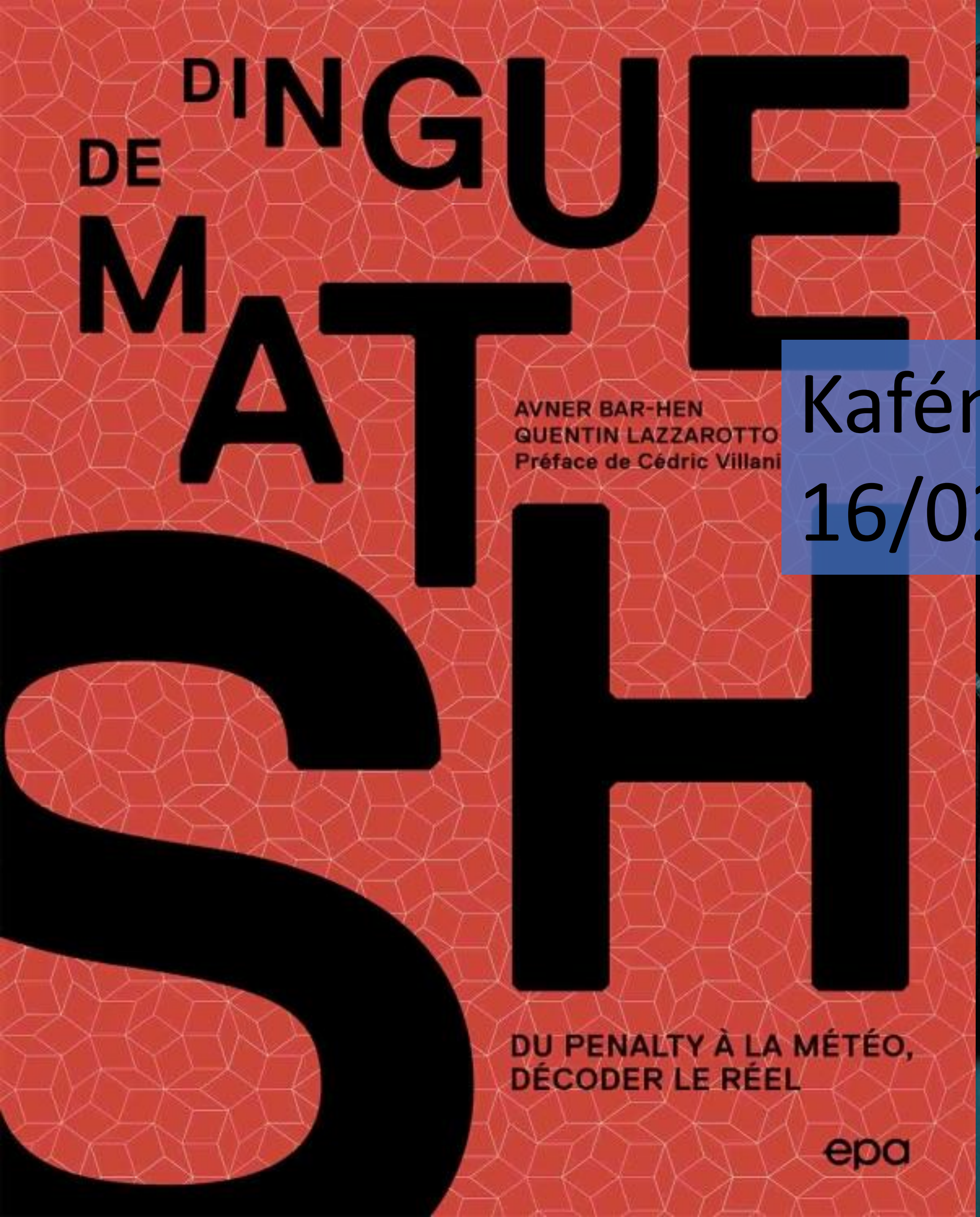
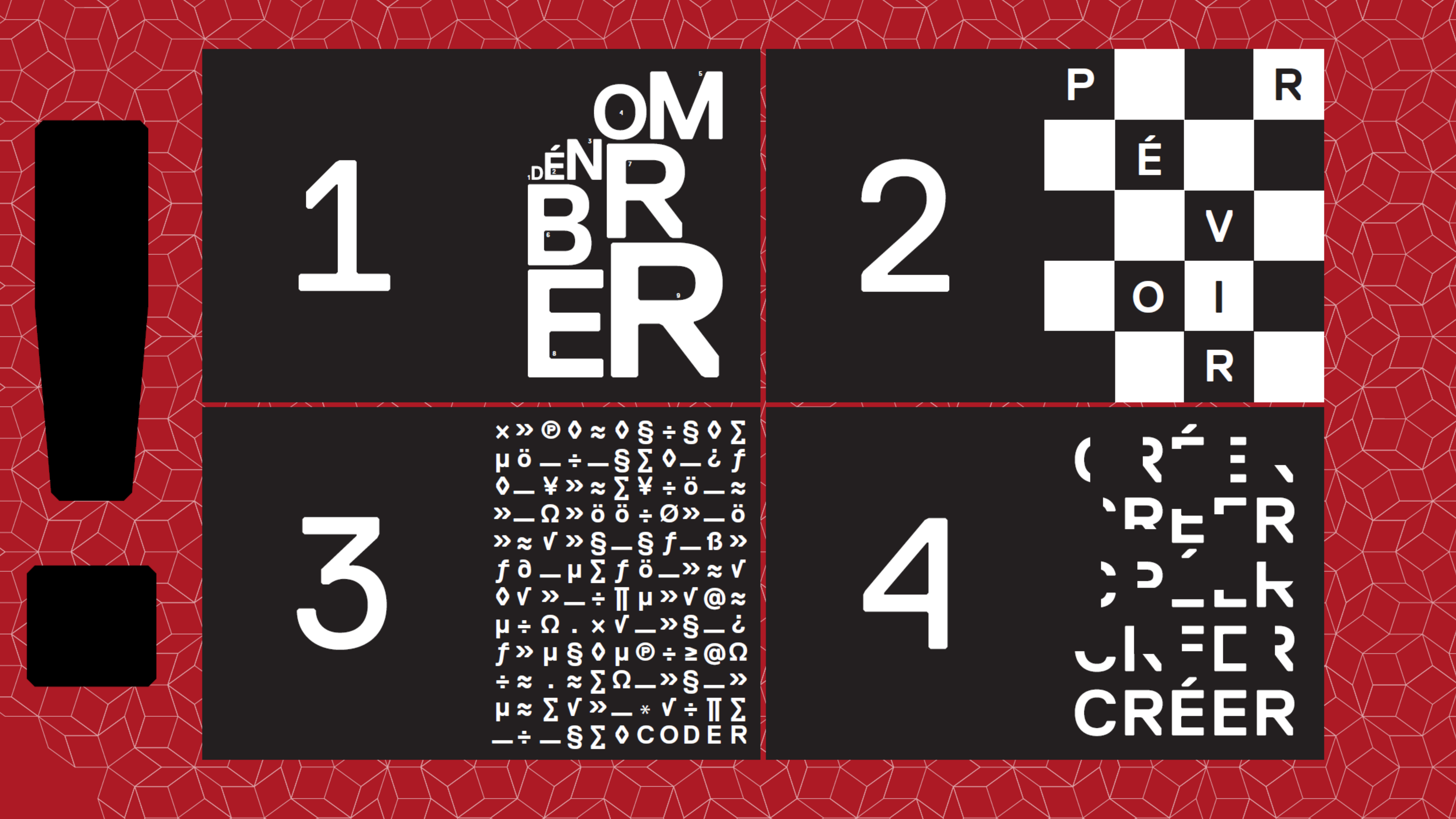
Kafémath
16/02/2023



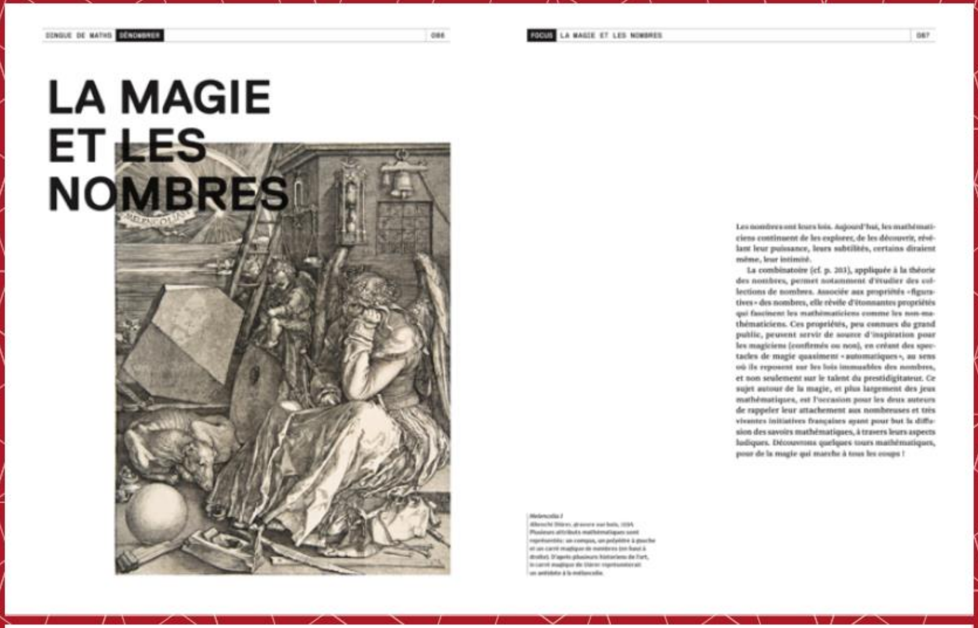

1
DÉNOMBRER
2
PRÉVOIR
3
CODER
4
CRÉER


DINGUE DE MATHS DÉNOMBRER 032
DES MÉDICAMENTS À LA MONNAIE
Les nombres de Frobenius
La vente des médicaments à l'unité est souvent évoquée pour éviter le gaspillage, délivrer la dose exacte prescrite par le médecin et ainsi réduire le déficit de la Sécurité sociale. L'idée est probablement intéressante, mais on pourrait aussi réfléchir à la contenance des boîtes. Ce qui va amener à s'interroger également sur la taille des boîtes de nuggets ou sur la valeur des pièces en circulation. Cette question est ancienne dans l'industrie. Par exemple, comme on ne peut fabriquer des fusibles pour chaque maison, il va falloir mettre en place une gamme pas trop grande, qui s'adapte aux différentes situations.
DES MÉDICAMENTS À LA MONNAIE LES NOMBRES DE FROBENIUS 033
SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES
Suite géométrique
40
63
100
Suite arithmétique
64
82
100


DINGUE DE MATHS PRÉVOIR 160
LE FOOT
L'équilibre de Nash
MESTALLA
Au moment d'un tir au but (ou d'un penalty), le joueur veut mettre le ballon dans la cage alors que le gardien doit l'en empêcher. L'équilibre de Nash désigne la stratégie optimale, c'est-à-dire celle qui donne autant de chances à l'un de marquer qu'à l'autre de ne pas encaisser de but. La vie étant en grande partie composée de choix, ce résultat fondamental de la théorie des jeux est souvent utile.
LE FOOT L'ÉQUILIBRE DE NASH 161
LE DILEMME DU PRISONNIER


DINGUE DE MATHS CODER 234
LE GPS
La triangulation
L'invention du GPS a révolutionné notre utilisation des cartes et des itinéraires. Ce ne sont pas les joueurs de Pokémon Go, occupés à capturer des pokémons disséminés selon leur géolocalisation, qui diront le contraire! Mais comment ce GPS fonctionne-t-il et est-il vraiment exact? Un petit cours de mathématiques et de géométrie sur la triangulation s'impose pour mesurer sa précision très relative.
LE GPS LA TRIANGULATION 235
LE GPS ET SON RÉSEAU DE SATELLITES


DINGUE DE MATHS CRÉER 282
LA MESURE DE LA COULEUR
La colorimétrie
Le langage est bien trop limité et trop imprécis pour définir de manière universelle les centaines de milliers de couleurs discernables à l'œil nu. Si les Inuits ont cinquante mots pour évoquer la blancheur de la neige, nous n'en avons pas assez pour comparer la teinte d'un vin de Bourgogne à celle d'un vin de Bordeaux. Certains artistes, comme Yves Klein ou Pierre Soulages, ont fait de la couleur une image de marque la rendant immédiatement identifiable. Mais comment faire si l'on ne veut pas peindre sa cuisine en bleu Klein ou en noir Soulages? Afin de communiquer à un peintre la bonne couleur, il faut utiliser la colorimétrie, discipline qui mesure et codifie les couleurs et qui permet de créer les très utiles nuanciers de couleurs.
LA MESURE DE LA COULEUR LA COLORIMÉTRIE 283
ONDES ET PERCEPTIONS
DU CERCLE CHROMATIQUE AU MODÈLE RVB



LA MAGIE ET LES NOMBRES

Les nombres ont leurs lois. Aujourd'hui, les mathématiciens continuent de les explorer, de les découvrir, révélant leur puissance, leurs subtilités, certains diraient même, leur intimité.

La combinatoire (cf. p. 201), appliquée à la théorie des nombres, permet notamment d'étudier des collections de nombres. Associée aux propriétés « figuratives » des nombres, elle révèle d'étonnantes propriétés qui fascinent les mathématiciens comme les non-mathématiciens. Ces propriétés, peu connues du grand public, peuvent servir de source d'inspiration pour les magiciens (confirmés ou non), en créant des spectacles de magie quasiment « automatiques », au sens où ils reposent sur les lois immuables des nombres, et non seulement sur le talent du prestidigitateur. Ce sujet autour de la magie, et plus largement des jeux mathématiques, est l'occasion pour les deux auteurs de rappeler leur attachement aux nombreuses et très vivantes initiatives françaises ayant pour but la diffusion des savoirs mathématiques, à travers leurs aspects ludiques. Découvrons quelques tours mathématiques, pour de la magie qui marche à tous les coups !

PRÉVOIR LE CIEL AVEC LES ÉPHÉMÉRIDES

En astronomie, une éphéméride (du grec ἐφημερίς : journal, agenda) se présente comme un calendrier, qui annonce à l'avance différentes caractéristiques des objets célestes : phases de la Lune, position des planètes, luminosité des étoiles…

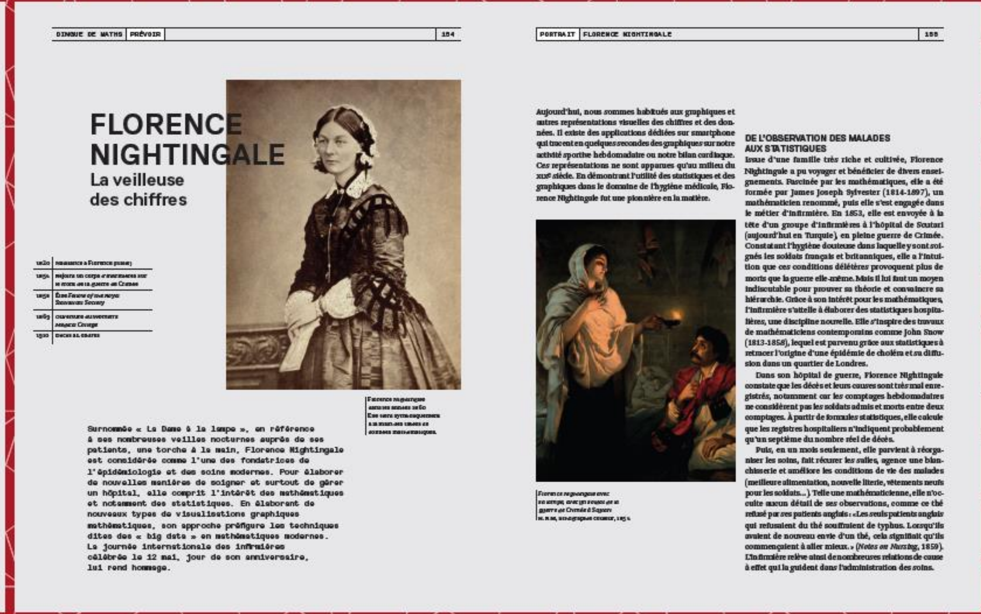
DES MACHINES QUI COMPTENT

Qui sont les ancêtres de nos ordinateurs ? Bien avant de concevoir des programmes ou de rêver d'intelligence artificielle, des esprits mathématiques ingénieux ont élaboré et construit des machines qui ont révolutionné la science et l'industrie. Chefs-d'œuvre de mécanique, ces calculatrices automatiques sont à l'origine des calculatrices électroniques et des microprocesseurs. Aujourd'hui, ces machines et leurs engrenages aux airs d'horloges font rêver.

ARTS ET MATHÉMATIQUES

On les oppose souvent. Pourtant, artistes et mathématiciens sont faits du même bois : celui des rêveurs et créateurs de mondes abstraits, des éternels insatisfaits du quotidien et de tous ceux en quête d'une forme de beauté – qu'il s'agisse d'une équation ou d'une œuvre artistique, quelle qu'en soit la nature (peinture, sculpture mais aussi architecture, photographie, vidéo, danse…).


DINGUE DE MATHS | DÉNOMBRER | 078
PORTRAIT | SRINIVASA RAMANUJAN | 079
SRINIVASA RAMANUJAN
La puissance envoûtante des nombres
INFINITY
DES LETTRES MATHÉMATIQUES INATTENDUES


DINGUE DE MATHS | PRÉVOIR | 154
PORTRAIT | FLORENCE NIGHTINGALE | 155
FLORENCE NIGHTINGALE
La veilleuse des chiffres
DE L'OBSERVATION DES MALADES AUX STATISTIQUES

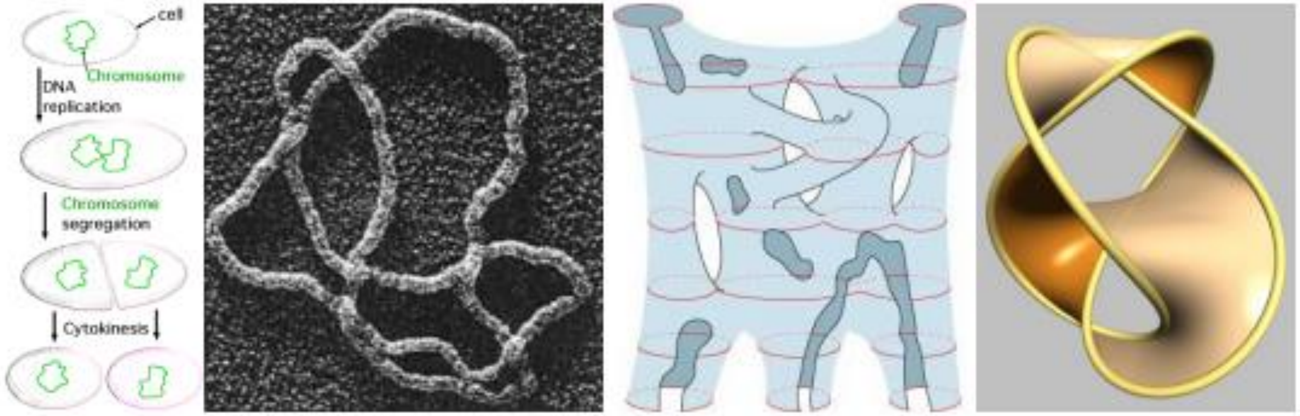

DINGUE DE MATHS | CODER | 220
PORTRAIT | ADA LOVELACE | 221
ADA LOVELACE
La princesse des algorithmes
UNE « MACHINE À PENSER »
ADA ET LES MATHÉMATIQUES


DINGUE DE MATHS | CRÉER | 312
PORTRAIT | ROGER PENROSE | 313
ROGER PENROSE
Des trous noirs aux pavages : voir et croire à l'impossible
ROGER PENROSE : DE LA GÉOMÉTRIE AUX TROUS NOIRS


RENCONTRE MATHÉMATIQUE AVEC ÉTIENNE GHYS
Un mathématicien unique et des théorèmes d'unicité
RENCONTRE MATHÉMATIQUE AVEC LYNNE BILLARD
Quand les statistiques sauvent des vies
UN PARCOURS GUIDÉ PAR L'AMOUR DES STATISTIQUES
RENCONTRE MATHÉMATIQUE AVEC GÉRARD BERRY
« Vive le bug informatique ! »
LE BUG ET L'INFORMATICIEN
RENCONTRE MATHÉMATIQUE AVEC MARIE-PAULE CANI
Balade créative dans les mondes virtuels
UN PARCOURS ENTRE MATHÉMATIQUES, INFORMATIQUE ET CRÉATION

Des nœuds partout !

(a) Alpinisme (b) Bateau (c) Cravate (d) Décoration (e) Écriture



(f) Biologie moléculaire (g) Physique théorique (h) Mathématique

Un grand merci à www-fourier.ujf-grenoble.fr/˜eiserm pour plusieurs transparents de la présentation

L'ART

DE METTRE

SA CRAVATE

DE TOUTES LES MANIÈRES CONNUES ET USITÉES,

ENSEIGNÉ ET DÉMONTRÉ

EN SEIZE LEÇONS,

PRÉCÉDÉ

DE L'HISTOIRE COMPLÈTE DE LA CRAVATE, DEPUIS SON ORIGINE JUSQU'A CE JOUR; DE CONSIDÉRATIONS SUR L'USAGE DES COLS, DE LA CRAVATE NOIRE ET L'EMPLOI DES FOULARDS.

PAR

LE B^{ON} ÉMILE DE L'EMPÉSÉ.

OUVRAGE INDISPENSABLE A TOUS NOS FASHIONABLES,

Orné de trente-deux figures explicatives du texte, et du portrait de l'auteur.

« L'art de mettre sa cravate est à l'homme du monde, ce que l'art de donner à dîner est à l'homme d'État. »

(Pensée jusqu'alors inédite.)

DEUXIÈME ÉDITION.

Paris,

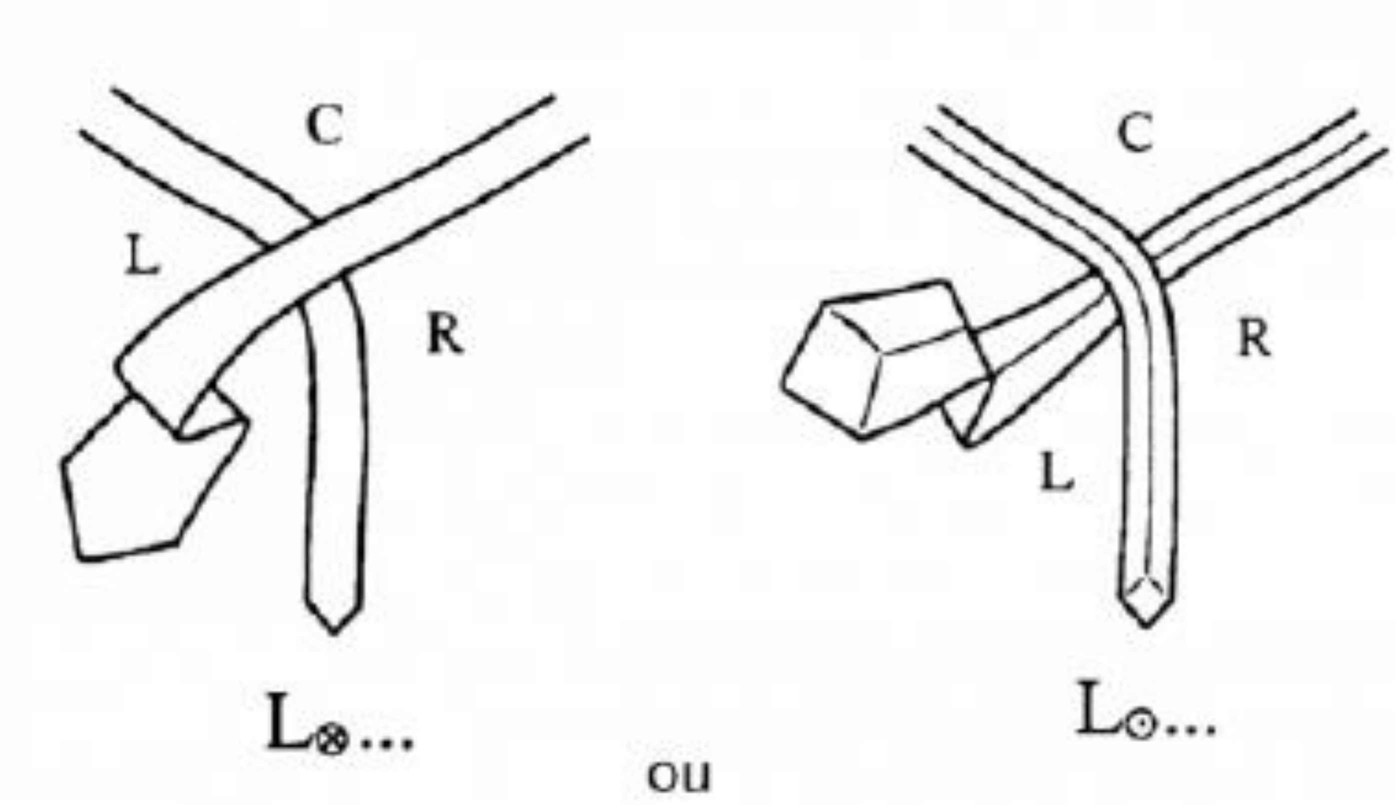
A LA LIBRAIRIE UNIVERSELLE,

RUE VIVIENNE N. 2 BIS, AU COIN DU PASSAGE COLBERT,

Et chez tous les marchands de cravates, de cols et de foulards les plus en vogue de la Capitale.

1827.

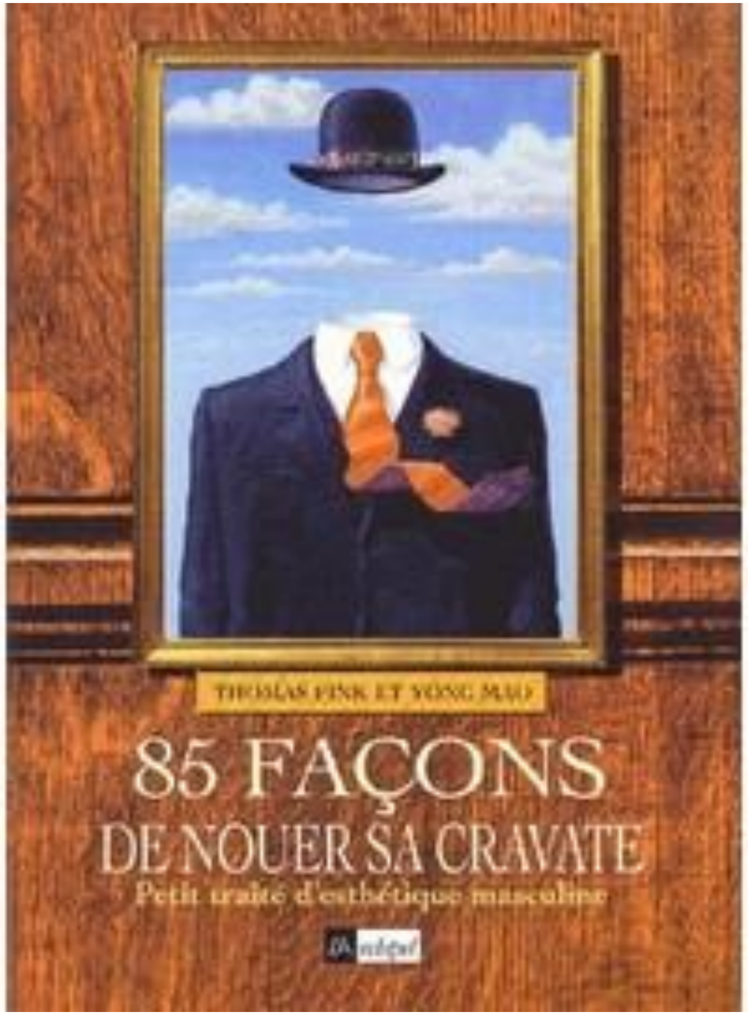
Notations



- On commence par un L
- On finit par un C
- Jamais deux lettres répétées de suite (impossible d’avoir RR, LL ou CC)
- On alterne les croix et les points (on ne passe pas deux fois de suite en dessous ou au-dessus)

Fink & Mao (1999) : 9 mouvements max

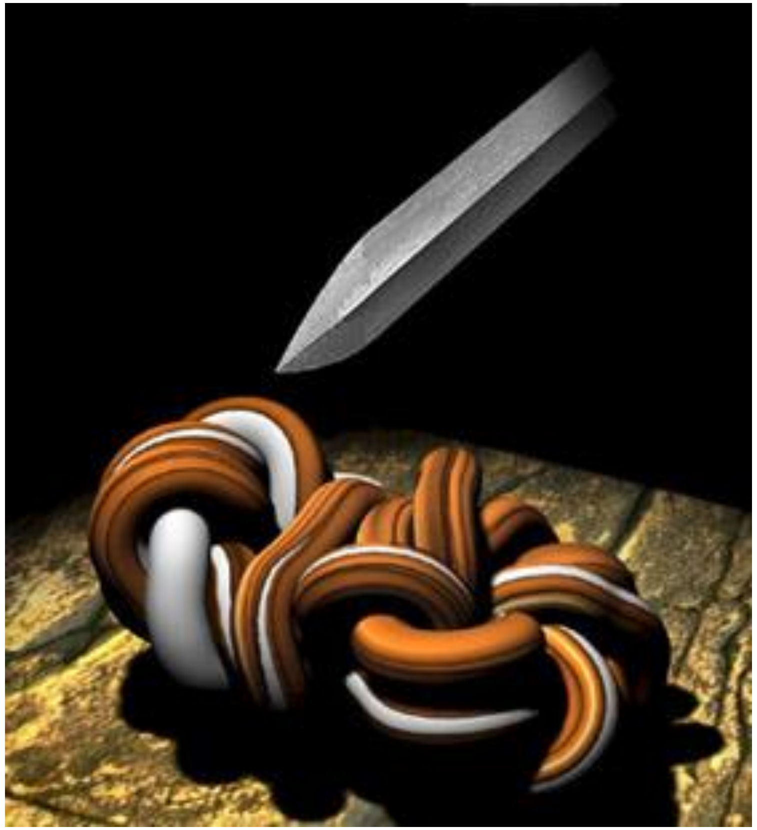
Number	Sequence	Name
1.	**Lo Ri Co T**	Small knot
2.	Li **Ro Li Co T**	Four-in-hand
3.	Lo Ri **Lo Ri Co T**	Kelvin
4.	Lo Ci **Ro Li Co T**	Nicky (self-releasing Pratt)
6.	Li Ro Li **Ro Li Co T**	Victoria
7.	Li Ro Ci **Lo Ri Co T**	Half-Windsor
12.	Lo Ri Lo Ci **Ro Li Co T**	St Andrew
18.	Lo Ci Ro Ci **Lo Ri Co T**	Plattsburgh
23.	Li Ro Li Co Ri **Lo Ri Co T**	Cavendish
31.	Li Co Ri Lo Ci **Ro Li Co T**	Windsor
44.	Lo Ri Lo Ri Co Li **Ro Li Co T**	Grantchester
54.	Lo Ri Co Li Ro Ci **Lo Ri Co T**	Hanover
78.	Lo Ci Ro Ci Lo Ci **Ro Li Co T**	Balthus



Mikael Vejdemo-Johansson (2014) : 177 147 combinaisons (au plus 11 plis)

Lo Ci Lo Ri Co Ri Lo Ci U

Nœud gordien



Voyant Gordius, le peuple le fit donc roi. En remerciement, Gordius dédia son char à bœufs à Zeus, en l'attachant avec un nœud très complexe - le nœud gordien.

Un autre oracle - ou peut-être le même, la légende n'est pas précise, mais les oracles sont nombreux dans la mythologie grecque - prédit que la personne qui dénouera le nœud régnera sur toute l'Asie.

Problème résolu !!!

Alexandre tranchant le nœud gordien, Jean-Simon Berthélemy (1767)

Frise chronologique

Depuis toujours : usages pratiques et décoratifs

⋮

≈ 1830 C.-F. Gauss (Göttingen) : quelques essais sur les tresses

⋮

1867 W. Thomson [Lord Kelvin] : atomes comme nœuds dans l'éther
1870-1890 P.G. Tait, C.N. Little, T.P. Kirkman : tabulation empirique

⋮

1923 E. Artin (Hambourg) : le groupe des tresses

⋮

1924 J.W. Alexander (Princeton) : nœuds sous forme de tresses

⋮

1935 A. Markov (Moscou) : correspondance entre tresses et nœuds

⋮

1984 V. Jones (Berkeley) : représentations « quantiques » des tresses et invariants « quantiques » des nœuds (Médaille Fields 1990)

⋮

1994 P. Dehornoy (Caen) : le groupe des tresses est ordonnable.

⋮

2001 D. Krammer, S. Bigelow : représentation fidèle par des matrices

⋮

En mathématiques, tout était déjà connu à nos ancêtres ? Loin de cela !
Les mathématiques sont bien vivantes et évoluent constamment.

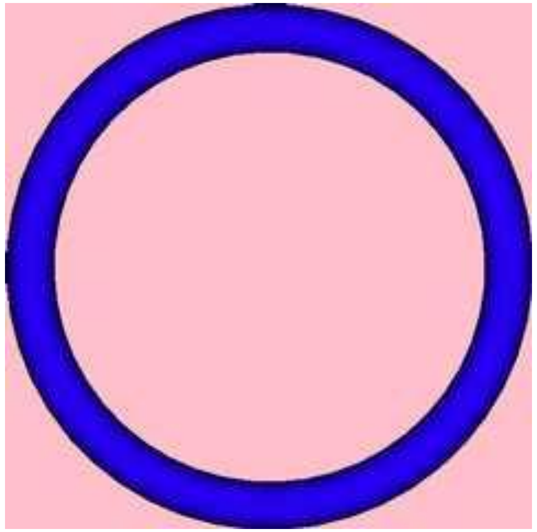
Qu’est-ce qu’un nœud ?

Un nœud est un plongement d'un cercle dans $\mathbb{R}^3$

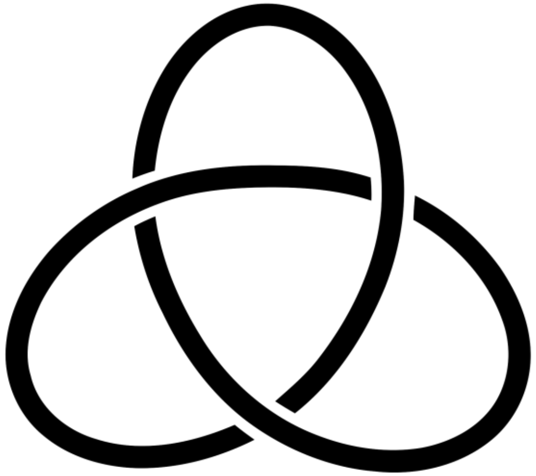
- Prenez un morceau de ficelle.
- Faites un nœud
- Collez maintenant les extrémités de la ficelle ensemble pour former une boucle nouée.

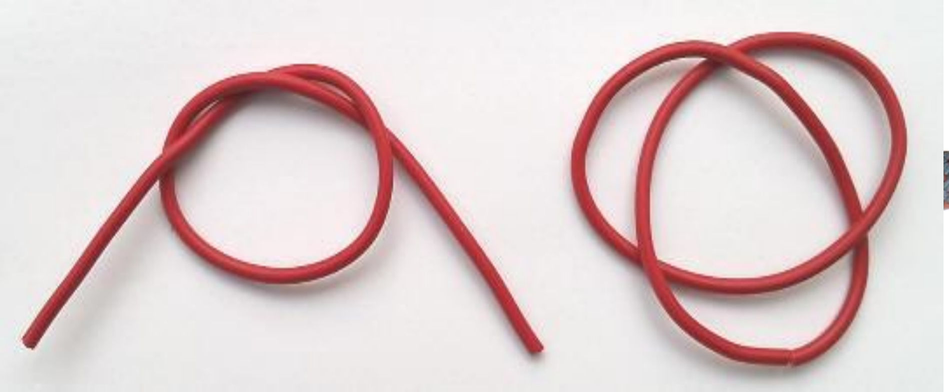
Quelques exemples

Nœud trivial

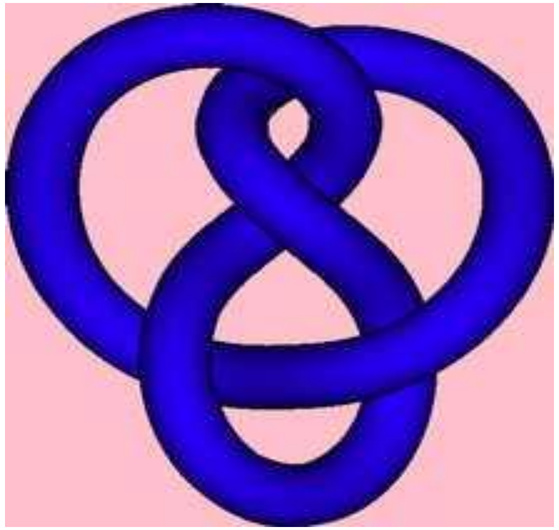


Nœud de trèfle

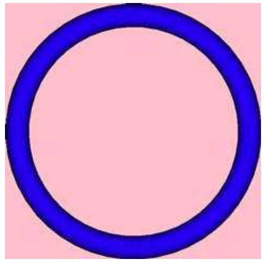


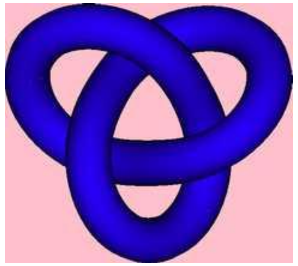


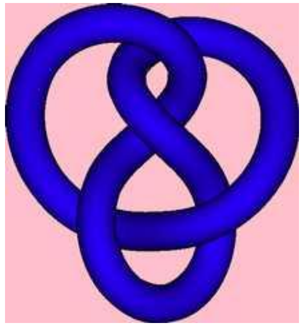
Nœud en huit



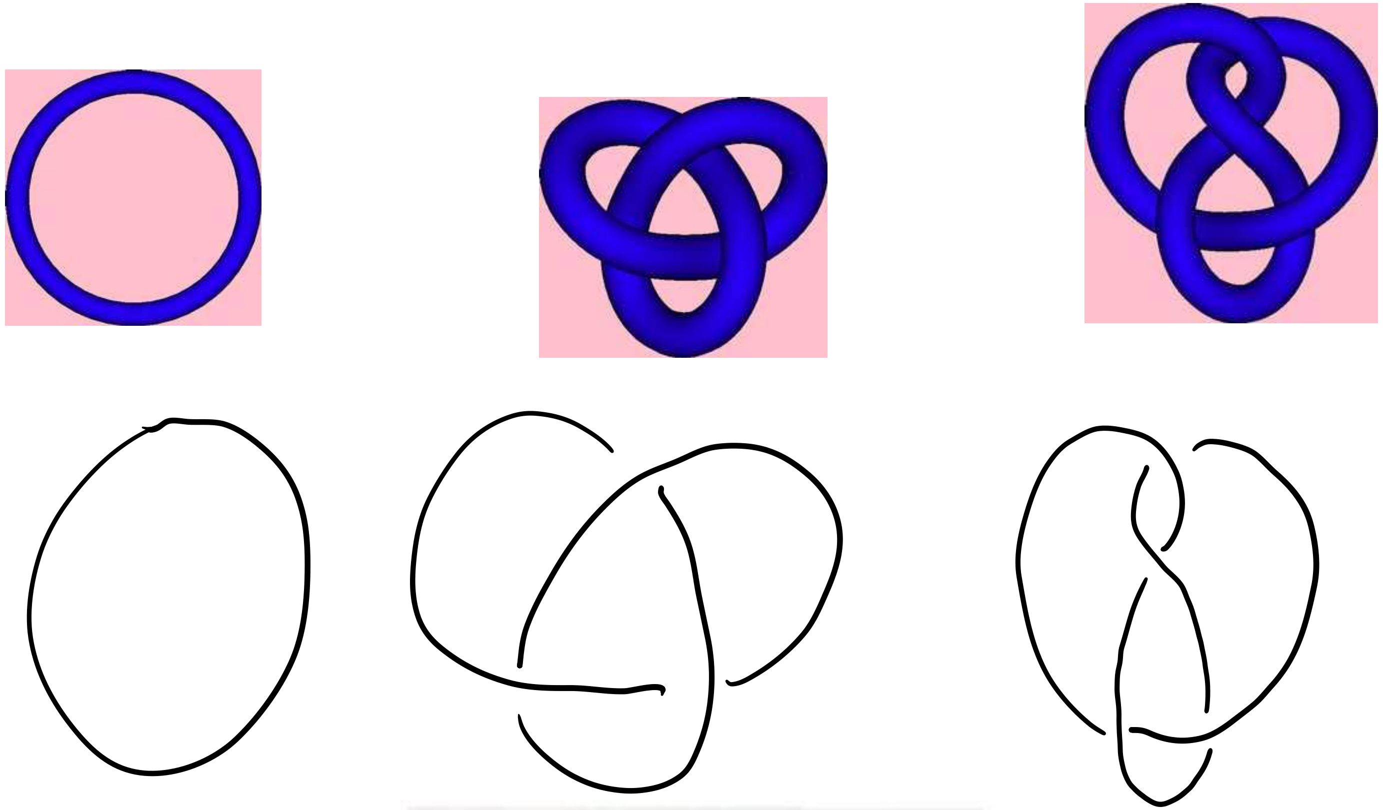
Quel est ce nœud?







Exemples

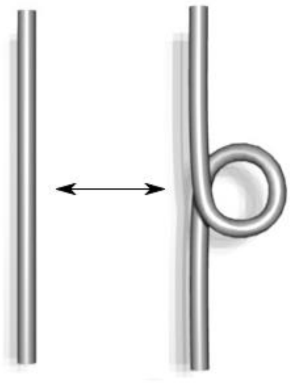


Deux nœuds sont équivalents s'il existe une isotopie de $\mathbb{R}^3$ amenant un nœud à l'autre.

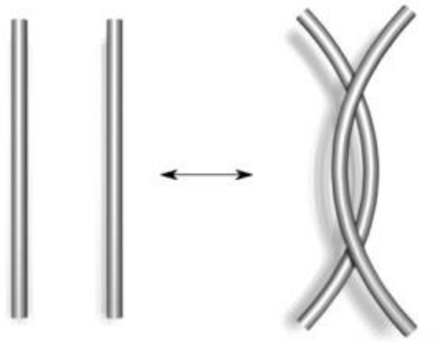
Deux nœuds sont équivalents si l'on peut obtenir l'un à partir de l'autre en déformant la corde sans la couper.

Mouvement de Reidemeister (1927) [et Briggs, 1926]

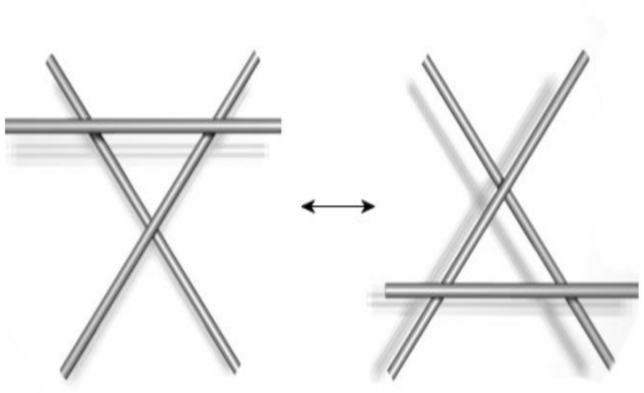
R1



R2

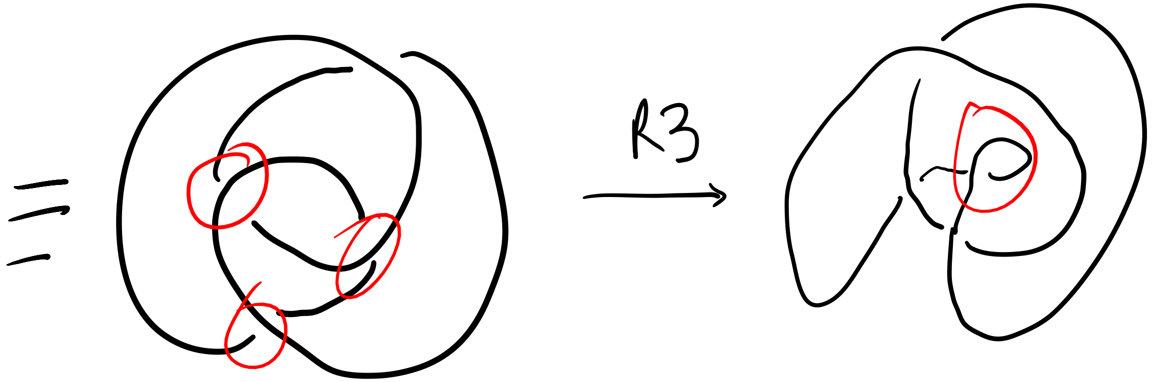


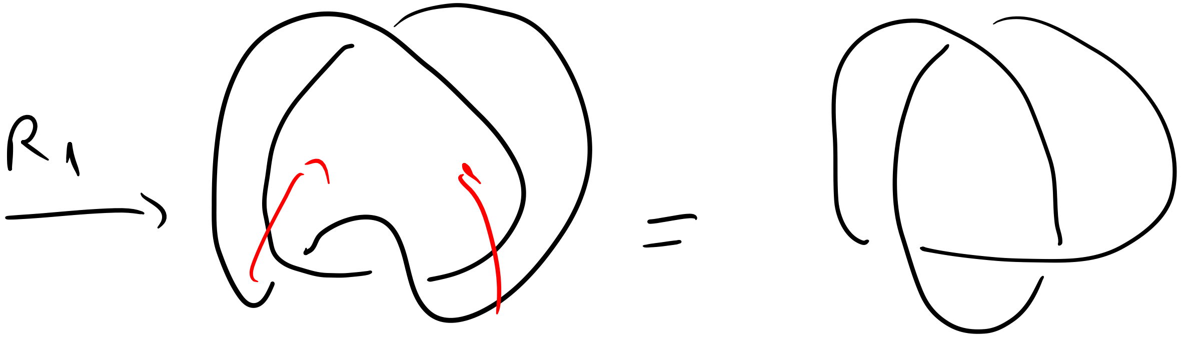
R3

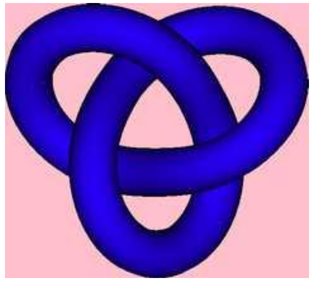


- R1 enroule ou déroule le brin.
- R2 superpose/sépare un morceau du brin sur l'autre.
- R3 déplace un morceau de brin sur un croisement.

Quel est ce noeud?

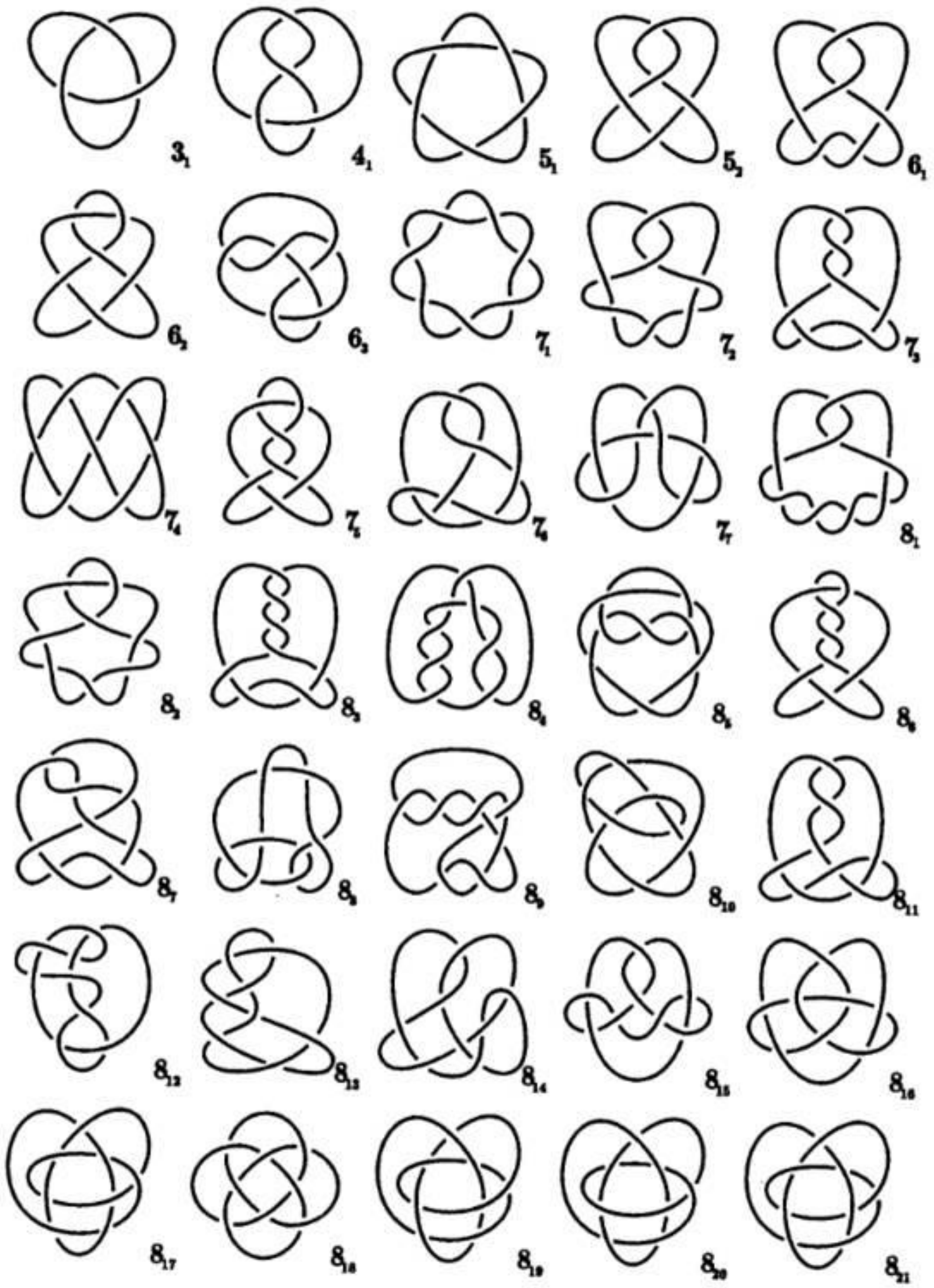






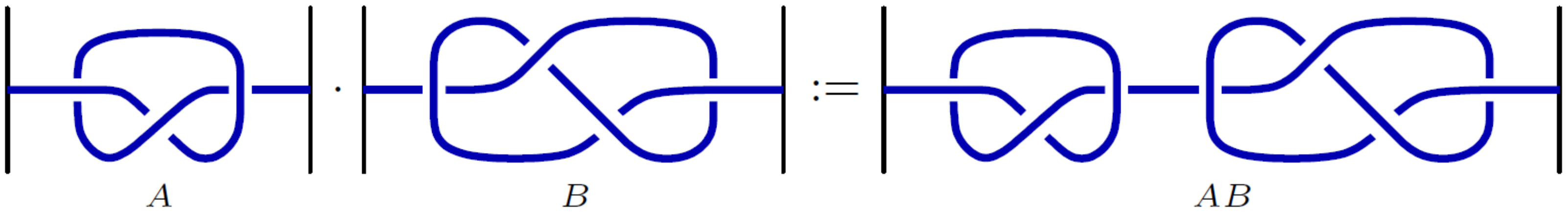
Type de nœuds

- Le premier numéro donne la quantité de croisements (l'ordre).
- L'indice est une simple indication pour distinguer les nœuds de même ordre.

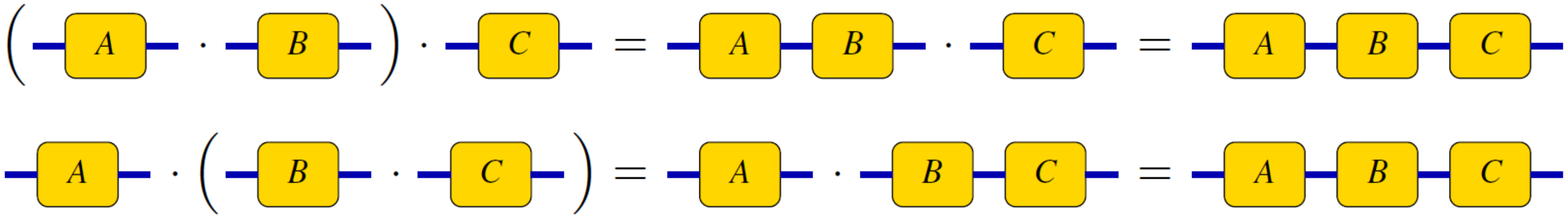


La multiplication des nœuds

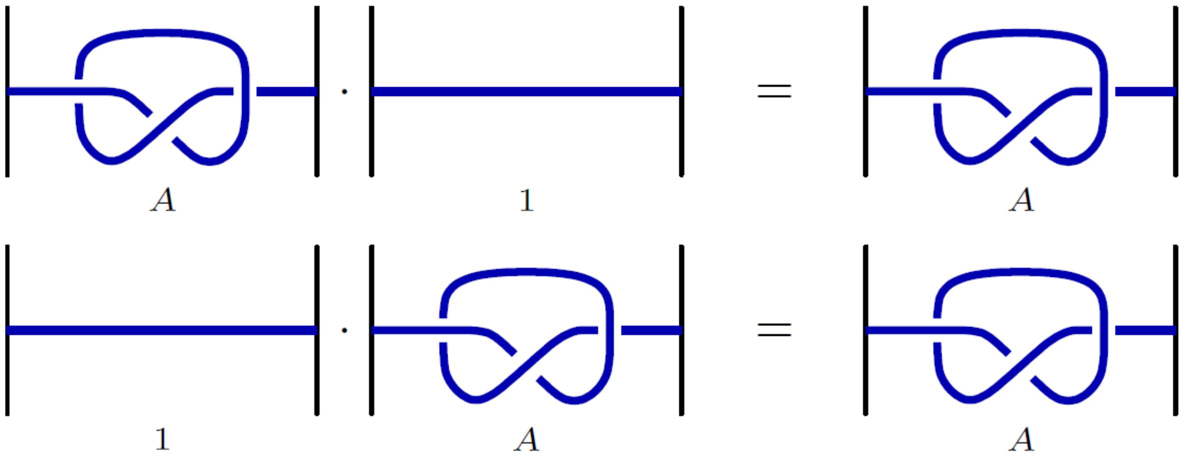
Les nœuds jouissent d'une multiplication naturelle :



Est-elle associative ? $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$? Bien sûr !

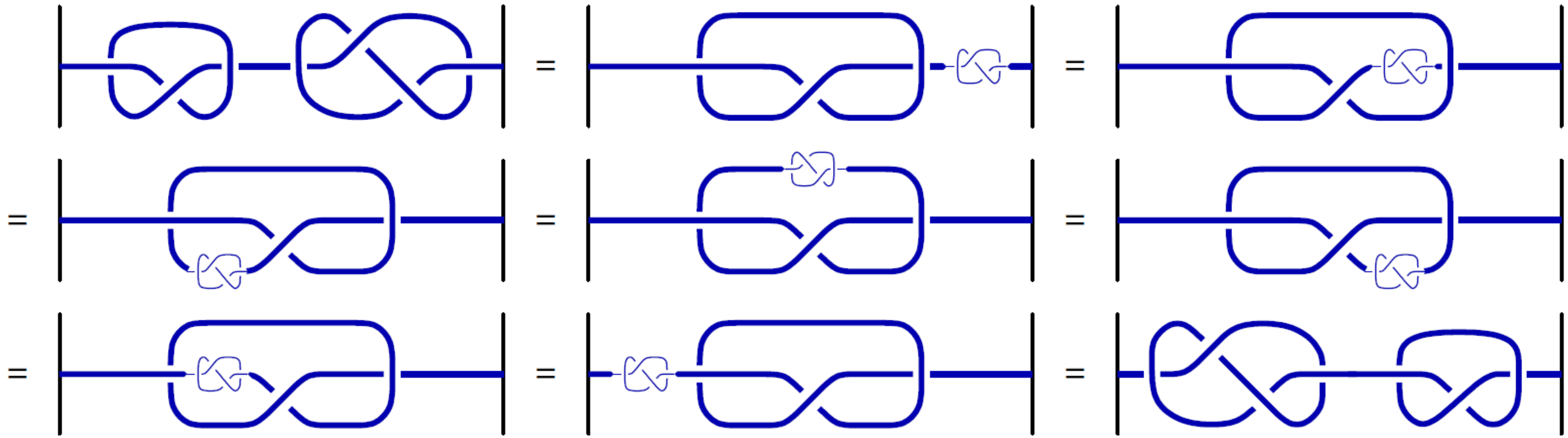


Admet-elle un élément neutre ? $A \cdot 1 = A$ et $1 \cdot A = A$? Bien sûr !

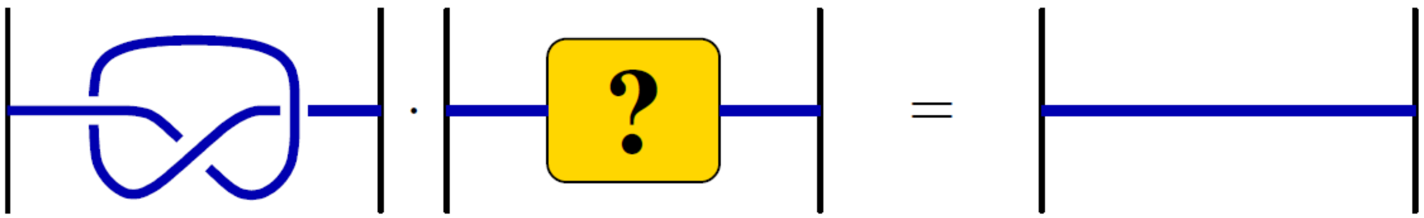


La multiplication des nœuds (suite)

Est-elle commutative ? $A \cdot B = B \cdot A$?

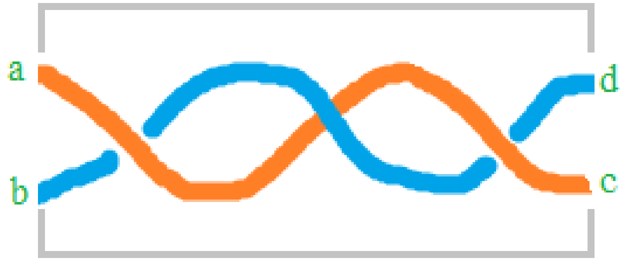


Existe-t-il des éléments inverses ? $A \cdot A^{-1} = 1$ et $A^{-1}A = 1$?



Le nœud de trèfle n'a pas d'inverse.

Tresses

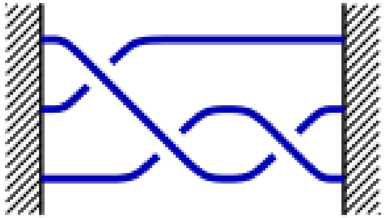


une tresse est constituée d'un ensemble fini de "brins" entrelacés ayant une origine et une extrémité. L'ordre entre les origines et les extrémités étant différents (permutations).

En raboutant les extrémités d'une tresse, on obtient un nœud. On parle de clôture d'une tresse.

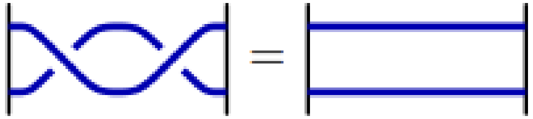
Ci-dessus, à droite, cette tresse à deux brins peut être clôturée en reliant (b) à (c) et (a) à (d) : on reconnait alors le double huit qui n'est autre qu'un nœud de trèfle.

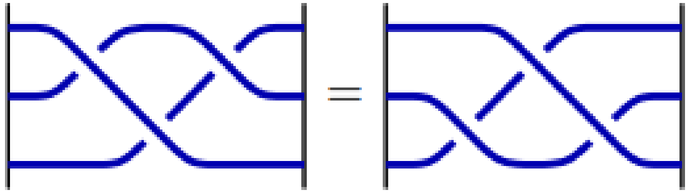
Tresses

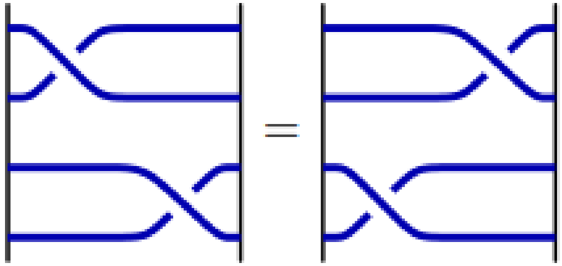


On fixe les extrémités
à gauche et à droite

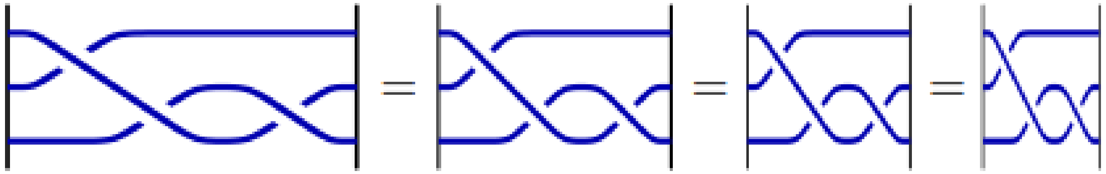
Au milieu les brins peuvent encore bouger :





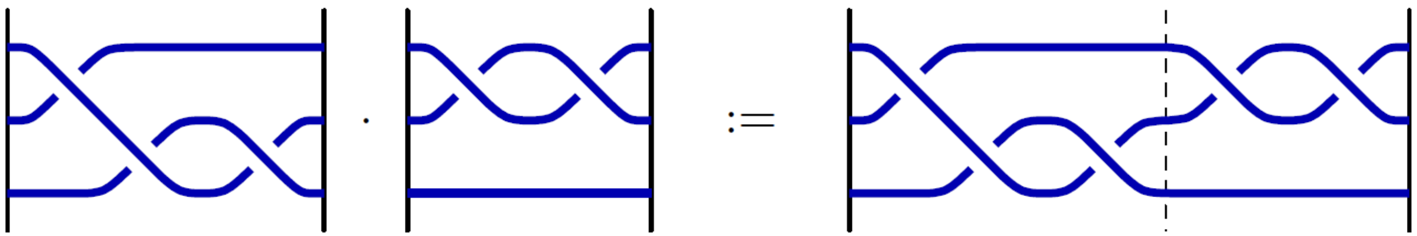


La longueur n'est pas essentielle :



On peut multiplier les tresses !

Les tresses à n brins jouissent d'une multiplication naturelle :



Questions naturelles :

1. La multiplication des tresses est-elle associative ? **Oui !**

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

2. Est-elle commutative ? **Non !**

$$A \cdot B = B \cdot A$$

3. Admet-elle un élément neutre ? **Oui !**

$$A \cdot 1 = A \quad \text{et} \quad 1 \cdot A = A$$

4. Pour une tresse A donnée, y a-t-il une tresse inverse ? **Oui !**

$$A \cdot A^{-1} = 1 \quad \text{et} \quad A^{-1} \cdot A = 1$$

Merci de votre attention !

Remerciements