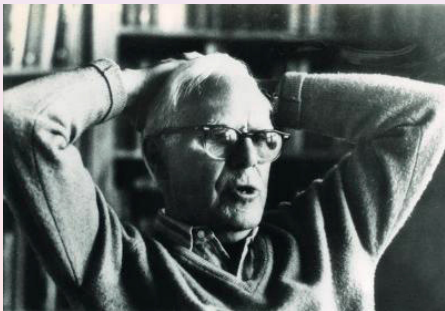


# Magie et statistique

## Gathering for Gardner

Avner Bar-Hen

21 octobre 2014





- Chapitre 4 Les paradoxes des statistiques.

- Chapitre 4 Les paradoxes des statistiques.

Dans ce chapitre, les statistiques contredisent notre intuition. Par exemple, le fait que deux personnes prisent au hasard, aient 1 chance sur 50 d'avoir un ami en commun, et 99 sur 100 d'être reliées par une chaîne de 2 personnes.

## Raisonnement vs Intuition

# Paradoxe des anniversaires

Pour avoir au moins une chance sur deux de trouver deux personnes ayant le même anniversaire, combien doit-il y avoir au minimum de personnes dans un groupe ?

2 personnes : la première peut avoir son anniversaire n'importe quand, la seconde n'importe quel autre jour

$$p_2 = \frac{364}{365} = 1 - \frac{1}{365}$$

3 personnes :  $\left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right)$

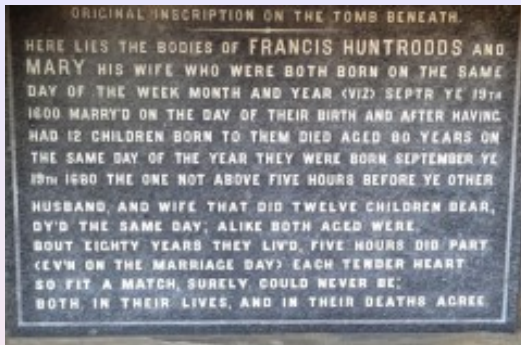
k personnes :  $\left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdots \left(1 - \frac{k}{365}\right)$

# Paradoxe des anniversaires

nb	Proba
1	1
2	0.99
5	0.97
10	0.88
20	0.58
22	0.52
23	0.49
30	0.29
50	0.03

Attention aux jumeaux (Raymond Smullyan, *le livre qui rend fou*)

# Huntrodds' day : 19 septembre



- 1/365.25 de partager son anniversaire avec son/sa partenaire.
  - $\approx 11.5$  millions de couples mariés au France  $\Rightarrow \approx 32.000$  couples mariés France partageraient un anniversaire.
  - $\approx 3$  couples sur dix les deux partenaires ont le même âge
- $\approx 3000$  couples qui peuvent souffler en même temps le même nombre de bougies.

- Une chance sur deux pour qu'il y ait au moins un jour sans anniversaire à souhaiter si on a environ 2285 amis
- Avec 5000 personnes on est quasiment sûr d'avoir un anniversaire à souhaiter tous les jours
- Si le haché (= le résumé) est codé sur  $b$  bits, il y a  $2^b$  résumés possibles : la probabilité pour que 2 textes parmi  $k$  aient le même haché.

$$1 - \left(1 - \frac{1}{2^b}\right) \left(1 - \frac{2}{2^b}\right) \cdots \left(1 - \frac{k-1}{2^b}\right)$$

Si  $b = 256$  alors avec  $k = 2.8 \times 10^{38}$  la proba est  $\frac{1}{2}$

- Échange de clé WEP sur le wifi

Amos Tversky et Daniel Kahneman : proba subjective  $w(p)$

$$w(p) = 1 - \frac{(1-p)^r}{(p^r + (1-p)^r)^{1/r}}$$

Avec  $r \approx 0.65$

Si  $p = 1/10$  alors  $w(p) = 1/4$

Plus  $p$  est petit et plus la distorsion est importante

Dans une loterie si on divise la proba de gain par 2, il n'est pas nécessaire de multiplier le gain par 2 pour avoir la même espérance subjective :

Intérêt des super cagnottes



Congratulations on a  
marvelous discovery!

Martin Gardner