*Sous-Commission des Mathématiques & Sciences Exactes*

# 137

## de l'ère pataphysique à l'aire de la physique

Il serait dommage que l'année 137 E. P. se termine sans que l'on comprenne comment ce nombre révèle le surgissement de la pataphysique, en tant que science des solutions imaginaires, au cœur même de la physique la plus fondamentale. Nous n'épiloguerons pas ici sur la survenue de ce nombre dans bien d'autres domaines, nous contentant de mentionner, à titre d'exemple, que dans *Pierrot le Fou*, le film de Jean-Luc Godard, Pierrot (Jean-Paul Belmondo), espérant le retour de Marianne (Anna Karina) qui vient de le quitter, compte jusqu'à 137 avant de perdre espoir. Mais nous devons relever que le caractère éminemment pataphysique de ce nombre fut magnifiquement attesté par le Transcendant Satrape Boris Vian lui-même, puisque dans son ineffable « Calcul de Dieu », il écrivait en conclusion

> « ...tout individu d'un ordre de grandeur un peu élevé (Dupont = 137 par exemple) peut à bon droit se déclarer supérieur à Dieu[1]. »

On verra ci-dessous que le choix de cet exemple, resté inexpliqué jusqu'ici, ne doit rien au hasard.

### *Un nombre d'or de la physique*

La physique théorique possède son nombre d'or, qui porte dans le jargon professionnel le doux nom de « constante de structure fine » et se note conventionnellement $\alpha$. On donne en général la valeur numérique de son inverse, qui vaut environ ... 137 ! Plus exactement, les dernières évaluations donnent

1. Boris Vian, « Le calcul de Dieu, par des méthodes numériques simples et fausses », *Alliage* no 11-12, spécial « Savoir ...Rire » (printemps-été 1992), 171-176.

$$1/\alpha = 137{,}035999084 \pm 0{,}000000051\,,$$

résultat dont on admirera la précision — un véritable tour de force expérimental et théorique à la fois.

Ce nombre apparut d'abord au début du xx^e^ siècle dans l'étude des spectres atomiques, dont il caractérise la « structure fine », c'est-à-dire l'effet des faibles corrections aux niveaux d'énergie des atomes, de l'ordre du pour cent donc, qu'exige la prise en compte de la relativité einsteinienne. Les physiciens prirent ensuite conscience que la signification de cette constante est beaucoup plus profonde et son rôle bien plus général[2]. La constante de structure fine est en effet une combinaison de constantes physiques fondamentales, à savoir la charge électrique élémentaire (celle de l'électron par exemple) $e$, la constante de Planck qui régit le monde quantique $\hbar$, et la vitesse limite (dite « vitesse de la lumière ») qui gouverne la structure de l'espace-temps $c$. En termes de ces constantes, et dans un système d'unités adapté, elle s'exprime par la formule

2. Pour une histoire de la constante de structure fine, incluant ses avatars numérologiques, voir Helge Kragh, « Magic number: a partial history of the fine-structure constant », *Arch. Hist. Exact Sci.* 57 (2003), 395-431.

$$\alpha = e^2/\hbar c.$$

Son caractère essentiel est d'être une grandeur purement numérique — un « nombre sans dimensions » disent les physiciens —, ayant même valeur quelles que soient les unités choisies (autrement dit, ne dépendant pas de la décision plus ou moins arbitraire de mesurer les longueurs en mètres ou en lieues, les temps en secondes ou en années, les masses en kilogrammes ou en livres, etc.). C'est donc une propriété numérique absolue de la nature, à la différence des constantes $e, \hbar, c$ elles-mêmes, dont la valeur dépend justement des unités adoptées. La signification physique de $\alpha$ découle de son expression : ce nombre caractérise la théorie quantique (ce dont témoigne la présence de $\hbar$) et relativiste ($c$) de l'électromagnétisme ($e$). En termes encore un peu différents, on considère aujourd'hui $\alpha$ comme la « constante de couplage » absolue des interactions électromagnétiques. Le carré de la charge électrique élémentaire $e$ mesure en effet l'intensité du couplage entre les particules chargées (électrons par exemple) et le champ électromagnétique (photons). En la rapportant aux constantes fondamentales $\hbar$ et $c$, on obtient la constante de couplage « sans dimensions » $\alpha$. On dira encore que $\alpha$ est une mesure de la charge électrique élémentaire (ou plutôt de son carré) dans le système d'unités « naturel » où l'on prend les constantes fondamentales $\hbar$ et $c$ comme étalons.

## *Les malheureuses tentatives de Sir Arthur*

La valeur numérique (absolue, insistons-y encore) de $\alpha$ a fasciné les physiciens depuis la mise en évidence de cette constante. Pourquoi donc 1/137 (et des poussières) et pas un « nombre pur » plus « naturel » : un petit entier (1, 2, 3, etc.) ou un nombre simple comme $\sqrt{2}$, $\pi$ ou $e$ (pas le même ! celui des mathématiciens, la constante d'Euler, qui vaut 2,72818) ? Pour pythagoricienne qu'elle paraisse, cette question n'en a pas moins suscité un certain nombre de réponses. La plus célèbre fut celle d'Eddington, astrophysicien de grand renom, mais parfois métaphysicien hétérodoxe — et sans aucun doute pataphysicien qui s'ignorait. À son époque — nous sommes au début des années 30 du XX^e^ siècle —, la valeur numérique de $1/\alpha$, basée sur les données expérimentales alors disponibles, était compatible avec le nombre entier 136, qui paraît bien receler quelques qualités particulières. Eddington partit de l'idée que nous vivons dans un univers à quatre dimensions (trois d'espace et une de temps)[3]. Construisant sur cet espace des matrices, ou tableaux carrés $4 \times 4$, nous obtenons des entités à $16$ composantes qui définissent un nouvel espace. On considère alors de nouvelles matrices, $16 \times 16$, mais symétriques par rapport à leur diagonale. Sur leurs $256$ éléments, $16$ appartiennent à ladite diagonale et les $240$ restants sont égaux deux à deux. On a en tout $240/2+16=136$ éléments indépendants, qu'Eddington, de façon tout à fait obscure, interprétait comme correspondant à autant de « degrés de liberté » d'une particule élémentaire. En d'autres termes, il tentait de donner un contenu physique à l'identité $136=4^2(4^2+1)/2$. Mais les résultats expérimentaux montrèrent bientôt que la valeur de $1/\alpha$ était plus proche de $137$. Il en fallait plus pour décourager Eddington qui concocta un argument ad hoc lui permettant de rajouter l'unité manquante à son premier résultat[4].

Au lecteur du *Correspondancier*, ce type d'argumentation ne saurait manquer de rappeler le classique calcul pataphysique de la surface de Dieu[5] ou d'ailleurs « les méthodes simples et fausses » du calcul de Dieu lui-même par le Transcendant Satrape Boris Vian, déjà mentionné[6]. Les idées d'Eddington furent ridiculisées par quelques jeunes physiciens, G. Beck, H. Bethe (plus tard prix Nobel) et W. Riezler dans ce qui reste un des plus beaux exemples de canular scientifique. Ils envoyèrent en 1931 à la réputée revue *Naturwissenschaften* un bref article dont il vaut la peine de donner la traduction[7]. Sous

3. Arthur S. Eddington, « On the value of the cosmical constant », *Proc. Royal Soc.* A 133 (1931), 605-615.

4. Arthur S. Eddington, « The theory of electric charge », *Proc. Royal Soc.* A 138 (1932), 17-41.

5. Alfred Jarry, *Gestes et opinions du docteur Faustroll, pataphysicien*, livre VIII, chapitre XLI.

6. *Op. cit.*

7. G. Beck, H. Bethe, W. Riezler, *Naturwiss.* 2 (1931), 38.

le titre irréprochablement sérieux « Quelques remarques sur la théorie quantique du zéro absolu », les auteurs écrivaient :

> Considérons un réseau cristallin hexagonal. La température du zéro absolu est caractérisée par l'immobilisation de tous les degrés de liberté, à l'exception du mouvement des électrons sur leurs orbites de Bohr. Suivant Eddington, chaque électron possède $1/\alpha = 137$ degrés de liberté. Outre les électrons le réseau cristallin contient un nombre égal de protons [le neutron n'avait pas encore été découvert]. Pour arriver au zéro absolu, nous devons donc retirer à chaque paire électron-proton $2/\alpha - 1$ degrés de liberté puisqu'un degré de liberté reste associé au mouvement de l'électron sur son orbite. Nous obtenons donc pour la température du zéro absolu :
>
> $$T_0 = -(2/\alpha - 1) = -(2 \times 137 - 1) = -273°\,,$$
>
> ce qui est très proche de la valeur expérimentale, soit $-273{,}15\ldots°\mathrm{C}$. On note que ce résultat ne dépend pas de la nature du réseau cristallin.

La rédaction du journal imprima ce texte en toute candeur avant de se rendre compte de l'énormité du pastiche et d'exiger (sans succès) des excuses de la part des auteurs pour leur crime de lèse-majesté à l'égard du ponte qu'était Eddington. Sans doute cette parodie relève-t-elle largement d'une *private joke* de physiciens, jouant en particulier sur la polysémie du mot « degré », l'humour ici pratiqué n'étant lui-même pas du premier (sans pour autant être du cent-trente-septième). Mais chacun peut comprendre qu'il s'agit d'une pure coïncidence numérique, et que la température du zéro absolu n'a strictement aucun rapport avec la constante de structure fine, la première dépendant d'ailleurs de la convention choisie quant à l'échelle de température (en degrés Fahrenheit, la coïncidence disparaîtrait). Le canular des trois jeunes physiciens allemands, alors en Angleterre, leur valut au surplus une attaque dans un journal nationaliste allemand les accusant d'un comportement antipatriotique dans leur allusion aux « degrés de libertés » supprimés[8].

La tentative d'Eddington se plaçait dans le cadre de sa fort étrange théorie universelle où les nombres de la forme $f(n) = n^2(n^2+1)/2$ [soit $f(n) = 1, 10, 45, 136, 325, 666\ldots$ pour $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\ldots$] jouaient un rôle particulier. Le grand physicien Max Born, après avoir indiqué : « Je ne puis critiquer l'établissement de ces relations, car je n'ai pas réussi à le comprendre », remarque ironiquement à propos de ces nombres $f(n)$ :

8. Anecdote rapportée par H. M. Nussenzweig, *Consortium News* [U. of New Mexico] (1er février 2005), 2.

Ce sont des nombres de l'Apocalypse, dont on peut réécrire quelques lignes célèbres (XII, 11-18) sous la forme suivante : "Puis je vis une autre Bête monter de la terre : elle avait $f(2)$ cornes… Le nombre de la Bête est $f(6)$." Mais dans le passage (XIII, 5), "et on lui donna le pouvoir de faire la guerre pendant $x$ mois", le nombre $x(=42)$ doit-il être interprété comme $1\times f(3)-3\times f(1)$ ou comme $[f(4)-f(2)]/3$ ? La discussion est ouverte[9].

9. Max Born, *La théorie et l'expérience en physique*, Gauthier-Villars (1955), 42-43.

De toute façon, l'on apprit assez vite que $1/\alpha$ n'est pas un nombre entier, ce qui suffit à invalider toute tentative à la Eddington.

## *Numérologies modernes*

Dès les années 30 du xx[e] siècle, avaient été proposées, sans guère de justifications théoriques sérieuses, diverses expressions « simples » pour la constante $\alpha$ — par exemple :

$$\alpha=\pi/2^4 3^3,$$

ce qui donnerait

$$1/\alpha=137{,}50987\ldots,$$

valeur vite exclue par des mesures plus précises.

Voici une quarantaine d'années, une tentative de calcul théorique de la constante de structure fine, via une interprétation géométrique, fut proposée par un mathématicien zurichois, A. Wyler[10]. Les équations de Maxwell, qui régissent les interactions électromagnétiques dont, rappelons-le, $\alpha$ est la constante de couplage, sont invariantes sous un groupe de transformations spatio-temporelles appelé « groupe conforme », qui inclut le groupe usuel des transformations de Lorentz définissant la relativité einsteinienne. Wyler associe alors la constante de structure fine à un certain domaine d'un espace (à 5 dimensions) dans lequel opère le groupe conforme. Il calcule le volume de ce domaine et obtient la valeur :

10. A. Wyler, *C. R. Acad. Sci. Paris* 169 A (1969), 743 et 171 A (1969), 186.

$$\alpha=\frac{3^2}{2^3\pi^4}\left(\frac{\pi^3}{2^4 5!}\right)^{1/4}$$

soit encore,

$$1/\alpha=2^{19/4}3^{-7/4}5^{1/4}\pi^{11/4}=137{,}036082\ldots$$

en accord assez remarquable avec la valeur expérimentale (non-entière !). L'argumentation de Wyler est pourtant d'une obscurité qui n'a guère permis à ses collègues de la discuter, encore moins d'en être convaincus, tant est grand l'arbitraire du choix du domaine dont il calcule le volume[11], sans même parler de la relation entre ce volume et la signification physique de la constante. Le résultat de Wyler avait pourtant à l'époque suscité un grand intérêt dans la mesure où il paraissait fort improbable que l'on puisse exprimer un nombre d'origine physique avec une telle précision au moyen de puissances fractionnaires assez simples des trois plus petits nombres premiers et de *pi*. Mais on s'aperçut assez rapidement qu'une telle coïncidence n'a rien de remarquable[12]. Ainsi, R. Roskies, de Stanford, obtint en quelques secondes sur un ordinateur programmé à cet effet des expressions *ad hoc* analogues à celle de Wyler et aussi précises :

$$2^{-19/4}3^{-10/3}5^{17/4}\pi^{-2} = 137{,}035938\ldots$$
$$2^{-13/4}3^{17/4}5^{2/3}\pi^{3/4} = 137{,}036163\ldots$$
$$2^{-2/3}3^{7/3}5^{11/3}\pi^{-7/2} = 137{,}036120\ldots$$
$$2^{5/3}3^{-8/3}5^{5/2}\pi^{7/3} = 137{,}036007\ldots$$
$$2^{8/3}3^{3/4}5^{-1/2}\pi^{8/3} = 137{,}036289\ldots$$

D'autres formules tout aussi impressionnantes ont été indiquées par I. Giaever :

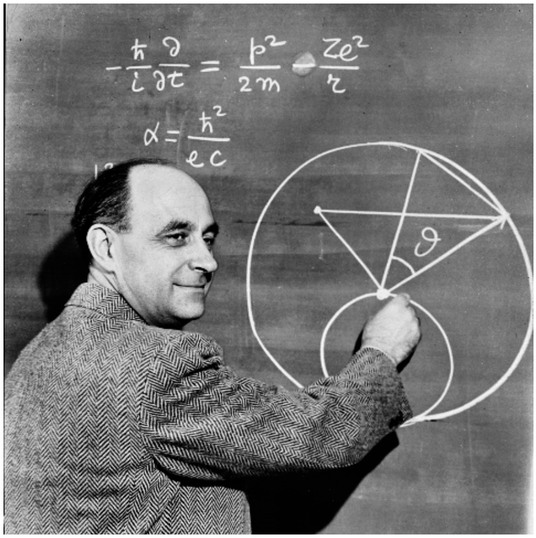
$$2^{1/6}5^{1/2}e^{4} = 137{,}03597\ldots$$

et par E. D. Reilly Jr :

$$4\pi^3 + \pi^2 + \pi = 137{,}03630\ldots$$

Enfin, une analyse statistique d'ailleurs assez simple, due à A. Peres, indique que l'existence d'une façon au moins d'exprimer un nombre quelconque comme un produit de puissances simples de quelques petits nombres arbitrairement choisis n'a rien d'étonnant, mais est au contraire hautement plausible. Dans la mesure où les fondements théoriques de la formule de Wyler restent pour le moins obscurs, seule un accord numérique très improbable aurait pu emporter quelque conviction. On vient de voir qu'en l'occurrence la coïncidence semble au contraire assez banale et loin d'être unique.

11. B. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* 27 (1971), 1546.
12. Voir les diverses contributions mentionnées ci-après in *Physics Today* (2 novembre 1971).



*Le grand physicien Enrico Fermi (1901-1954) devant un tableau noir où il a écrit la constante de structure fine* $\alpha$ *…de façon erronée !*

## *Pythagore pas mort*

Depuis l'époque d'Eddington, la physique fondamentale a dû prendre en considération bien d'autres « nombres purs » de grande importance : les constantes de couplage des autres interactions (nucléaires, par exemple), les rapports des masses des particules (dites) élémentaires, etc. Si certains d'entre eux ont fait l'objet de tentatives d'interprétation numériques ou géométriques sauvages, aucune de ces propositions n'a été retenue. Il semble bien que seule une théorie physique très élaborée, prenant en compte la dynamique quantique et relativiste de la matière à l'échelle microscopique pourra éclairer ces nombres pour l'instant énigmatiques. Cependant, des propositions plus ou moins farfelues continuent à fleurir, l'internet leur assurant un accueil sans contrôle et une certaine visibilité[13]. De fait, il est intéressant, au plan épistémologique, de remarquer l'attrait que conserve une sorte de néo-pythagorisme implicite : ramener la vision actuelle du monde physique, si complexe, à quelques nombres « purs et simples » reste un idéal tentant.

13.Voir, par exemple, Charles W. Johnson, [www.earthmatrix.com/sciencetoday/fractal_units_electron_atom.pdf] ; James G. Gilson, [www.maths.qmul.ac.uk/~jgg/page5.html].

Jean-Marc Lévy-Leblond
Auditeur Emphythéote, C.E.O.G.G.