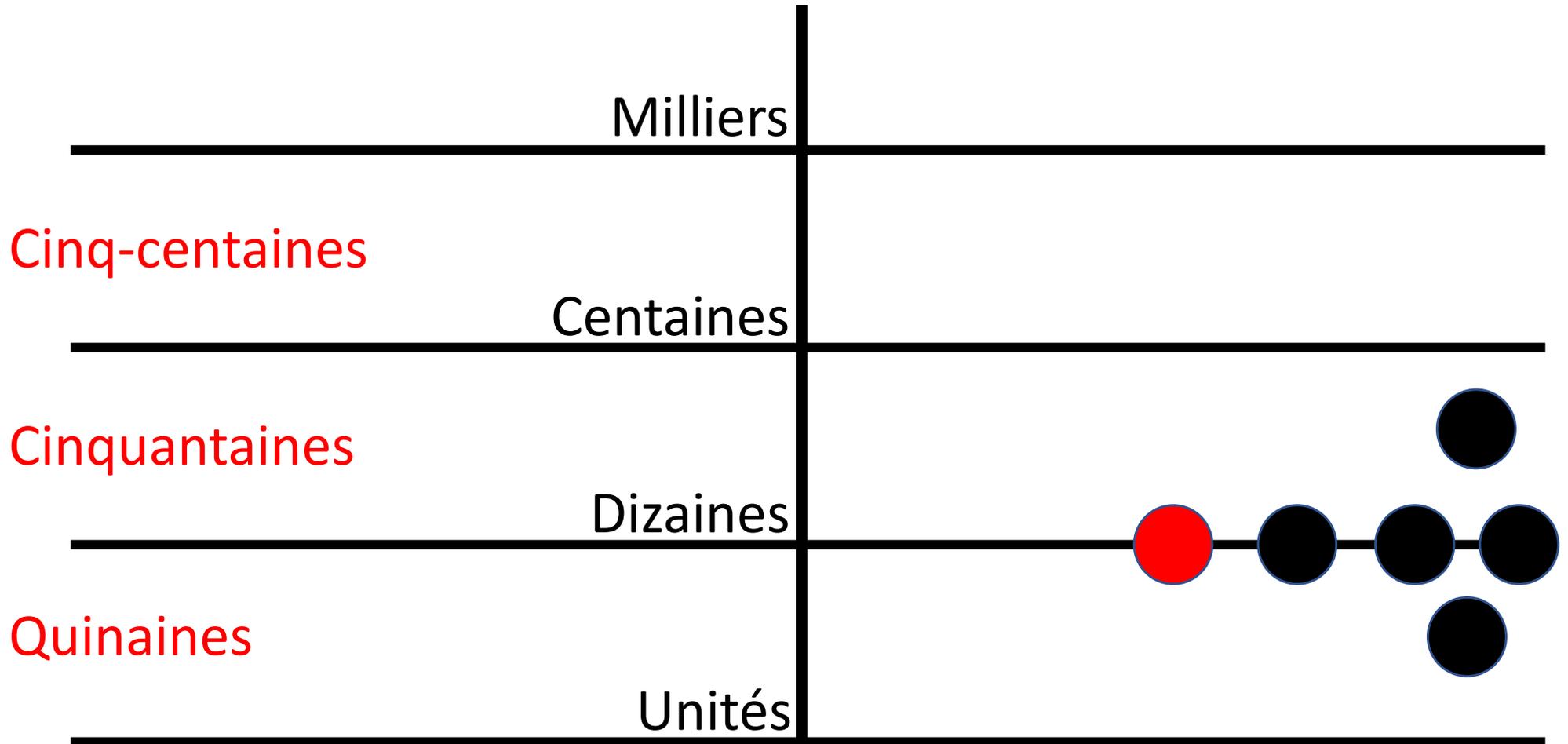


=

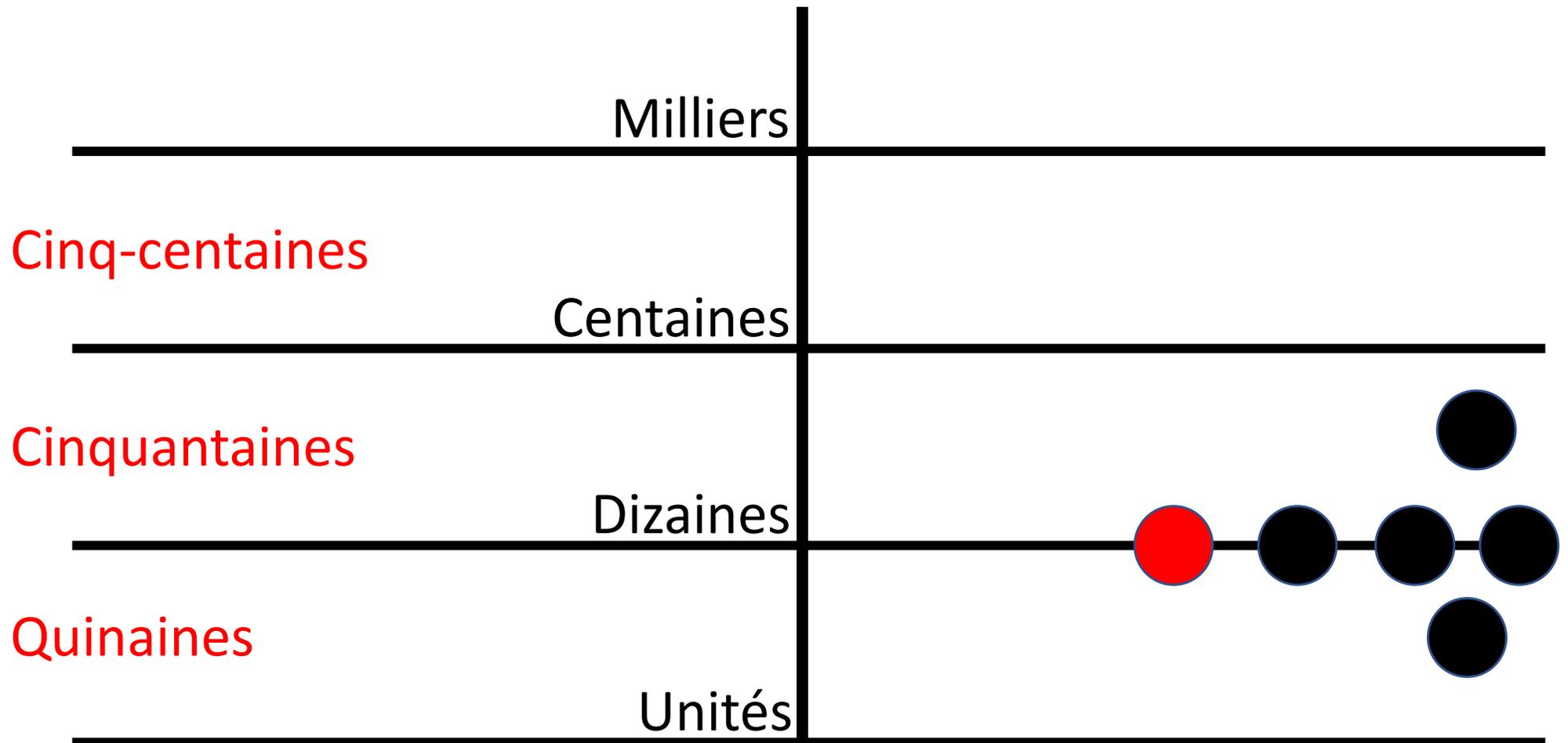
On simplifie...



au maximum...

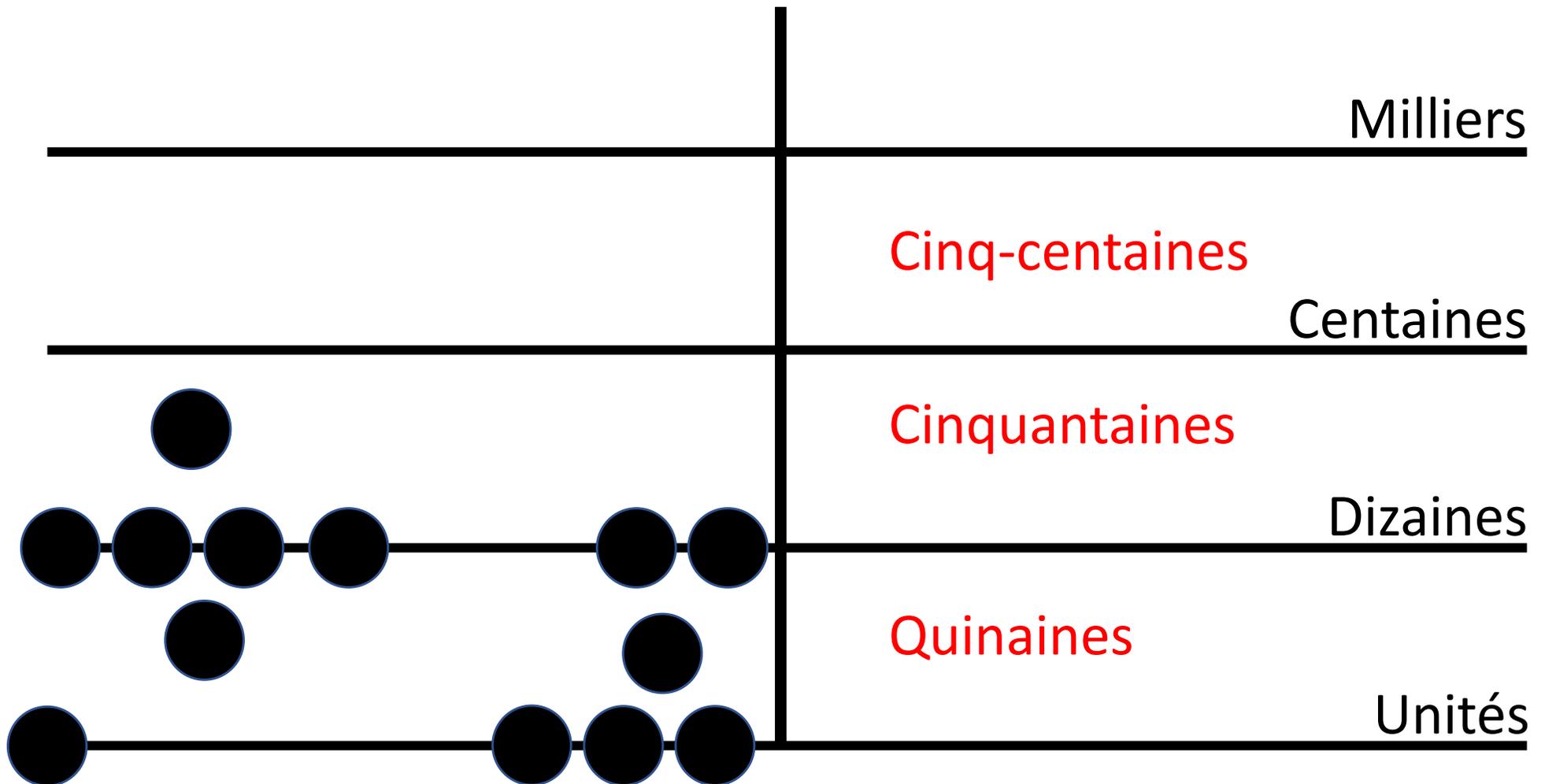


... et on **calcule** le résultat



$$28 + 67 = 50 + 4 \times 10 + 5 = 95$$

On représente les deux nombres

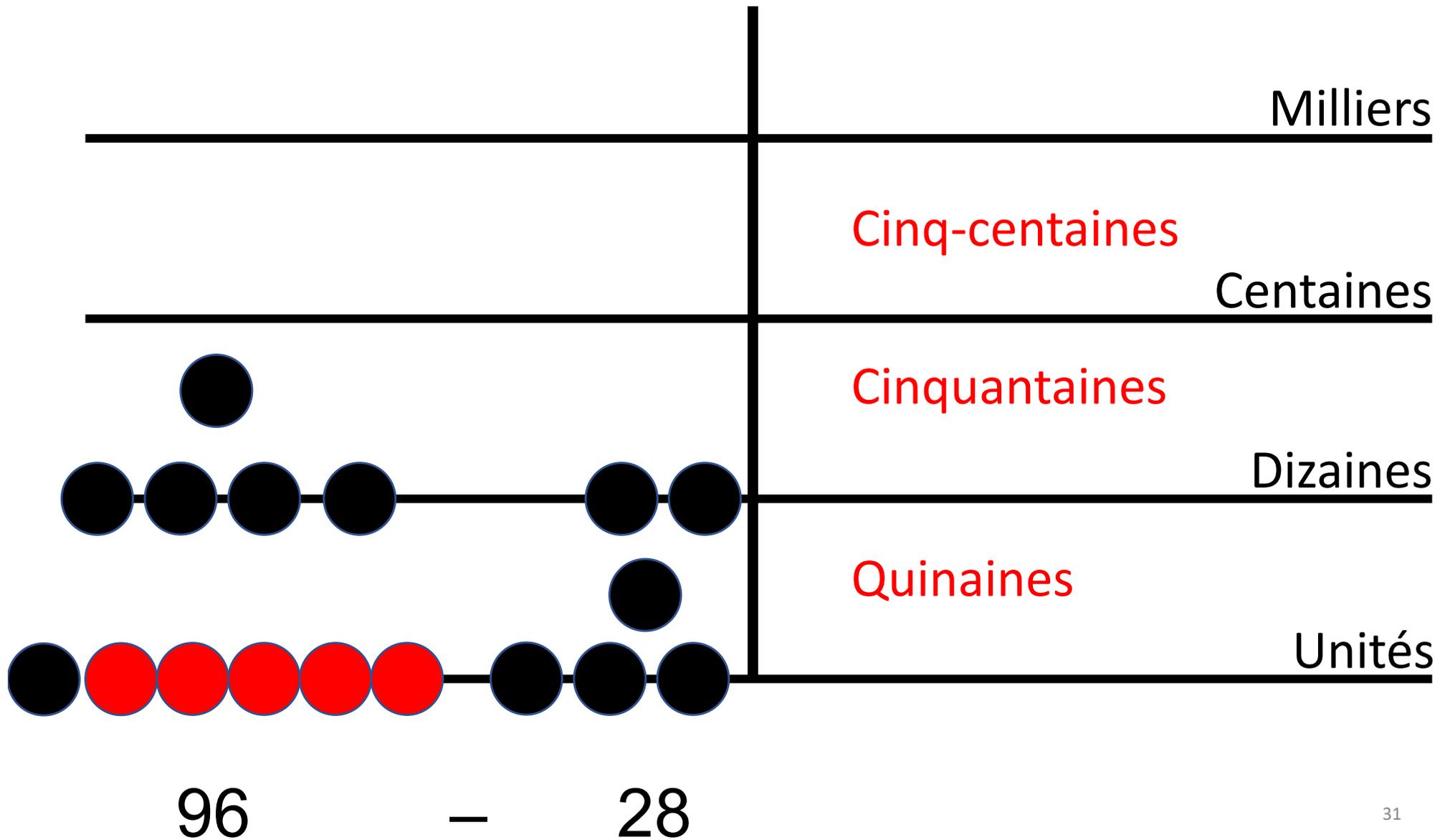


96

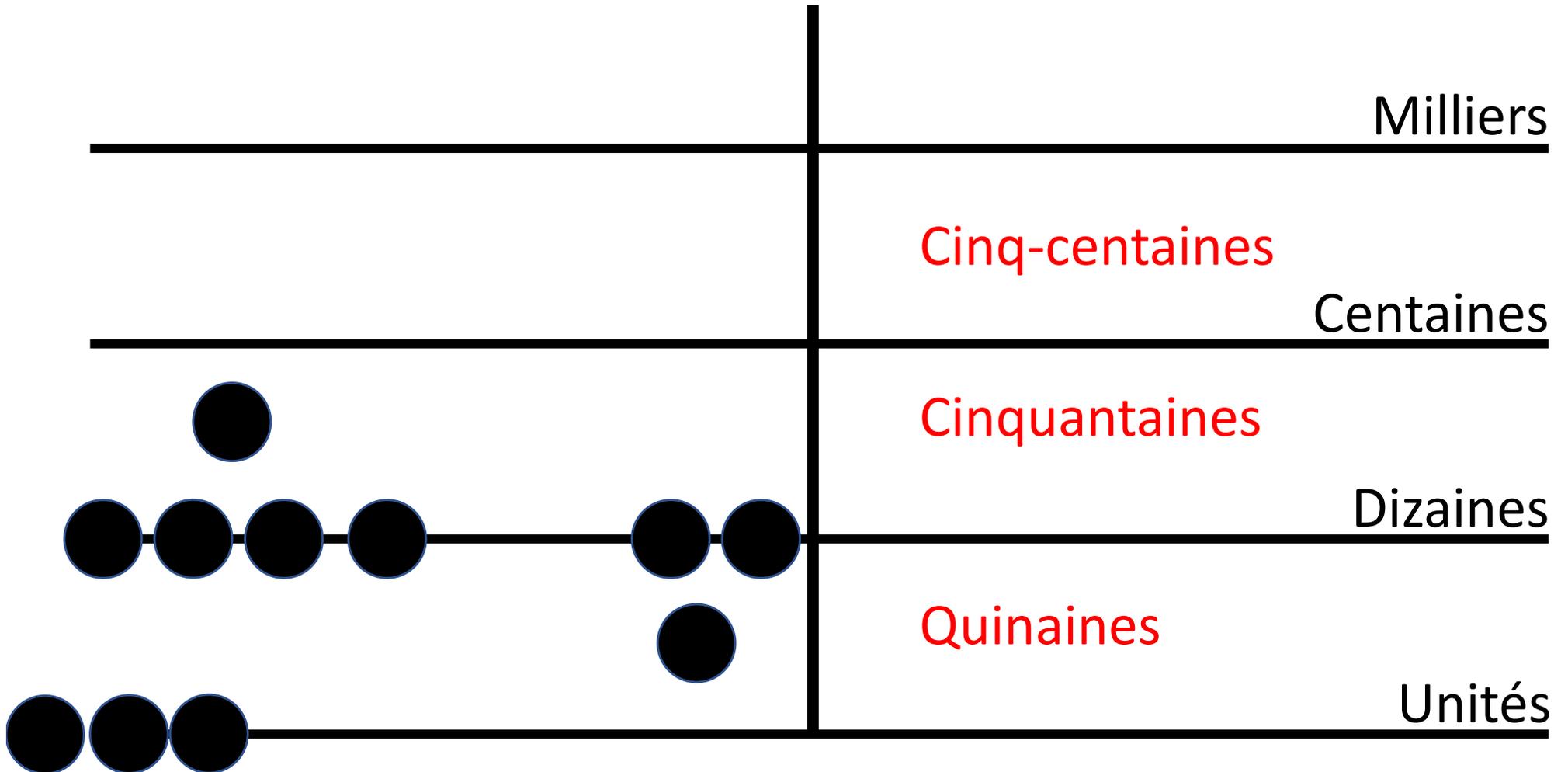
—

28

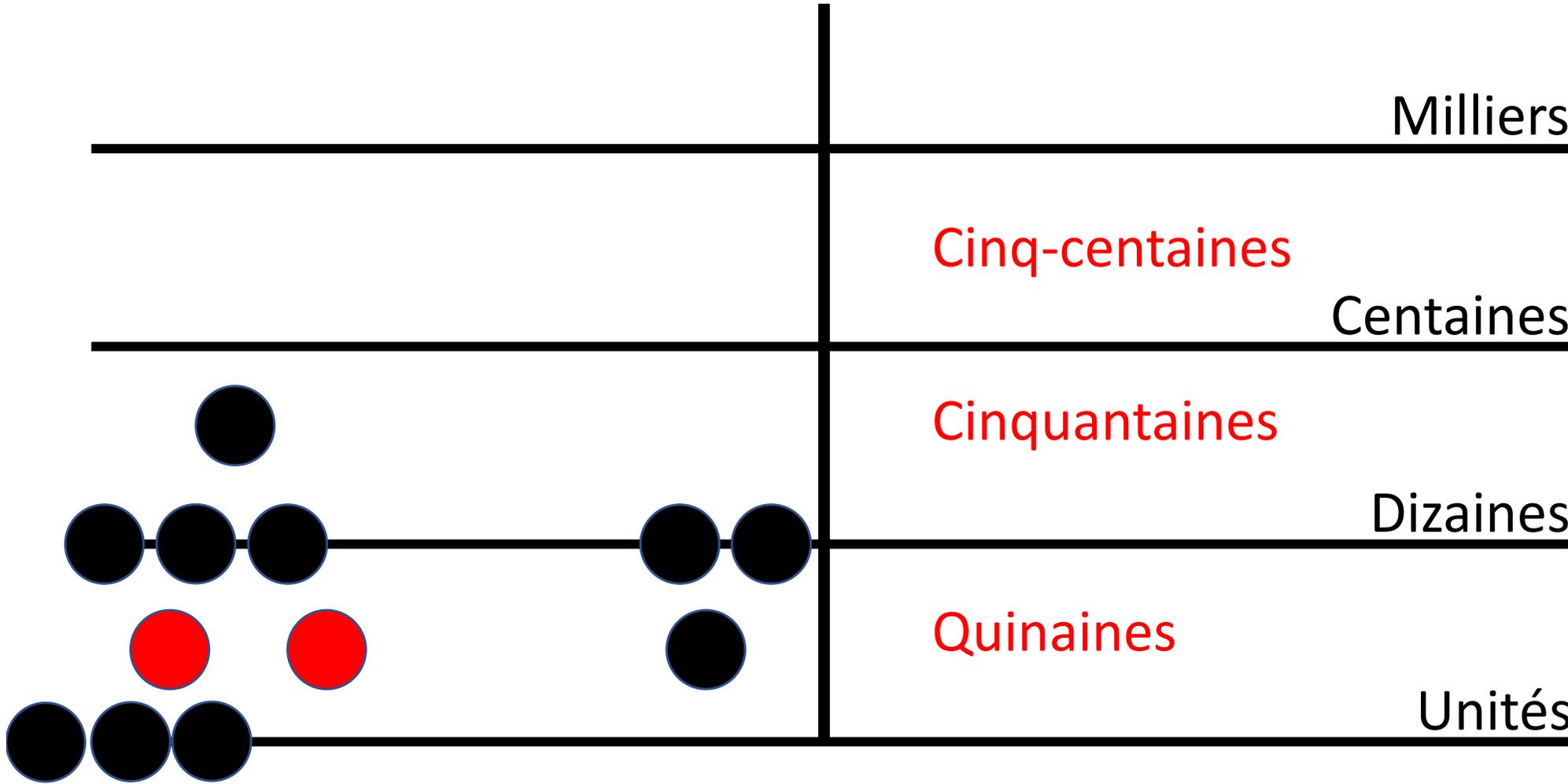
On va retirer les jetons



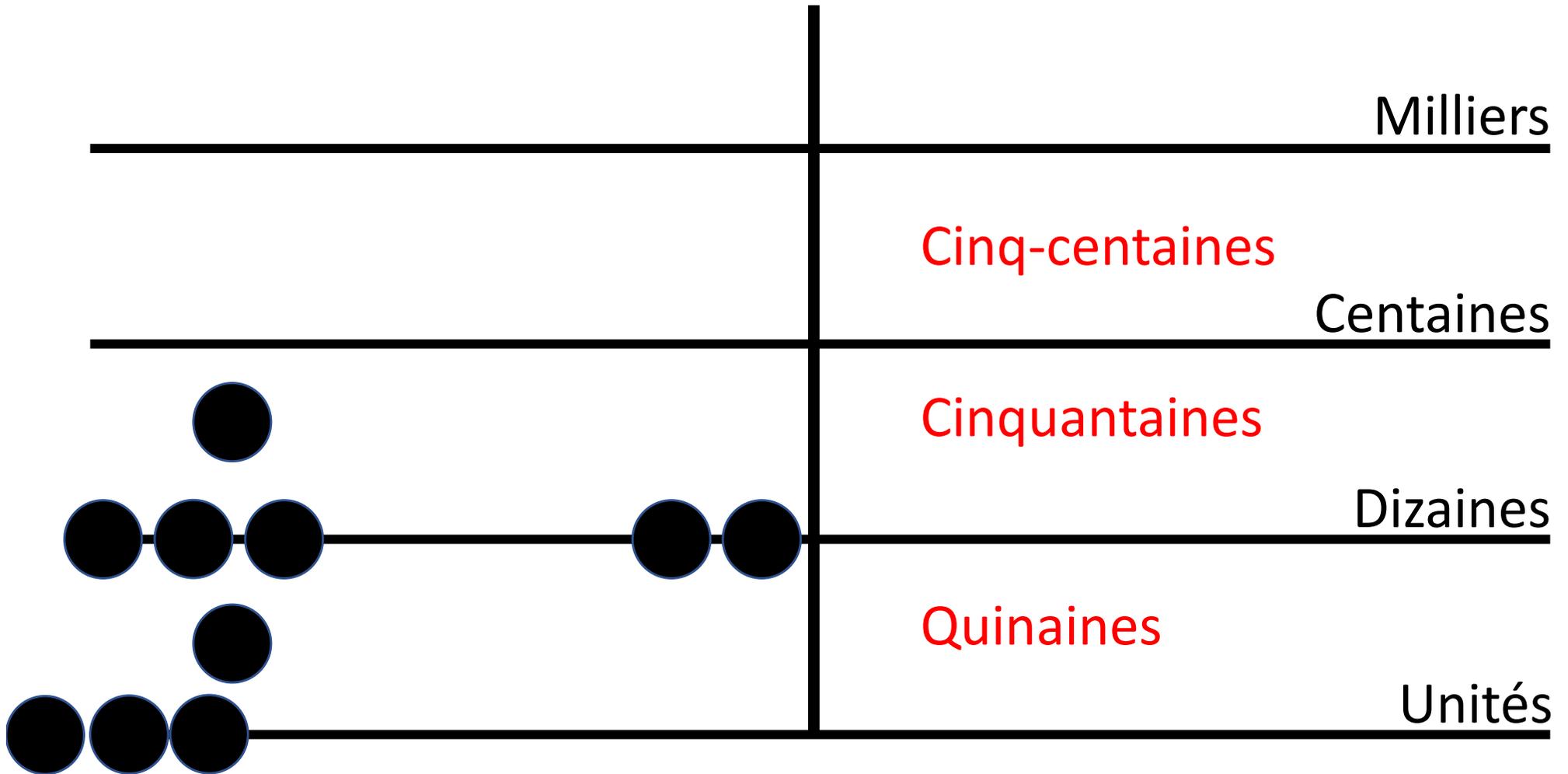
Les unités sont gérées



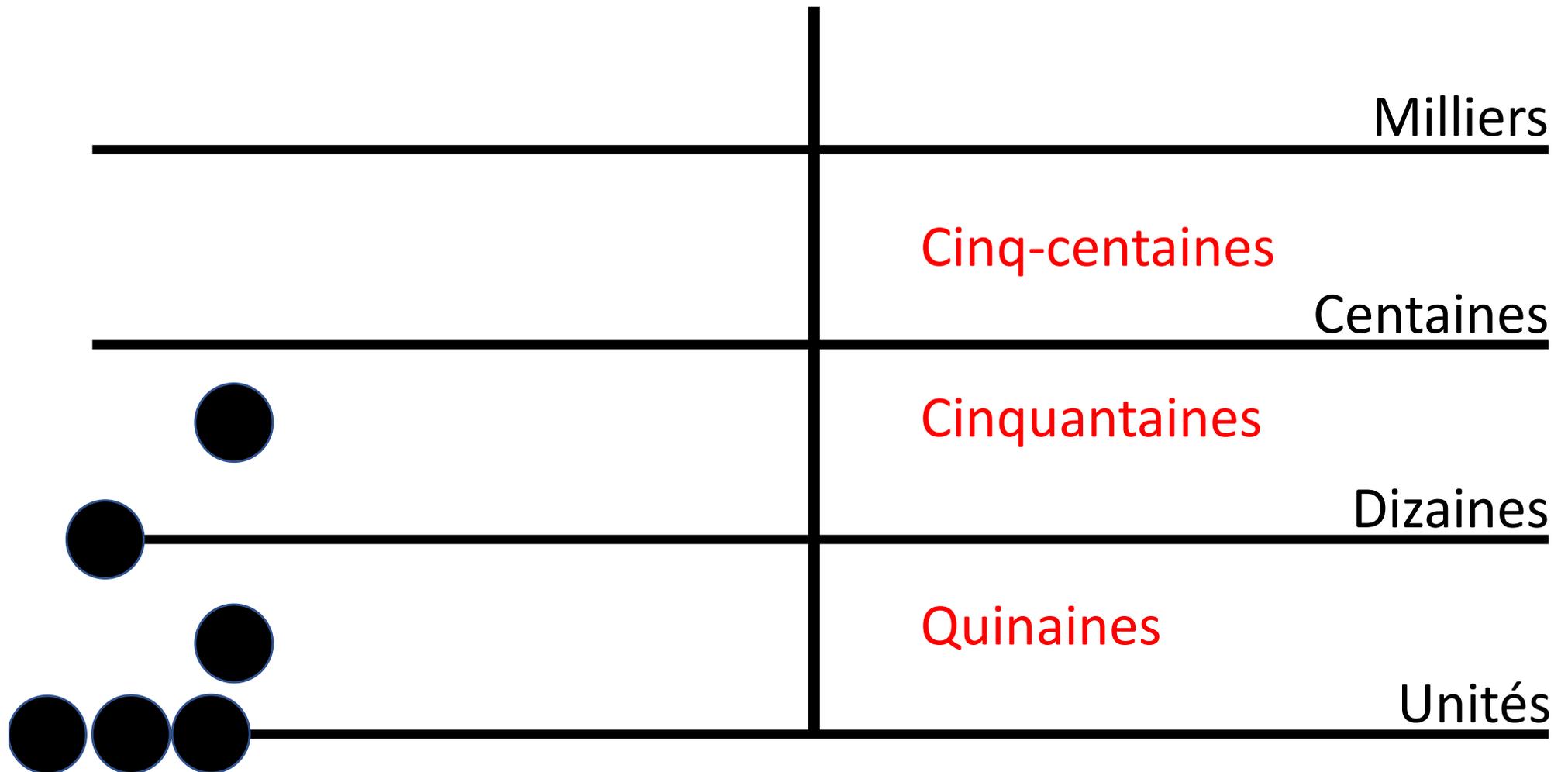
On continue...



Les « quinaines » sont gérées



Fin du calcul ($96 - 28 = 68$)



68

Fonctionnement

- Abaque à jetons neutres (non marqués)
- Va dominer l'Occident jusqu'au XVIII^e siècle (!)
- *Calculus* : « caillou » (« calcul rénal »)
- Pas besoin de zéro

- Comment faire pour les « grands » nombres ?
- Adaptation pénible pour la multiplication
- Totalemment inutilisable pour les divisions
- Inadaptable au calcul écrit

**Qui es-tu,
Gerbert ?**

Un Aquitain

- Né sans doute entre 945 et 950
- Originaire de Belliac (village de Saint-Simon), un hameau près d'Aurillac, dans le Cantal
- Famille pauvre
- « *Un indigent, un exilé, quelqu'un que ne soutenait ni son lignage, ni sa fortune* »

Statue de Gerbert d'Aurillac en habit de pape (Sylvestre II)
par Pierre-Jean David d'Angers à Aurillac (Cantal), inaugurée en 1850



La ville d'Aurillac que Gerbert a connue a été entièrement détruite
(maisons typiques du XII^e siècle)





Hospital abbatial St-Génes
1314
Baptême de Jean de la Roche
Chapelle de la Roche de la Roche
de la Roche de la Roche de la Roche
de la Roche de la Roche de la Roche
de la Roche de la Roche de la Roche

Le monastère de Saint-Géraud

- Très jeune, Gerbert est confié aux moines de Saint-Géraud d'Aurillac (oblat)
- Nombreuses terres
- Travaux d'agrandissement jusqu'en 972
- Bibliothèque riches d'ouvrages religieux, profanes et de poésie

Une enfance au monastère

- Apprend la lecture, l'écriture (sur tablette), le chant (psautiers)
- *Trivium* : grammaire, rhétorique, dialectique
- Lit et écrit le latin et l'occitan
- Pétri de culture romaine
- Grammaire latine : Donat et auteurs classiques
- Un excellent maître : Raymond de Lavour







Le passage de Borrell II (934–992)

- Gerbert, un élève studieux et accompli
- 967 : Borrell II, comte catalan, de passage à l'abbaye
- L'abbé lui propose d'emmener Gerbert



967 : le départ

- Suspension exceptionnelle de la « règle de stabilité » par les moines du chapitre
- Le jeune homme reviendra sans doute comme *écolâtre* (ecclésiastique qui dirige une école)
- Il ne reverra en fait jamais Aurillac

En Catalogne (967–970)

- Ripoll est le principal centre religieux
- Bibliothèque riche de 66 copies et traductions (dont astronomie, géométrie, arithmétique)
- Gerbert est confié à Hatton, l'évêque de Vic
- Développe une passion dévorante pour les mathématiques

Les maths : le *quadrivium*

- Quasiment plus enseigné en Occident
- *Arithmétique* : comput
- *Géométrie* : architecture et arpentage
- *Astronomie* : astrologie
- *Musique* : « harmonie des sphères »
- Pas de calcul en dehors du comput

Le *quadrivium* au X^e siècle

- Arithmétique : Martianus Capella, Boèce
- Géométrie : *Éléments* d'Euclide traduits par Boèce, Capella, traités d'arpentage
- Astronomie : Hygin, Aratos de Soles, Ptolémée
- Musique : saint Augustin, Capella, Boèce, savants carolingiens

Les savants arabes ont fait faire aux quatre arts des progrès décisifs quand, en Occident, on ne fait que copier et répéter des textes anciens

Au même moment, à Cordoue

- L'algèbre est en plein développement
- Maslama al-Mayriti (950–1007) : travaux sur l'astrolabe, actualise les tables astronomiques
- Les « chiffres arabes » sont rapportés de l'Inde
- La numération de position s'impose
- L'usage du zéro se répand
- On lit, on commente, on critique les auteurs les plus récents et on poursuit leurs travaux

Trois années d'études

- Gerbert se rend à Vic, à Barcelone
- Il s'initie au grec ancien et à l'arabe
- Lit tous les ouvrages qu'il peut trouver
- Se passionne pour les mathématiques
- Constitue un solide réseau, noue des relations amicales et intellectuelles durables

Premières questions

- **Par quel ouvrage ou par quel maître Gerbert a-t-il été introduit aux chiffres arabes ?
Qu'a-t-il appris exactement en Catalogne ?**
- **En particulier, que connaissait Hatton de Vic ?**
- **Quelle connaissance Gerbert avait-il de la langue arabe ?**

Cathédrale Sainte-Croix à Barcelone

(la ville que Gerbert a connue a été ravagée : guerre sainte, sac de Barcelone en 985)



La ville de Vic
que Gerbert a connue
a été fortement endommagée
par les guerres

(La cathédrale Saint-Pierre et,
sur une photo suivante,
le pont romain de Queralt)









La ville de Ripoll que Gerbert a connue a été fortement endommagée par les guerres puis par un puissant séisme (monastère bénédictin de Santa Maria et son cloître sur la photo suivante)





À Rome en 970

- Borrell II part en pèlerinage à la cité des papes
- Hatton de Vic et Gerbert l'accompagnent
- Ville en proie aux factions aristocratiques

- Les papes sont sous la tutelle des empereurs
- Jean XIII est installé au palais du Latran
- Placé sur le trône de saint Pierre en 965 avec l'accord d'Otton I^{er}

Otton I^{er}

- Lié à la famille carolingienne
- Roi de Germanie en 936
- Roi d'Italie en 951
- Sacré empereur en 962
- Fait couronner son fils Otton II (« le Roux », 955–983) en 967
- En 970, Otton I^{er} et Otton II à Rome

Manuscriptum Mediolanense (Chronicle of Bishop Otto of Freising), vers 1200 / © AndreasPraefcke, 2005



Au service de la famille impériale

- « *L'intelligence du jeune homme et sa volonté d'apprendre n'échappèrent pas au pape* »
- Musique et astronomie ignorées en Italie
- Gerbert est « *capable de les enseigner avec zèle* »
- Moine exempt, il est introduit auprès d'Otton I^{er}
- Hatton de Vic est assassiné en 971
- Gerbert se met au service d'Otton I^{er}

De Rome à Reims

- Lothaire, roi des Francs, envoie Gerannus à Rome
- Gerbert demande à suivre Gerannus à Reims

Statue du XII^e siècle / © Gérald Garitan, 2018



**Une carrière
mouvementée**

Reims !

- Deuxième ville du royaume
- Cité fortifiée de 60 ha
- Quatre églises, une cathédrale (75 m de long)
- Le monastère de la cathédrale est doté d'une bibliothèque riche de 100 ouvrages

Un puissant archevêché

L'archevêque de Reims est :

- pasteur de la cité
- pasteur du diocèse
- responsable de la province ecclésiastique :
Reims, Soissons, Senlis, Beauvais, Amiens,
Thérouanne, Tournai, Laon, Noyon, Châlons-
sur-Marne (dans le royaume de France)
et Cambrai (en Meuse, Basse-Lorraine,
Saint Empire romain germanique)

972–980 : Gerbert à Reims

- L'archevêque est Adalbéron, un réformateur
- Il veut instruire les enfants de son église dans les sciences libérales
- Les chanoines vivent dans le monastère
- L'école épiscopale se situe dans le cloître
- Le bourg de Saint-Rémy se situe à 1,5 km

Un nouvel écolâtre

- Fin 972 : mort du pape Jean XIII, emprisonné puis étranglé dans son cachot
- 973 : mort de Gerannus, puis d'Otton I^{er}
- Gerbert, très attristé, est libre !
- Adalbéron lui demande d'être écolâtre (enseigner les arts à l'école pour les chanoines)
- **Gerbert écolâtre à Reims de 973 à 980**

L'approche de Gerbert

- « Connaître et faire connaître »
- Propose un enseignement de pointe
- Excellent pédagogue, très à l'aise à l'oral
- Jamais à court d'idées ou d'imagination
- Passionné par l'étude et la transmission
- A le sens du concret (construction d'objets)
- Son modèle : Boèce (le dernier grand savant de l'Antiquité)
- Le premier scientifique français connu ?

Ses élèves et disciples

- Richer de Saint-Remi de Reims, dont les écrits et notes nous sont parvenus
- Bernelin, dont le témoignage sur l'abaque nous est parvenu
- Constantin, abbé de Micy (Loiret), brillant élève
- Hériger, moine de Lobbes (Belgique)
- Lierry, archevêque de Sens (Yonne)
- Ingon, abbé de Massay (Cher) puis de Sens
- Herbert, abbé de Lagny (Seine-et-Marne)
- Remi de Mettlach, Hermann de Reichenau

Sa méthode : l'unité

- Ne procède pas par questions / réponses
- Avance progressivement
- Isole les difficultés pour mieux les résoudre

- Pas un chercheur, mais un « passeur »
- Approfondit ses connaissances en enseignant
- Reconnu et renommé dans tout l'Occident
- A combattu les préjugés de son siècle
- A permis de conserver les auteurs profanes
- A ranimé l'étude des sciences oubliées

Le *quadrivium* selon Gerbert

- S'inspire de Platon : « *Le nombre est le principe de toute chose* »
- *Arithmétique* : discours sur l'essence des nombres
- *Géométrie* : développement linéaire des nombres (intègre le calcul)
- *Astronomie* : rythme du temps (intègre le calcul)
- *Musique* : intervalles, rapports entre les sons

Un enseignement pratique

- En astronomie, Gerbert est sans égal
- Maîtrise la cosmologie et la gnomonique
- Introduit l'expérimentation et la manipulation
- En 983, il ne connaît pas l'astrolabe ;
en 984, il maîtrise cet instrument
- Construit un planétarium en bois
- Rédige de nombreux traités
- **CONÇOIT UN ABAQUE RÉVOLUTIONNAIRE**



GERBERT



980–983 : abbé de Bobbio

- Déplacement en Italie avec Adalbéron
- Retrouve Otton II (« le Roux ») à Rome
- Défié par Otric, jaloux
- Triomphe de son adversaire dans la « dispute de Ravenne » ; Otric meurt en 981
- Otton II lui offre l'abbaye de Saint-Colomban à Bobbio (Apennins)

Manuscrit, X^e siècle / © Musée Condé (Chantilly)

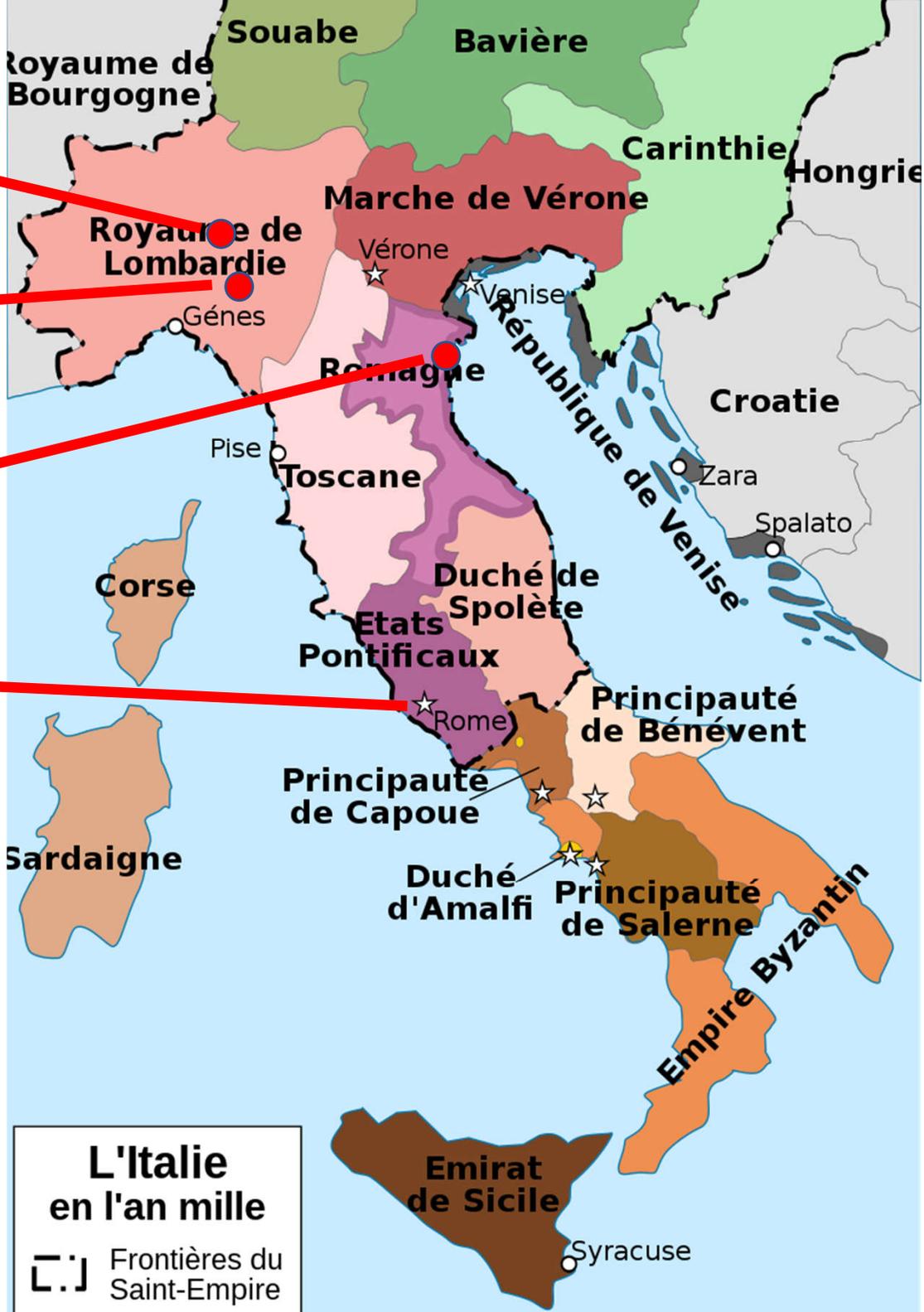


Pavie

Bobbio

Ravenne

Rome



Source : *Historical Atlas of the World*. Oddvar Bjorklund, Haakon Holmboe et Anders Rohr, Barnes & Noble, 1970

L'Italie en l'an mille

Frontières du Saint-Empire

Un poste prestigieux, *mais...*

- Pacifique, honnête, droit, direct, rigoureux
- L'une des plus importantes bibliothèques de l'Occident (> 650 manuscrits)
- Étude intensive (géométrie, construit un orgue)

- *Une charge administrative lourde*
- *Climat très hostile (querelles, pillages...)*
- *Cerné de gens envieux, cupides, violents*
- *L'abbaye au centre des convoitises*
- *Ne réussit pas à « remettre de l'ordre »*

... retour à Reims !

- 983 : mort du pape Benoît VII, puis d'Otton II
- Otton III couronné roi le jour de ses 3 ans
- Le Saint Empire romain germanique fragilisé !

- Gerbert n'a plus aucun soutien puissant
- L'abbaye menace d'être envahie et dévastée

- 984 : retour à Reims (toujours abbé de Bobbio)
- Abandonne orgue et possessions foncières

S'implique en politique

- Gerbert a mûri, il a entre 35 et 40 ans
- Secrétaire d'Adalbéron, il rédige ses lettres
- Précepteur de Robert Capet (« le Pieux »)

- 984–989 : retrouve son poste d'écolâtre
- Reprend avec bonheur ses études (*Almageste*)
- Enrichit continuellement sa bibliothèque

Pris dans les tourments

- 985 : Gerbert doit être sur tous les fronts
- Le roi des Francs, Lothaire, est déterminé à reprendre la Lorraine et la Lotharingie
- Gerbert, les Capet et Adalbéron hostiles (le duc Hugues Capet est cousin d'Otton II)

- 986 : mort de Lothaire, son fils Louis V persiste
- Le roi s'en prend à Adalbéron, puis aux Otton

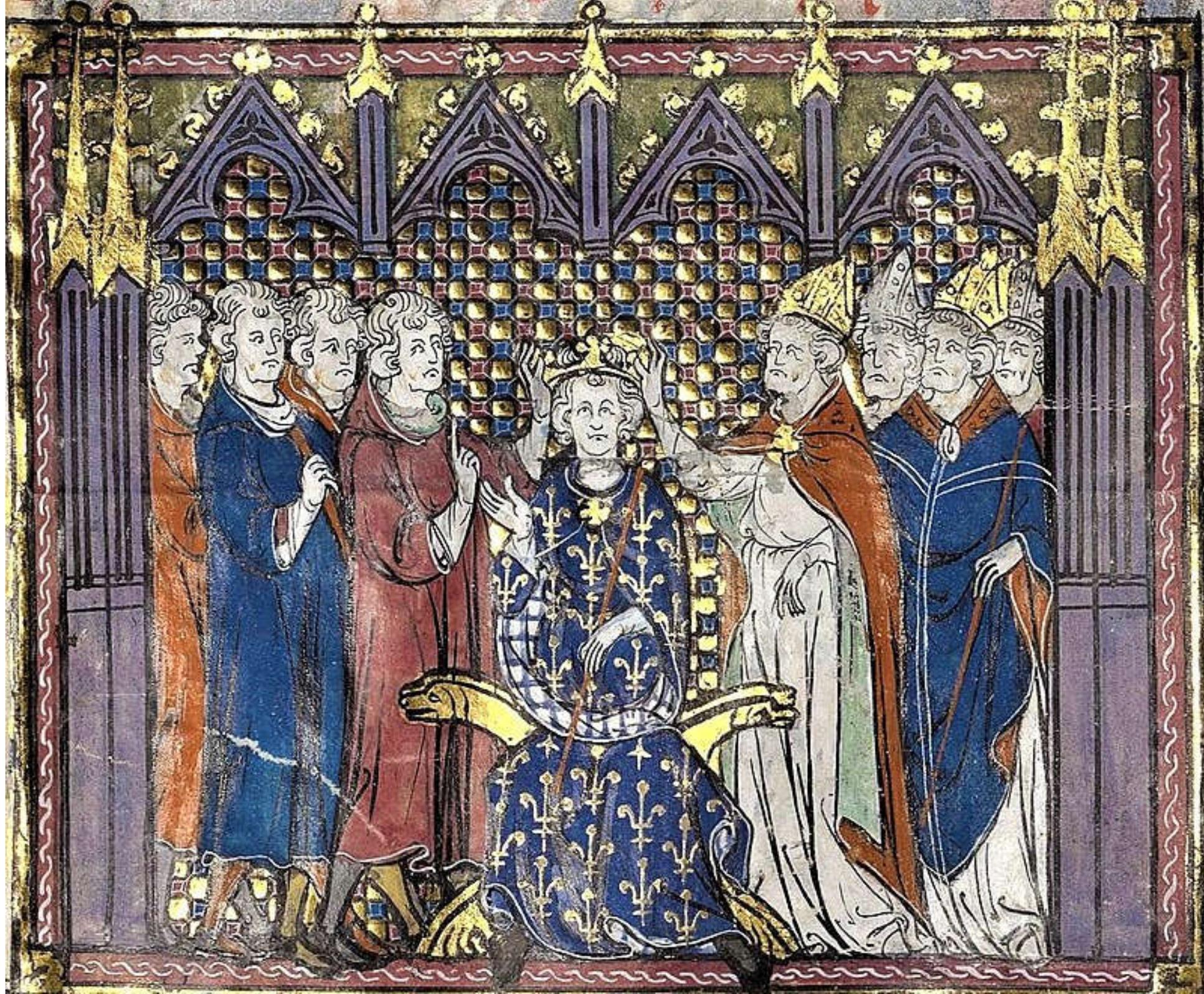
Un répit de courte durée

- 987 : mort du roi, Louis V
- Son oncle Charles de Basse-Lorraine, vassal d'Otton II, seul prétendant légitime au trône



XIV^e siècle / © Acoma, 2010

- Absent à une assemblée d'aristocrates réunie à Compiègne et présidée par Hugues Capet
- Hugues Capet couronné roi par Adalbéron !



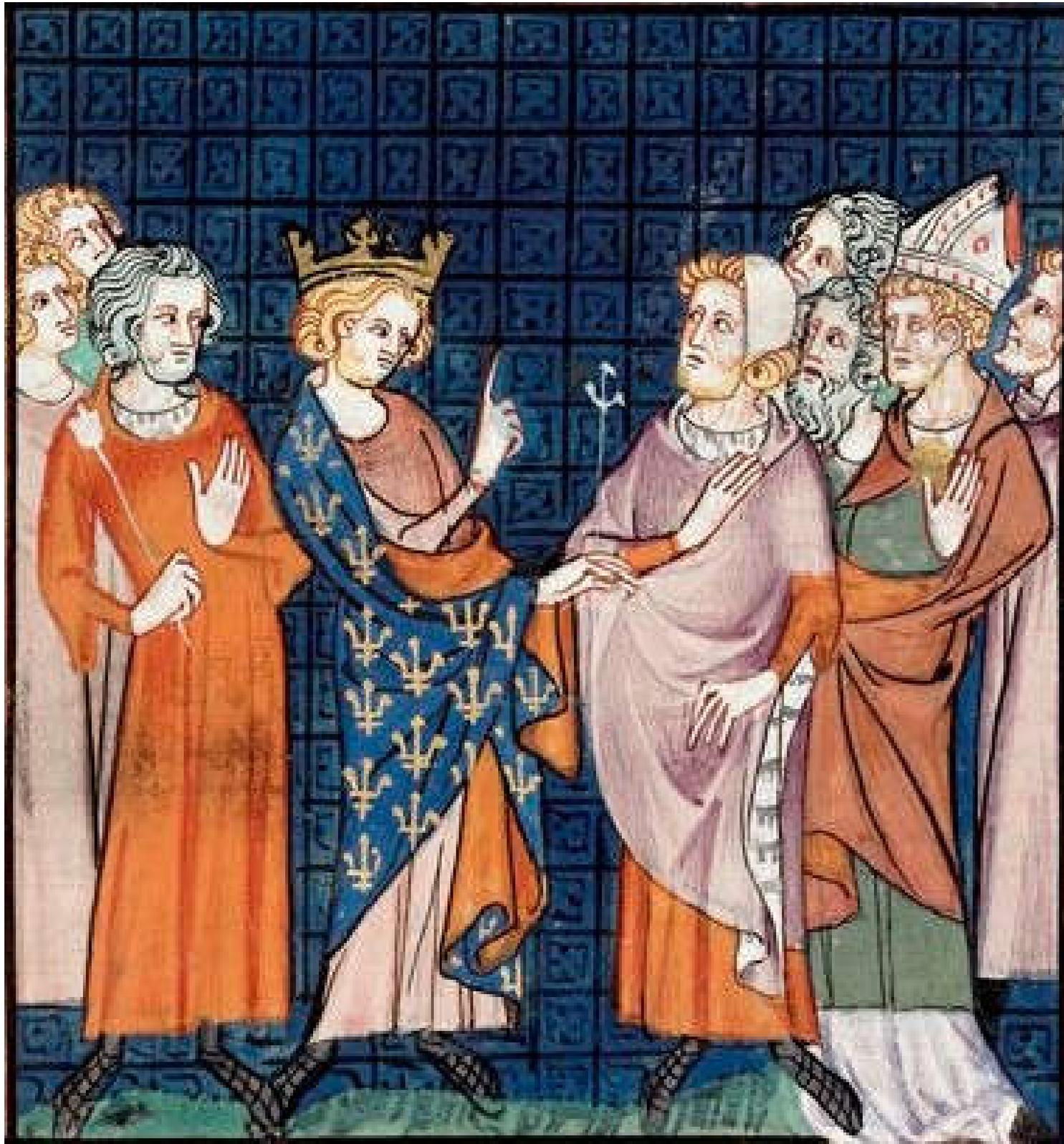
Trahison

- Gerbert secrétaire d'Adalbéron et du roi
- Charles de Basse-Lorraine furieux et humilié
- Assiège Laon, réputée imprenable
- S'en empare par trahison en 988
- La reine Emma est emprisonnée
- Le roi fait excommunier le traître, assiège Laon

989–991 : traversée du désert

- Mort d'Adalbéron ; Gerbert est effondré
- Il est naturellement candidat au plus prestigieux des sièges épiscopaux, celui de Reims
- Hugues Capet « *surprit tout le monde par son ingratitude* » en nommant Arnoul, 24 ans, un neveu de Charles de Basse-Lorraine !
- Arnoul promet d'œuvrer à faire la paix ; Gerbert sait qu'il ment mais doit se mettre à son service

Chroniques de France ou de Saint-Denis, XIV^e siècle / © Acoma, 2011



Nouvelle trahison

- Gerbert, terrifié, alerte en vain Hugues Capet
- Arnoul trahit, livre Reims à son oncle et brise le lien juridique de fidélité qui le lie au roi
- Reims prise d'assaut, la cathédrale profanée
- Gerbert, fiévreux et souffrant, est fait prisonnier

- Une fois libéré, il doit abandonner ses biens
- La « guerre » est déclarée

Gerbert archevêque de Reims !

- 990 : le roi des Francs est en danger
- Rome se tait

- 991 : Laon est prise par la ruse
- Les deux traîtres prisonniers
- Mort de Charles de Basse-Lorraine

- Le « *prudent, docile, affable et miséricordieux* »
Gerbert est nommé archevêque de Reims

Deuxième personnage du royaume

- Gerbert est archevêque-comte et archichancelier du royaume
- Il a le droit de frapper monnaie
- Il a le droit de disposer de chevaliers pour veiller à la sécurité de sa cité et de son diocèse

L'hostilité de la papauté

- Profession de foi de Gerbert :
« Je n'empêche pas le mariage. [...] Je ne condamne pas les secondes noces. [...] Je ne blâme pas qu'on prenne de la viande. »
- Tout en maintenant une foi très vive, refuse de sacrifier les droits de la raison
- Rome et la papauté (Jean XV puis Grégoire V) défendent Arnoul et attaquent Gerbert !

Gerbert excommunié ?

- Gerbert, épris de justice et blessé dans son orgueil, défend ses droits et ses privilèges
- Il reproche aux papes de n'être pas instruits
- 995 : synode (conflit entre Arnoul et Gerbert)
- Gerbert accusé d'avoir trahi son seigneur, laissé saccager l'église de Reims et permis l'invasion du siège épiscopal
- Se défend en expert reconnu en droit canon
- « Exclu » de la communion pour un mois

Un homme désabusé

- *« Fidèle en général à mes amis, partisan déclaré de la justice et de la vérité, sans dol, sans superbe »*
- *« Je ne réclame pas les biens qu'on m'a ravis, je ne regrette que mes affections brisées »*
- *« Rome n'a que des paroles de blâme pour les bons et des encouragements pour les méchants. Elle entretient des relations avec des hommes qu'elle devrait mépriser »*

L'affaire dégénère

- Arnoul toujours très soutenu
- Gerbert mène un combat contre la papauté vénale, corrompue et tous les traîtres à l'Église (un précurseur des idées anglicanes ?)
- Refuse cependant de créer un schisme

Petits arrangements entre amis

- 996 : mort du pape Jean XV
- Grégoire V, cousin d'Otton III, lui succède
- Gerbert sympathise avec Otton III (16 ans)
- Otton III sacré empereur par Grégoire V
- Gerbert devient son secrétaire

- Toujours emprisonné, Arnoul est rétabli, symboliquement, archevêque de Reims



Gerbert abandonné...

- 996 toujours : décès d'Hugues Capet, son fils Robert II, disciple de Gerbert, lui succède
- Le pape Grégoire V est chassé de Rome !
- L'antipape Jean XVI s'installe au Latran

- 997 : Gerbert attaqué par le pape, abandonné par ses paroissiens et par le roi
- Son élévation au siège de Reims avait excité contre lui l'envie des grands et du peuple

... mais combatif

- Gerbert n'est pas homme à s'avouer vaincu ou à s'asseoir sur ses principes
- Il écrit à tous ses correspondants
- Il rappelle les grands principes du droit et de l'organisation politique et religieuse

Une porte de sortie en Saxe

- Otton III lui demande d'être son précepteur
- 997–999 : Gerbert s'exile « en Allemagne » puis « en Italie » aux côtés de l'empereur
- Se réfugie dans ses études (arithmétique)
- Fabrique des instruments de musique
- Observe les étoiles, rédige un traité de logique

- Arnoul est libéré

« Faire le ménage » à Rome

- 998 : Gerbert et Otton III à Pavie
- L'antipape Jean XVI est mutilé et emprisonné
- Grégoire V est réinstallé au Latran

- Décidé à devenir empereur romain, Otton III s'installe sur le Palatin et « fait le ménage » à Rome, qui redevient la capitale du monde
- Il nomme Gerbert archevêque de Ravenne

La deuxième ville d'Italie

- Gerbert peut battre monnaie
- Souverain d'une principauté... qui jouxte les possessions de Bobbio, dont il est l'abbé !

- Retrouve toutes ses prérogatives
- Prend des mesures de réforme
- « Fait le ménage » dans son archevêché

Gerbert pape !

- 999 : mort du pape Grégoire V, à 29 ans
- Otton III et Gerbert accourent pour éviter l'élection d'un antipape
- L'empereur nomme son conseiller pape !
- Gerbert, excellent administrateur, réformateur avisé, est évêque de Rome

- À 50 ans environ, il est encore très actif





Gerbert devient Sylvestre II

- Otton III propose à Gerbert de prendre le nom Sylvestre II car il était appelé à travailler avec le nouvel empereur romain !
- Or, Sylvestre I avait baptisé le premier empereur chrétien, Constantin
- 999–1003 : dirige les affaires de la chrétienté avec Otton III à Rome à ses côtés

Titres et responsabilités

- Évêque de Rome
- Prince temporel de l'État pontifical (le Latium, la Tuscie romaine, la Sabine, la Campagne romaine)
- Souverain pontife
- Patriarche d'Occident
- Métropolitain d'une partie de l'Italie

Quatre années de règne

- 999 : pardonne à Arnoul, complètement rétabli dans ses fonctions ; solde de nombreux conflits
- Abandonne sa charge d'abbé de Bobbio
- Pour lutter contre l'aliénation des biens de l'Église (simonie), transforme les usages
- Ses décisions annoncent certaines coutumes féodales (patrimoine de saint Pierre, services militaires, métissage entre le fief et la censive)

La philosophie pour gouverner

- Sylvestre II n'est pas théocrate
- Accepte avec bienveillance le rôle d'Otton III
- Morale et politique ne font qu'un
- La politique est formée sur l'honnête et l'utile
- L'État doit être gouverné selon des principes philosophiques

La mort de Gerbert

- 1000 : tensions entre l'aristocratie et le tandem
- 1001 : Sylvestre II et Otton III créent, en Hongrie et en Pologne, une Église nationale
- Révolte de Rome : les deux hommes s'exilent

- 1002 : mort d'Otton III, à 22 ans
- Retour de Sylvestre II à Rome, avec son armée, en terrain très hostile
- 1003 : mort de Gerbert
(et, dans la foulée, du pape qui lui succède)

Un personnage fascinant...

- Plus proche de la Renaissance qu'attaché à la pensée médiévale
- « *Préfère les loisirs de l'étude aux incertitudes de la guerre* »
- Fidèle en amitié, hostile à l'injustice
- Musicien, concepteur, inventeur, mécanicien

... et vertueux

- Pieux, incorruptible, dévoué
- Bienveillant, magnanime, non rancunier
- Prône régularité, discipline et unité de l'Église
- Premier pape d'origine française (a succédé au premier pape d'origine germanique)

Un voyageur intrépide...

Aurillac → Catalogne :	500 km
Catalogne → Rome :	> 1 000 km
Rome → Reims :	> 1 200 km
Reims → Rome :	> 1 200 km
Rome → Reims :	> 1 200 km
Reims → Bobbio :	800 km
Bobbio → Reims :	800 km
Reims → Rome :	> 1 200 km
Rome → Reims :	> 1 200 km...

... et aventureux

... Reims → Saxe : 750 km

Saxe → Ravenne : 800 km

Ravenne → Pavie : 300 km

Pavie → Rome : 600 km

Rome → Ravenne : 400 km

Ravenne → Rome : 400 km

Soit un total de plus de 12 000 km !

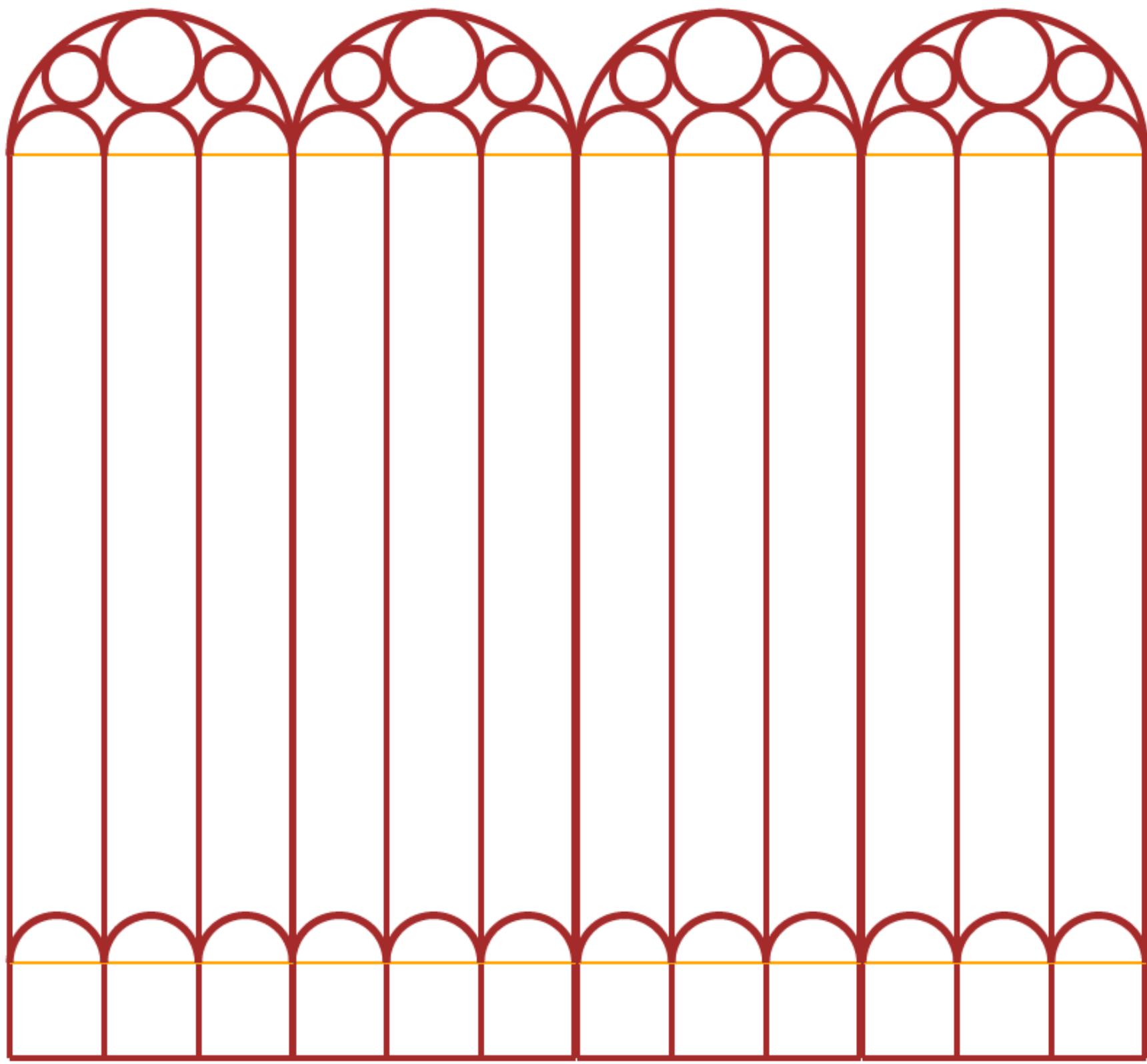
Mais Gerbert n'a jamais revu Aurillac...

Un abaque révolutionnaire

L'abaque de Gerbert (1)

- Abaque à jetons marqués
- Nécessite beaucoup de jetons !
- Exploite la puissante numération de position

- Manipulation des jetons, puis lecture directe
- Ne manque que le zéro pour un calcul écrit
- Permet la multiplication et la division

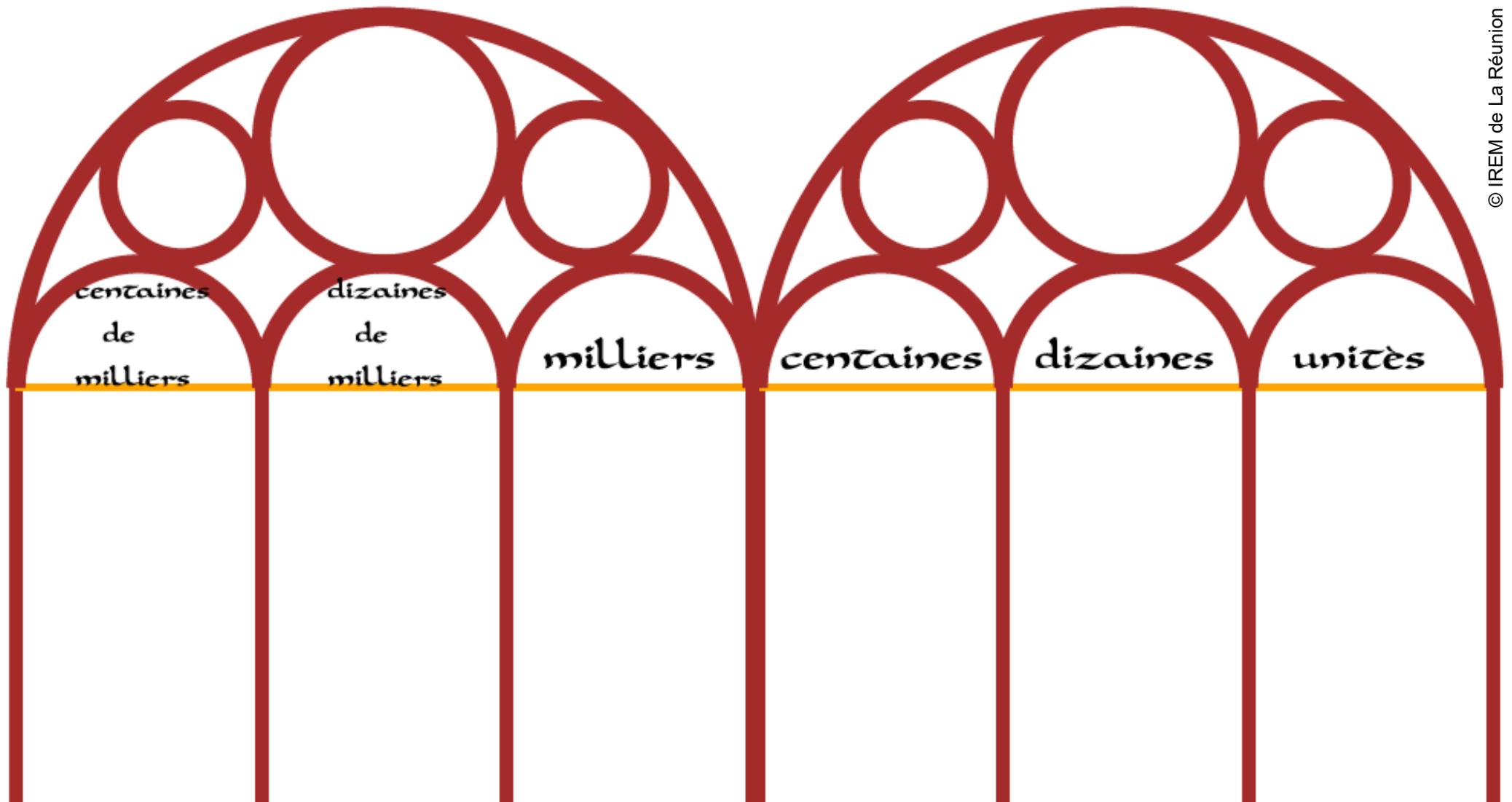


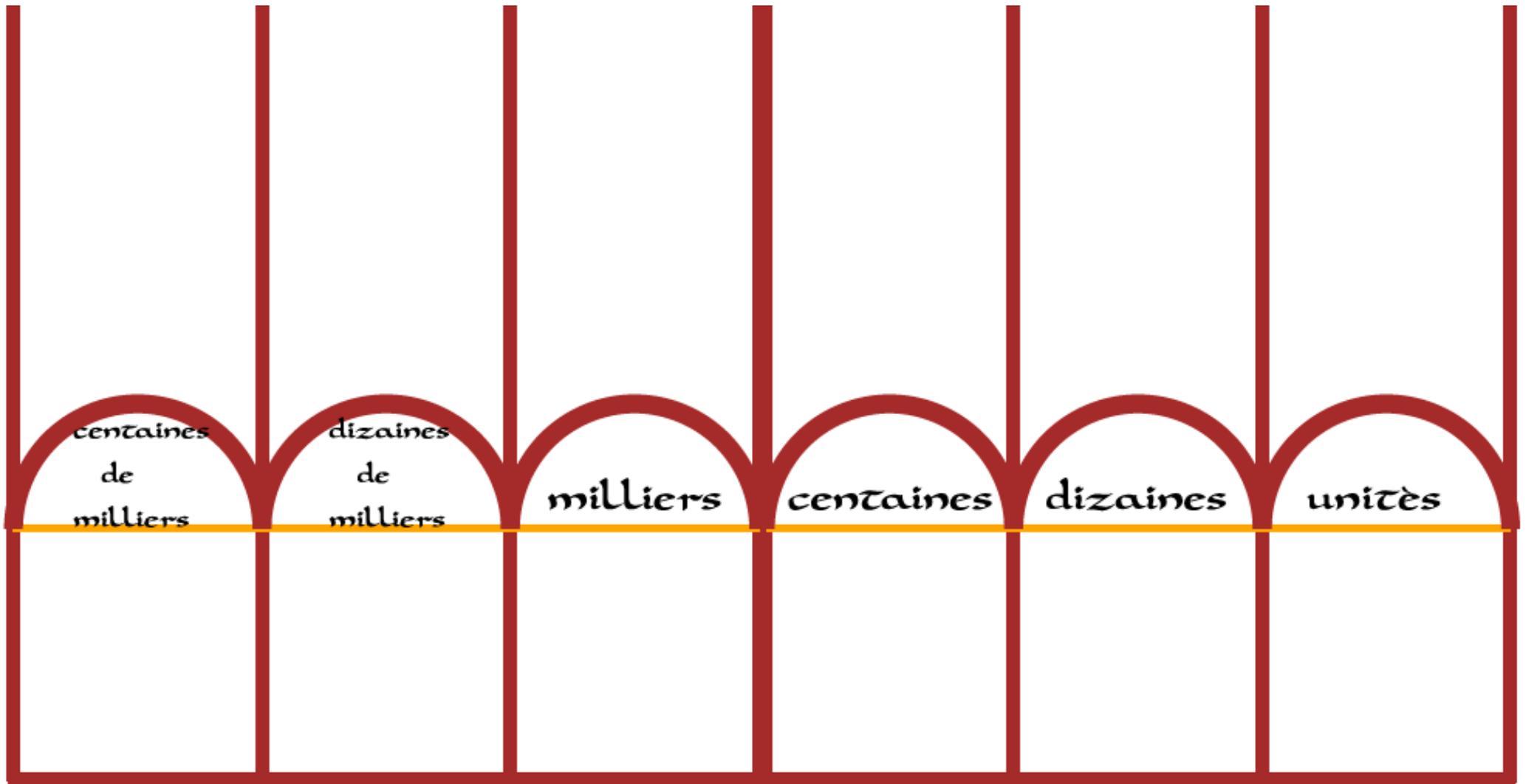
L'abaque de Gerbert (2)

- Planche pourvue de mesures
- Trente parties (colonnes ou lignes), dont trois pour les onces et les fractions
- On y dispose les jetons marqués de chiffres
- Permet de représenter tous les nombres, dans la mesure du nombre de jetons disponibles

- La notation représente visuellement ce qui est exprimé verbalement (numération de position)
- Gerbert regroupe les chiffres par paquets de 3

Abaque à arcs

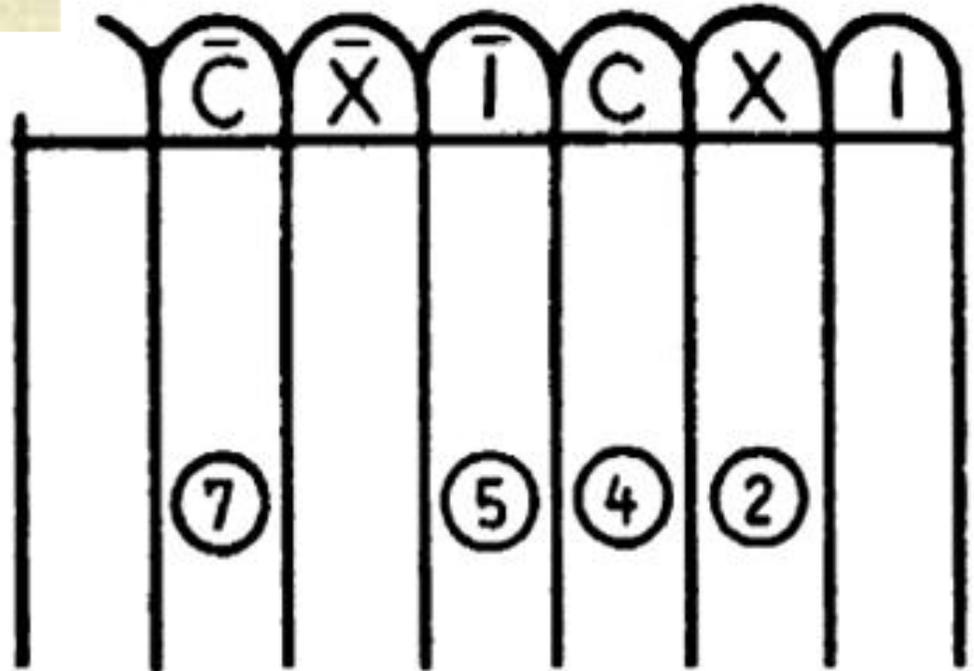
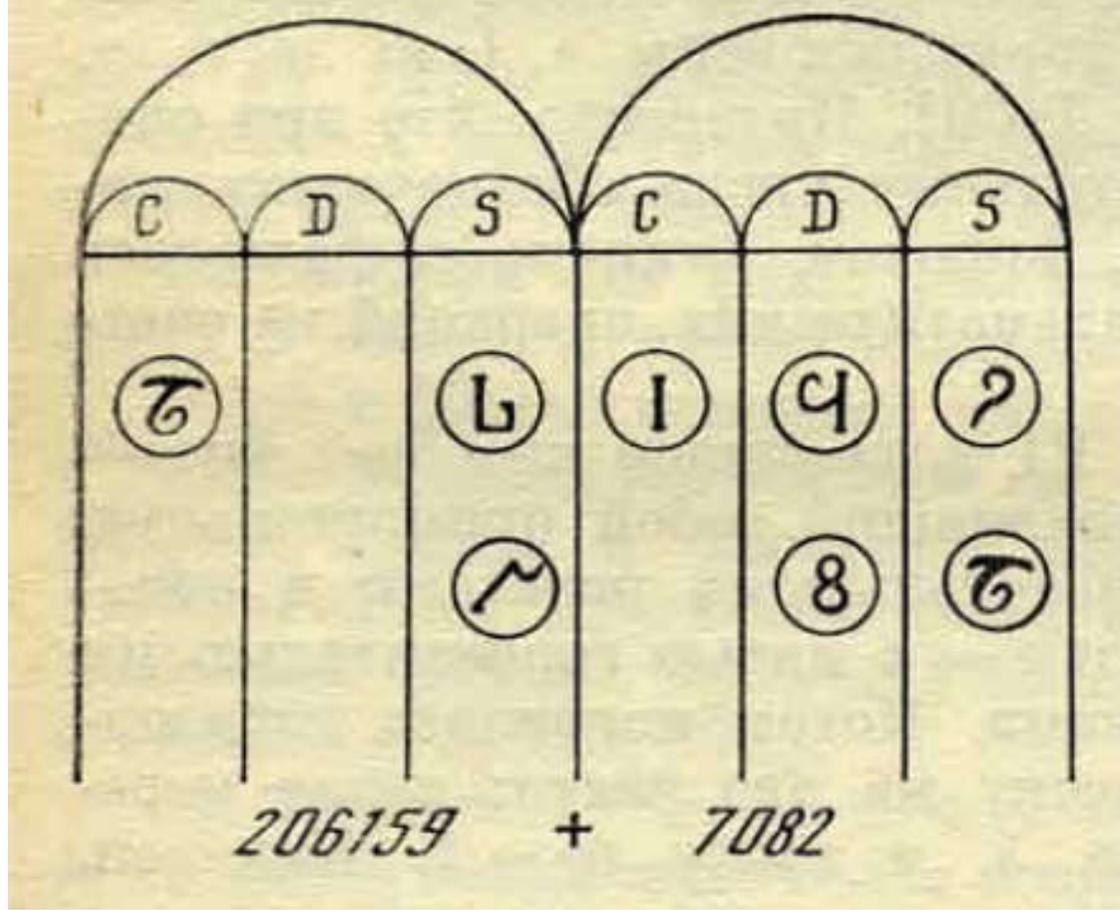




Un objet mystérieux

- Un instrument qui semble venir de nulle part
 - Documenté dès 983 (un outil pour les travaux pratiques en astronomie)
 - Ne semble pas inspiré d'un précédent abaque
 - Aucun tel objet même en Al Andalus !
-
- Révolutionne la multiplication et la division
 - Tombe cependant rapidement dans l'oubli

N.d.



Notation numérique utilisée

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

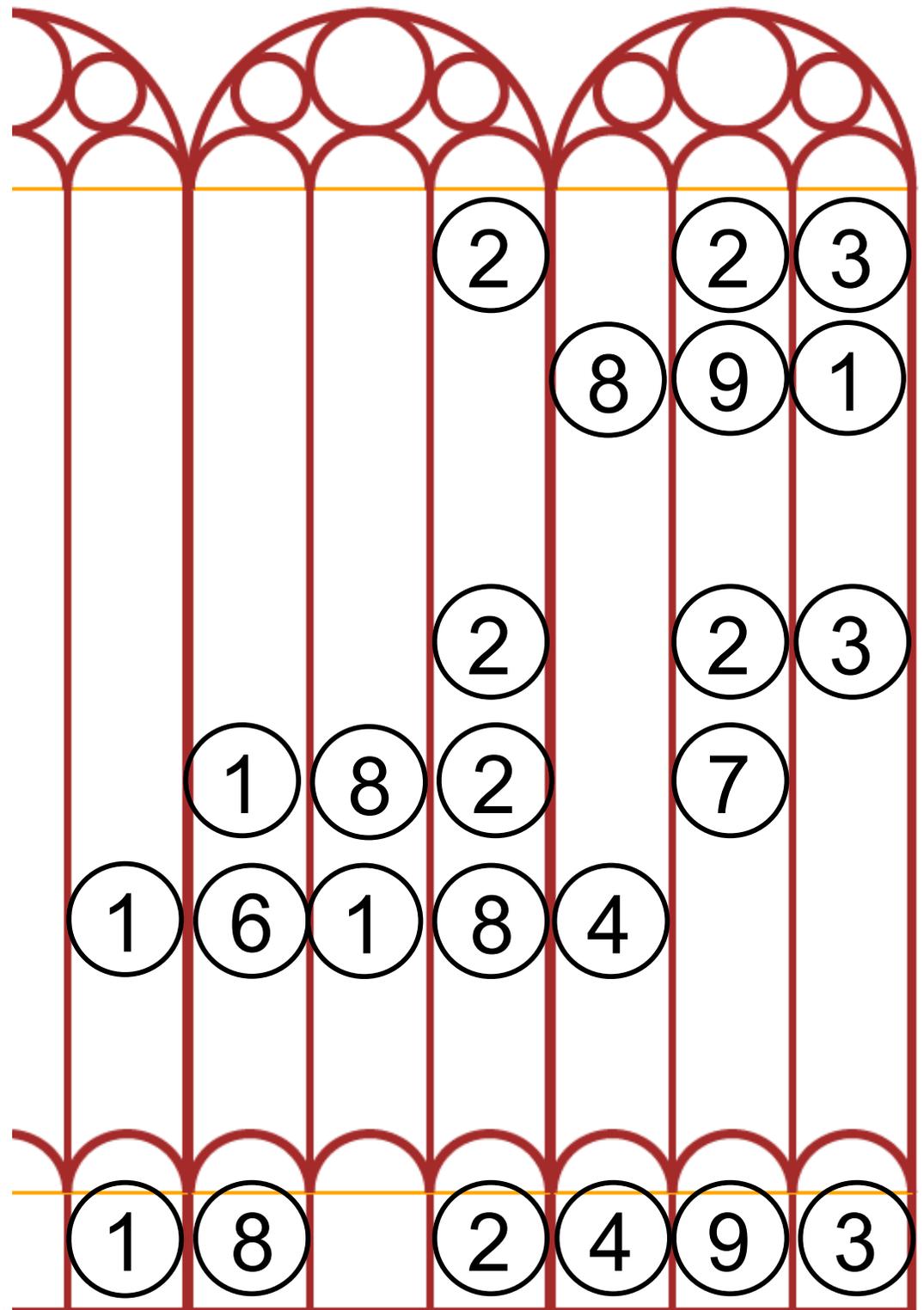
© MIT Press, 1977

(*Number words and number symbols, a cultural history of numbers*, Karl Menninger)

- Chiffres arabes de la famille *ghubar*
- Lettres numérales grecques
- À l'abaque de Gerbert ne manque que le zéro

Exemple
d'une
multiplication
(2 023 × 891)

C'est
l'algorithme
que nous
apprenons
à l'école !



Les faits

- La multiplication de Gerbert se pratique à l'écrit en Al Andalous depuis al-Khwarizmi (825)
- Première trace des chiffres arabes en Occident en 976 (monastère aragonais de Saint-Martin de Albelda de Iregua, royaume de Pampelune)
- Multiplications et divisions possibles sur abaque
- Très peu d'abaque à jetons marqués, en Occident comme dans le califat de Cordoue

Les chiffres arabes pour Gerbert

- Gerbert est un expert des abaques de l'époque
- Adopte et utilise les chiffres arabes (pionnier !)
- Symboles de marquage, pas opératoires
- Pas une matière d'étude, ni une fin en soi
- Les élèves de Gerbert pas du tout à l'aise...

Bien des questions en suspens

- Très peu d'abaques à jetons marqués existants.
D'où lui vient l'inspiration de son abaque ?
- L'algorithme de la multiplication de Gerbert peut être trouvé en perfectionnant sérieusement et en décortiquant minutieusement l'abaque romain, en approfondissant les ouvrages de Boèce, ou en lisant les travaux d'al-Khwarizmi.
D'où Gerbert tient-il sa technique ?

Beaucoup de questions en suspens

- L'abaque de Gerbert est un instrument remarquable mais perfectible. La numération de position, absente même de Catalogne, permet de disposer les chiffres arabes dans des colonnes et de réaliser des calculs.
Gerbert maîtrisait-il la numération de position en dehors de cet usage pratique ?
- Aucune mention du zéro chez ses élèves.
Gerbert avait-il le zéro en sa possession ?

Références

Gerbert d'Aurillac – Le pape de l'an mil. Pierre Riché, Fayard, 1987 (réédité en 2006)

Un portrait de Gerbert d'Aurillac. Alain Schärli, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2012

Lettres de Gerbert (983–997) publiées avec une introduction et des notes. Julien Havet, Alphonse Picard, 1889