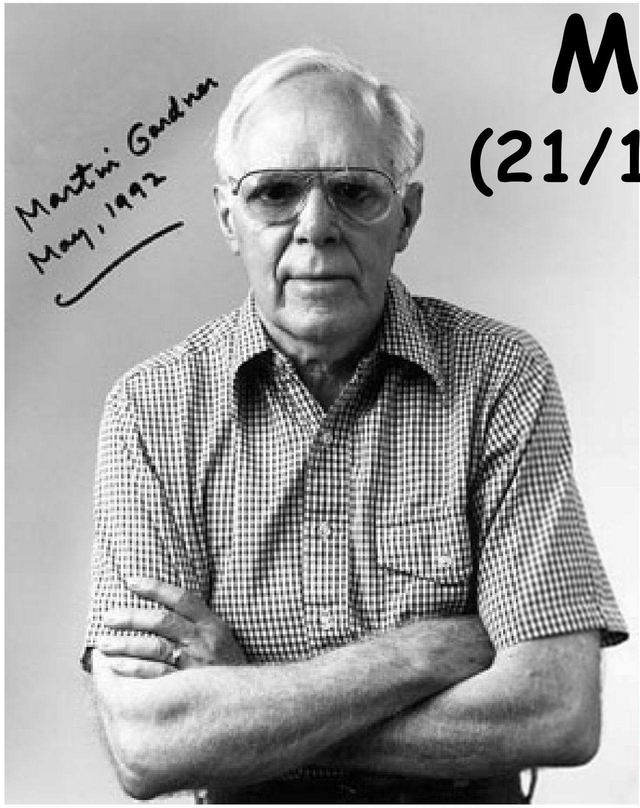
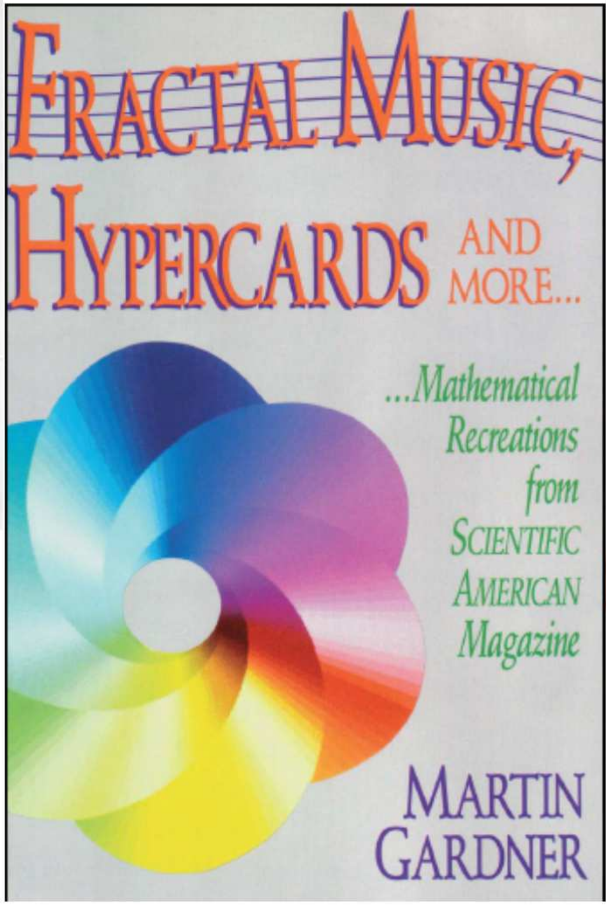
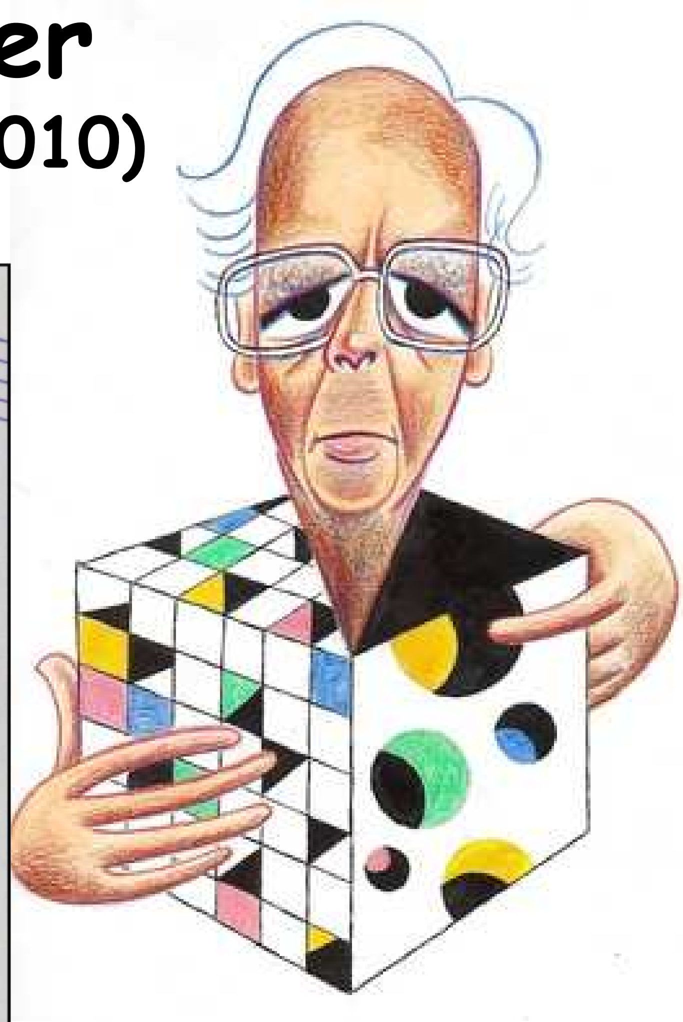
Martin Gardner

(21/10/1914-22/05/2010)

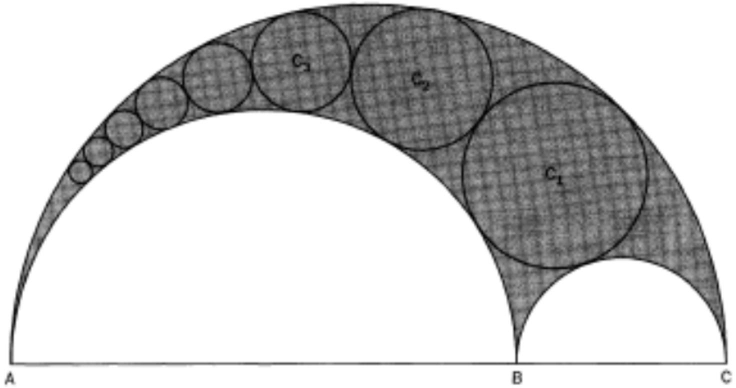


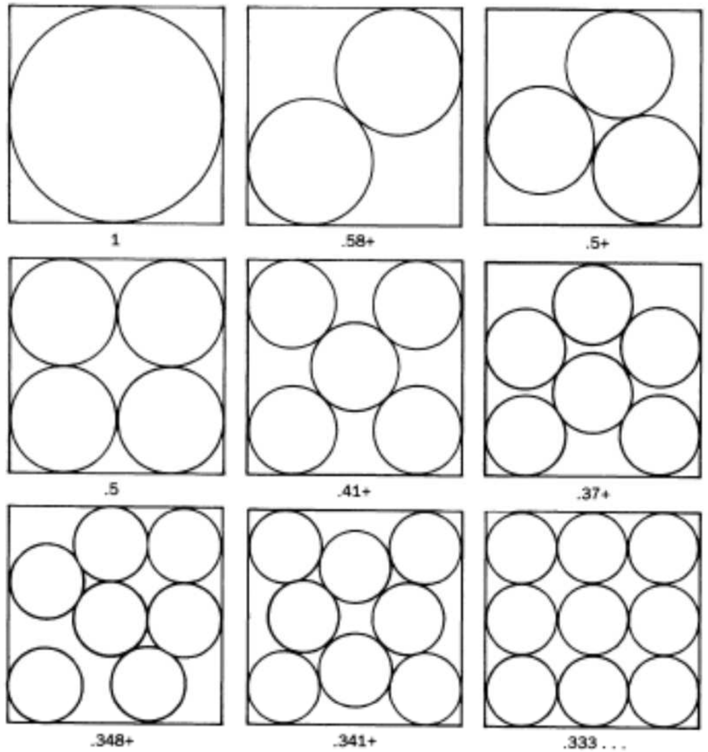


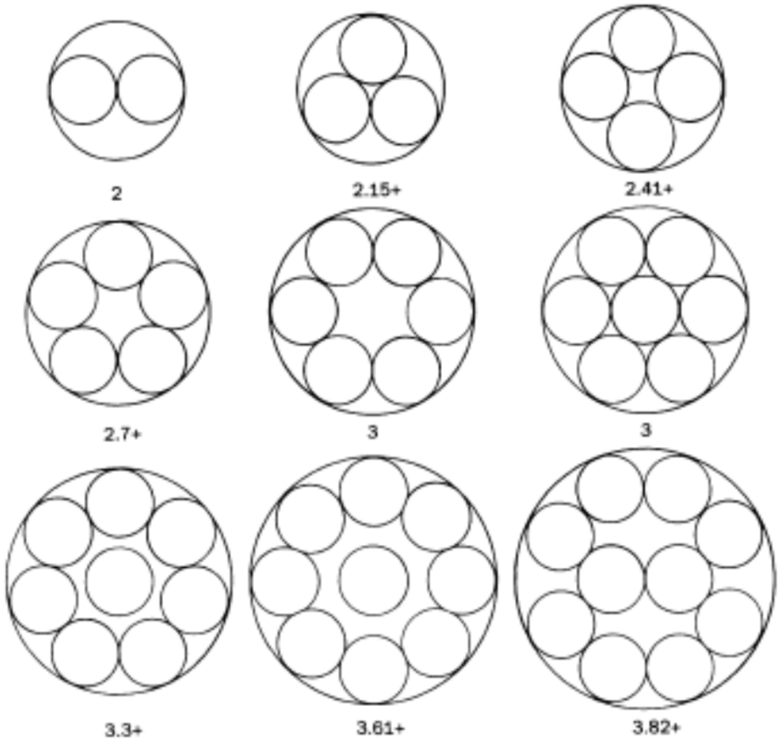
Tangent Circles

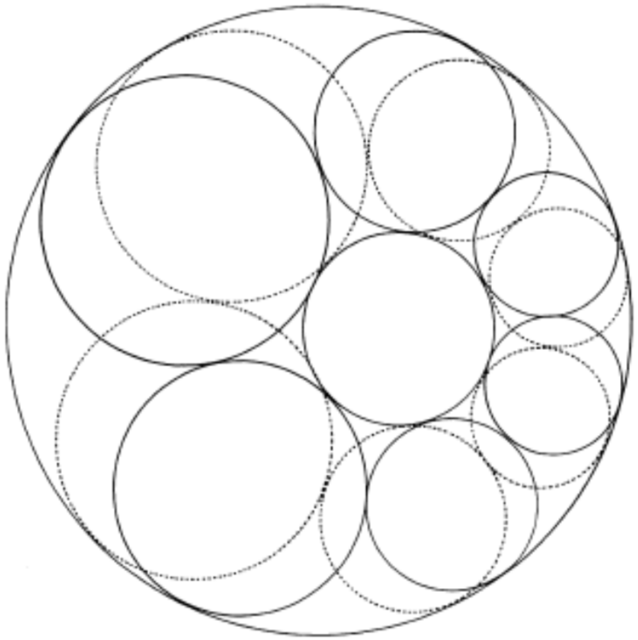


G4G 2022 Cercles tangents







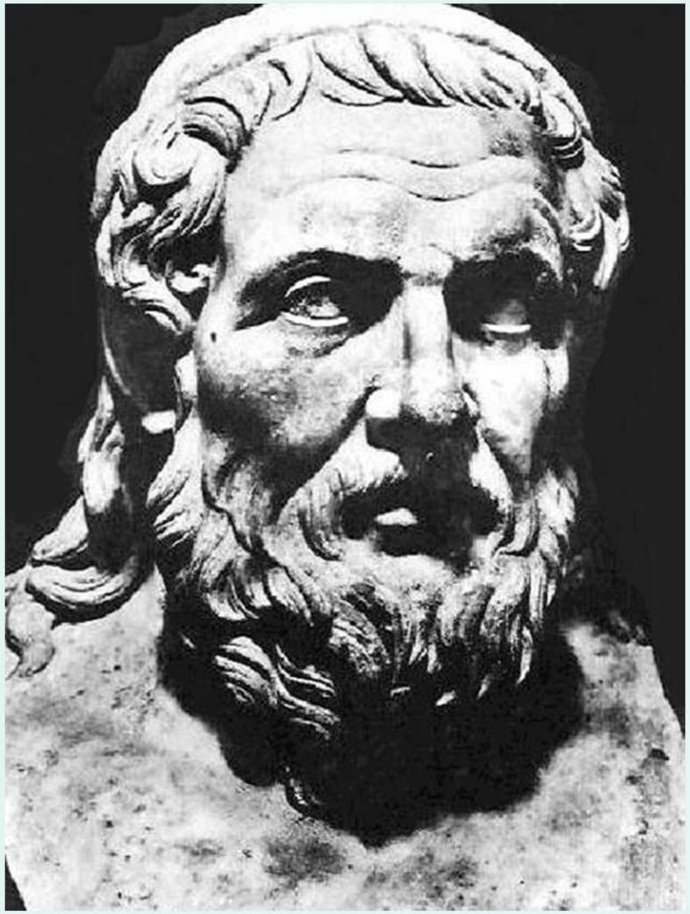


3 éléments quelconques étant donnés en position parmi les points (r = 0), les droites (r = ∞) et cercles, mener un cercle passant par les points (en cas de points donnés) et tangent aux droites et aux cercles.

P : Point
D : Droite
C : Cercle

<u>Cas d'études:</u>

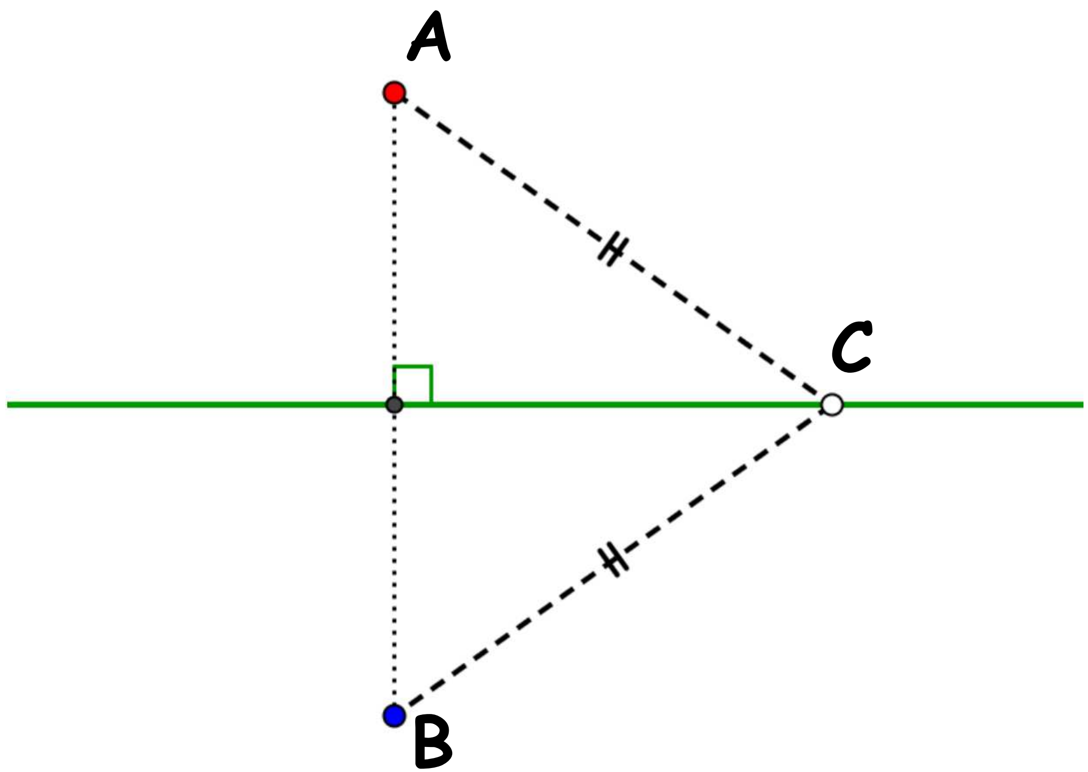
PP
DP
DD
DC
PC
CC



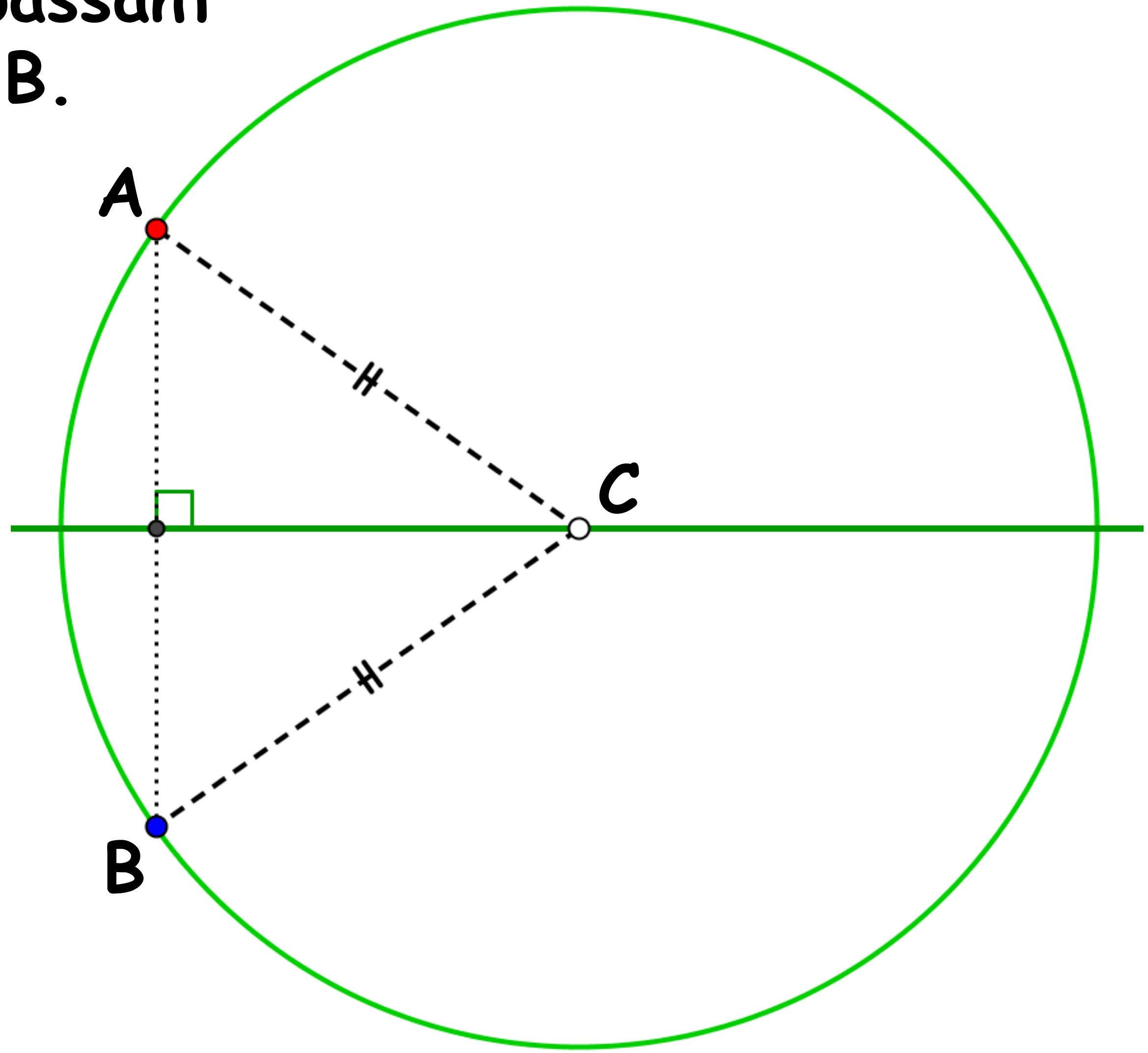
P	D	C
•	/	○
3	0	0
2	1	0
2	0	1
1	2	0
1	1	1
1	0	2
0	3	0
0	2	1
0	1	2
0	0	3

Médiatrice :

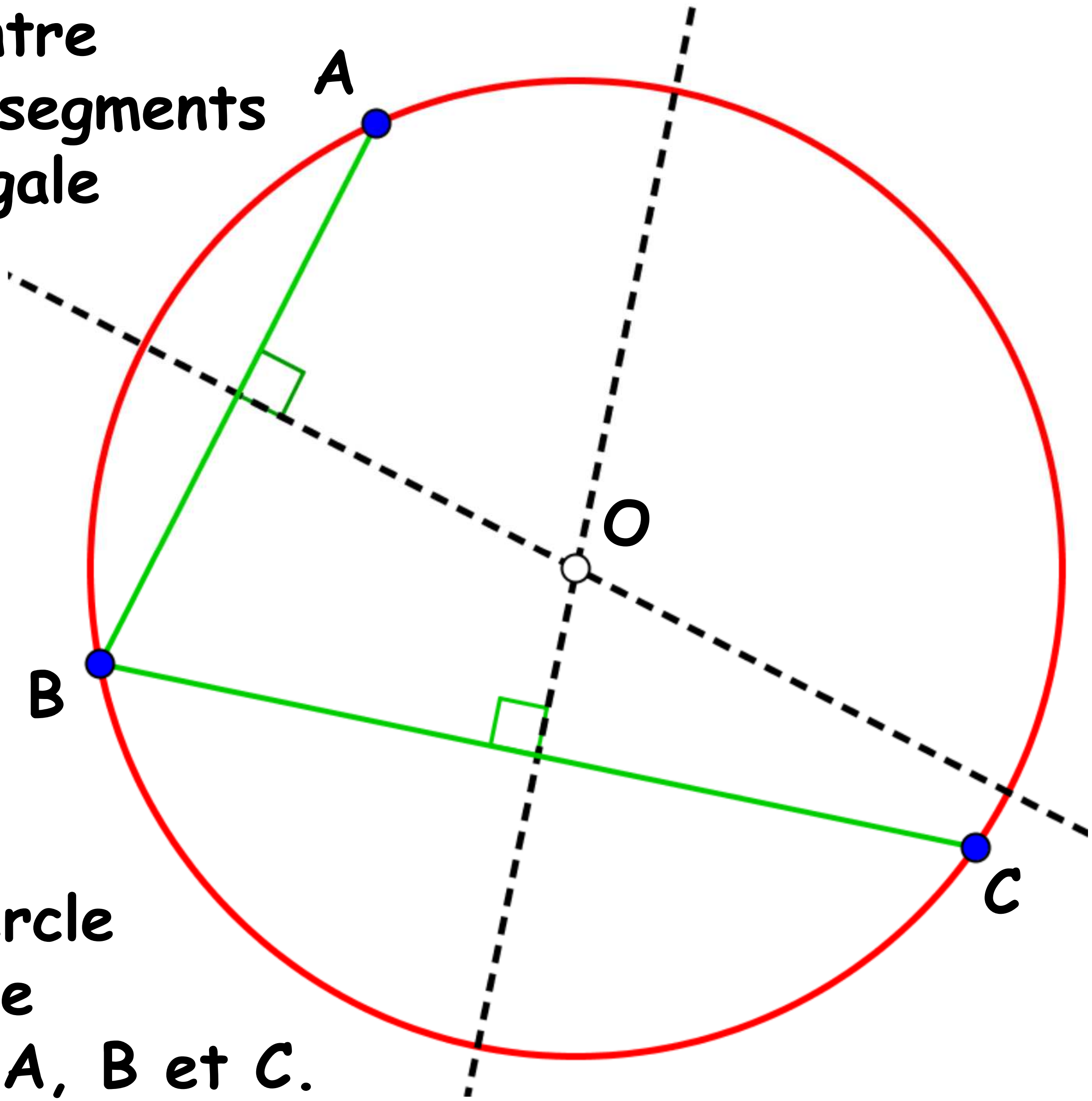
droite des points C équidistants des points A et B



Pour chaque point C de la médiatrice,
il existe un cercle passant
par les points A et B.



Le point O de rencontre des médiatrices des segments (AB) et (BC) est à égale distance des points A, B et C.

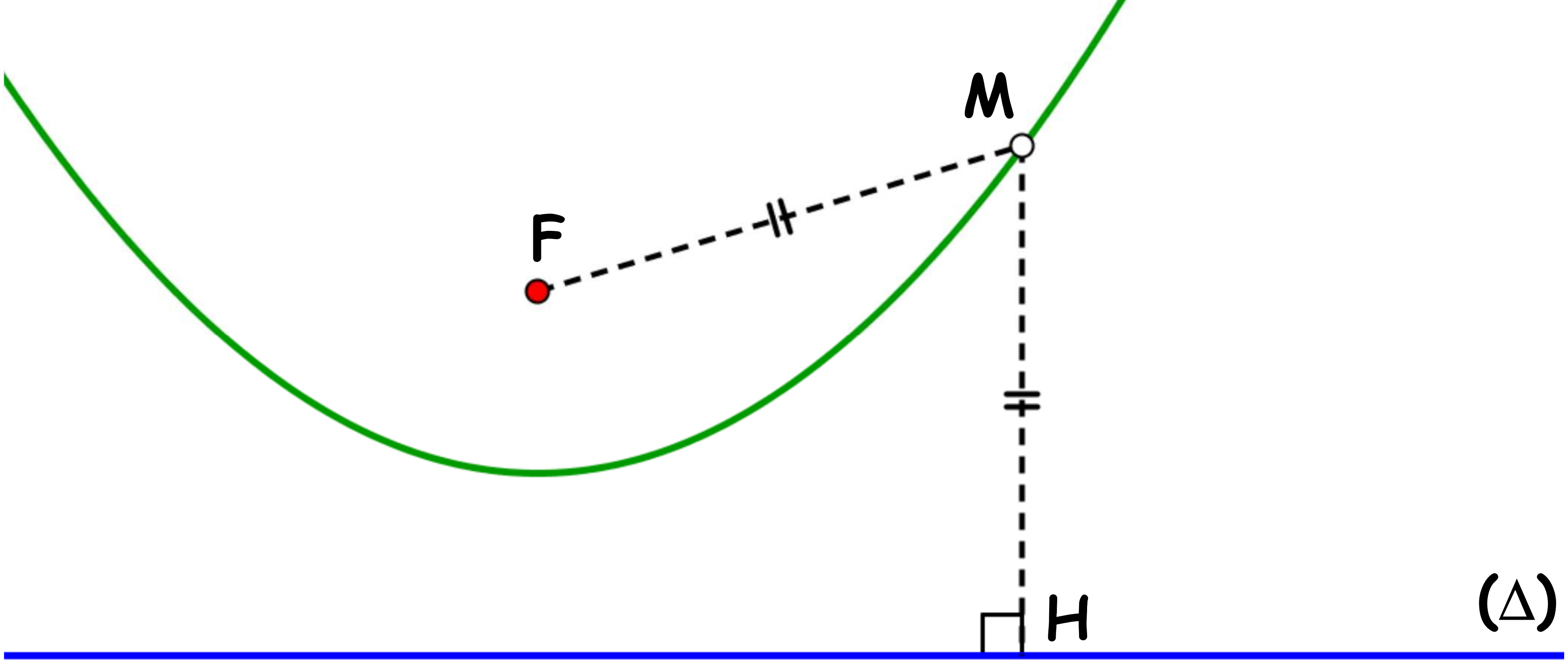


C'est le centre du cercle circonscrit du triangle défini par les points A, B et C.

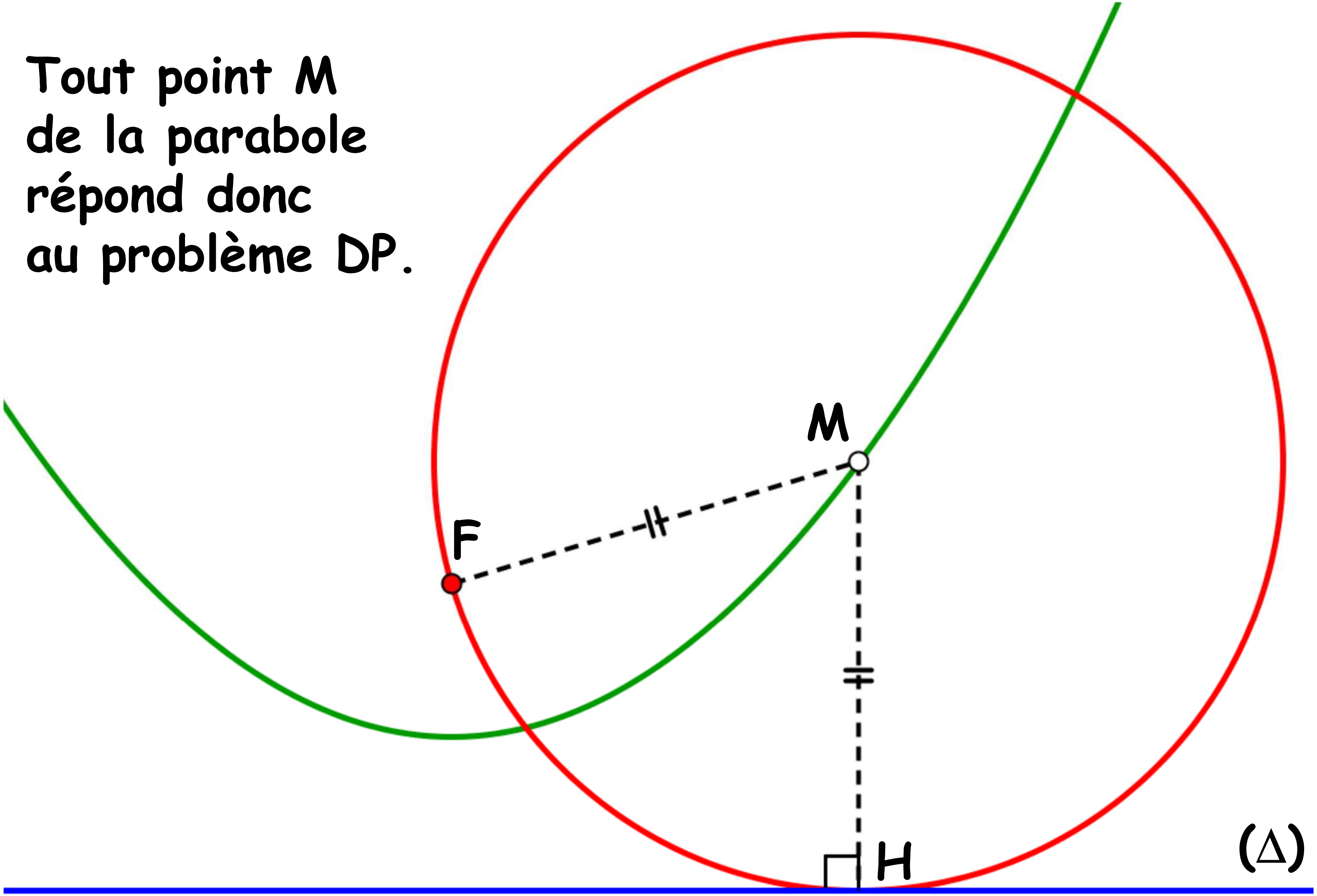
Parabole:

Ensemble des points M à égale distance d'un point F (le foyer) et d'une droite (Δ) (la directrice) :

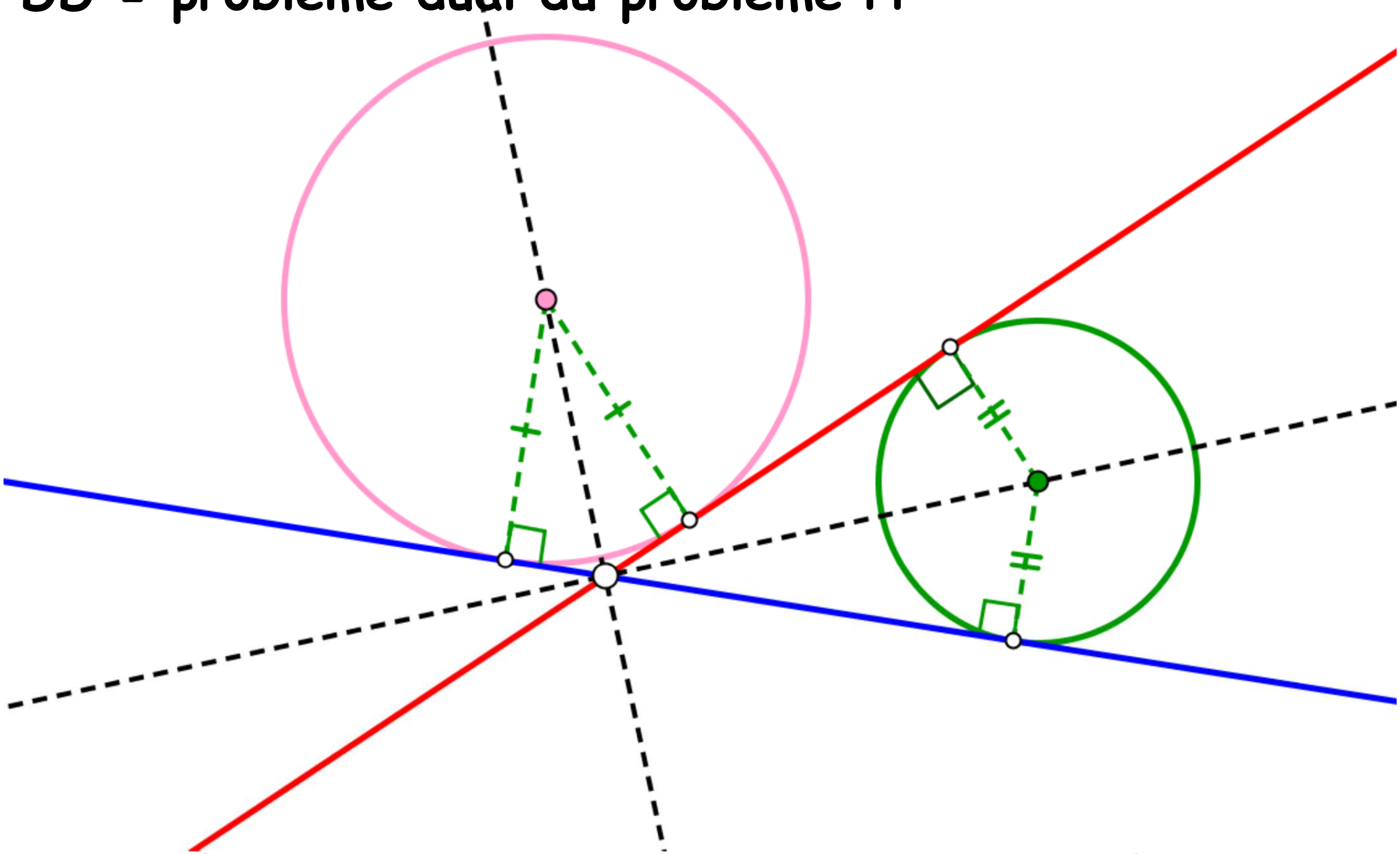
$$MF = MH$$



Tout point M
de la parabole
répond donc
au problème DP.

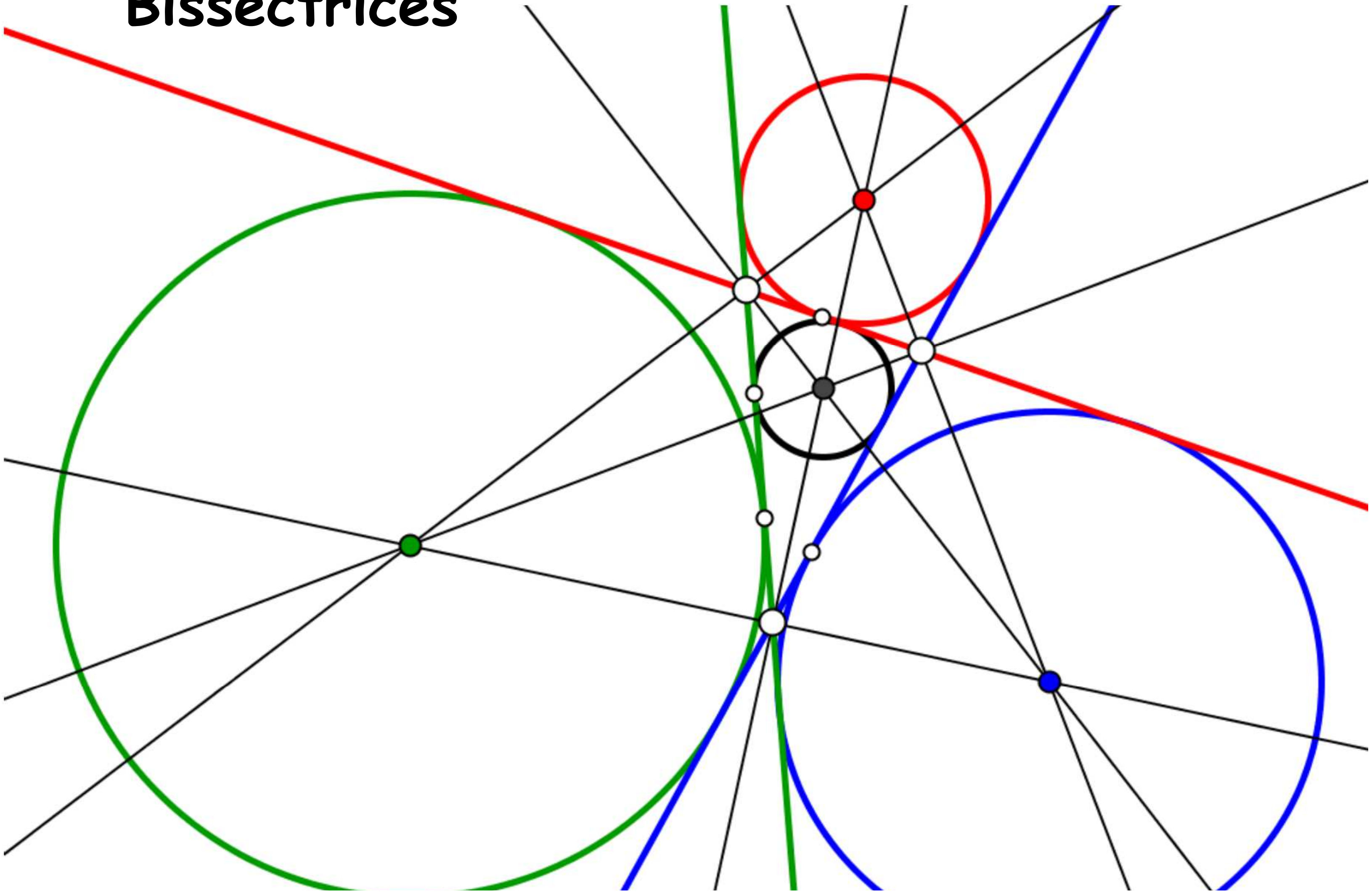


DD = problème dual du problème PP

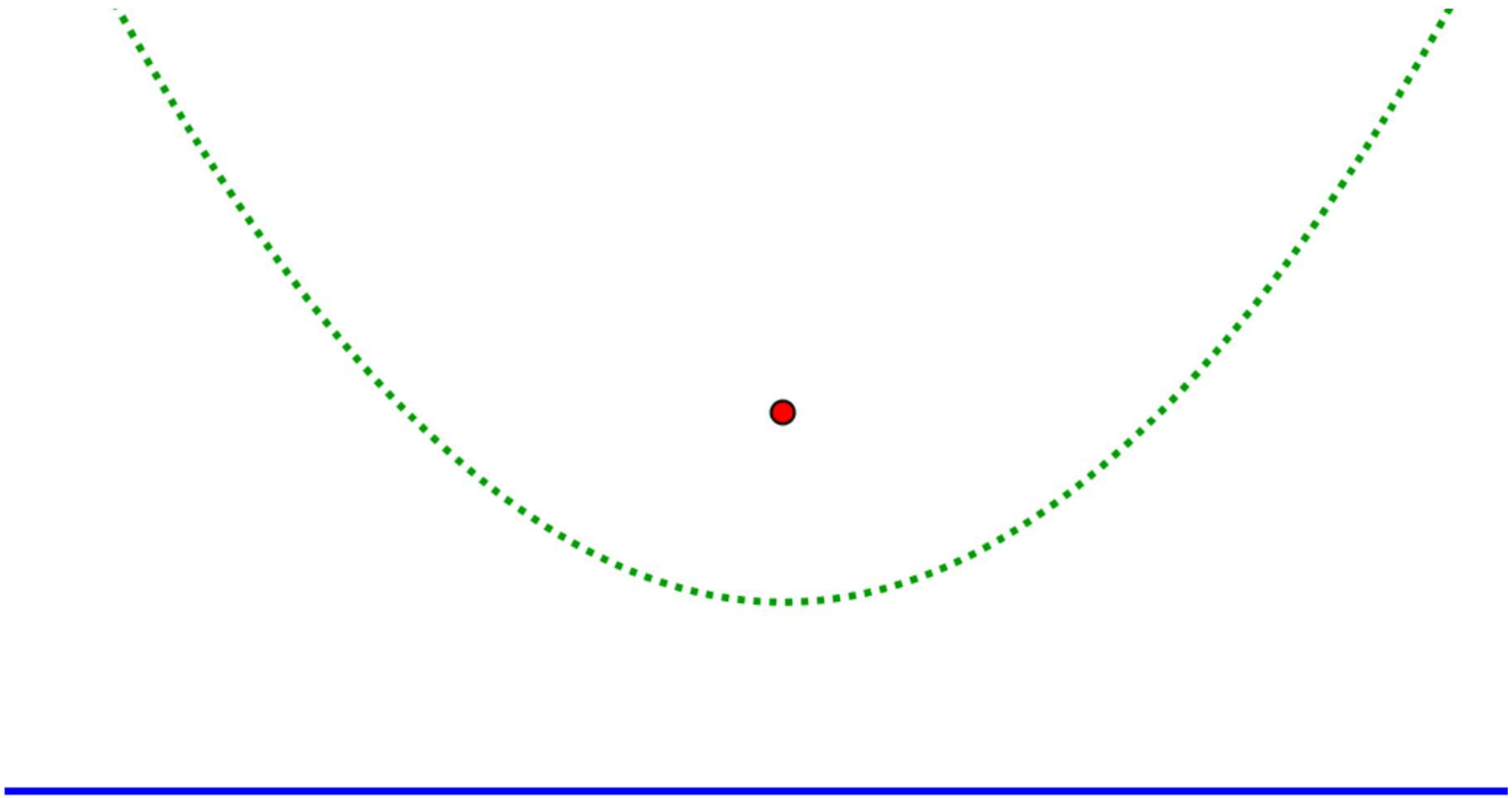


Dualité : les bissectrices remplacent les médiatrices

Bissectrices



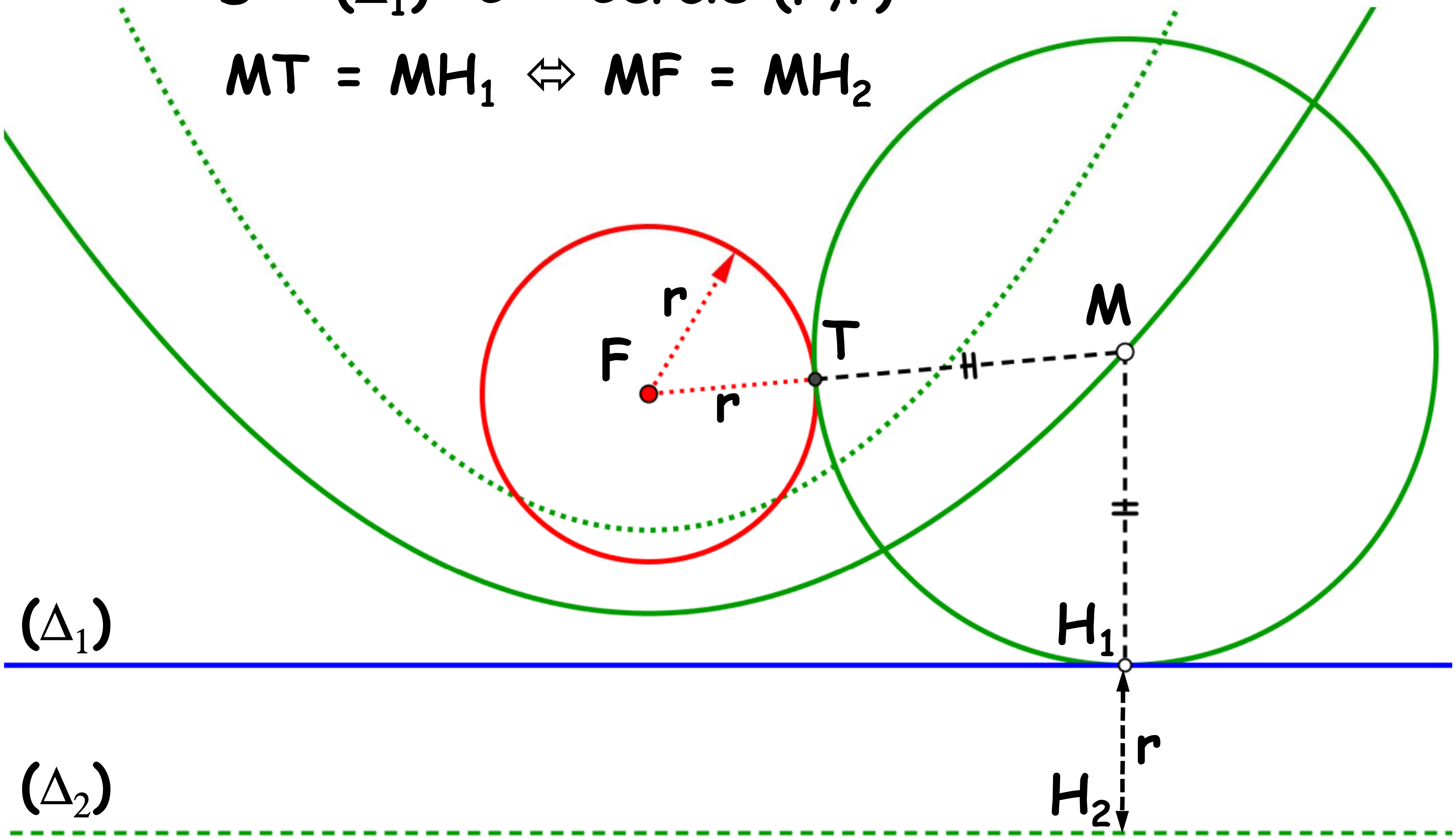
Le cercle inscrit et les cercles exinscrits du triangle défini par les trois droites répondent à la question.



Solution DP = parabole.

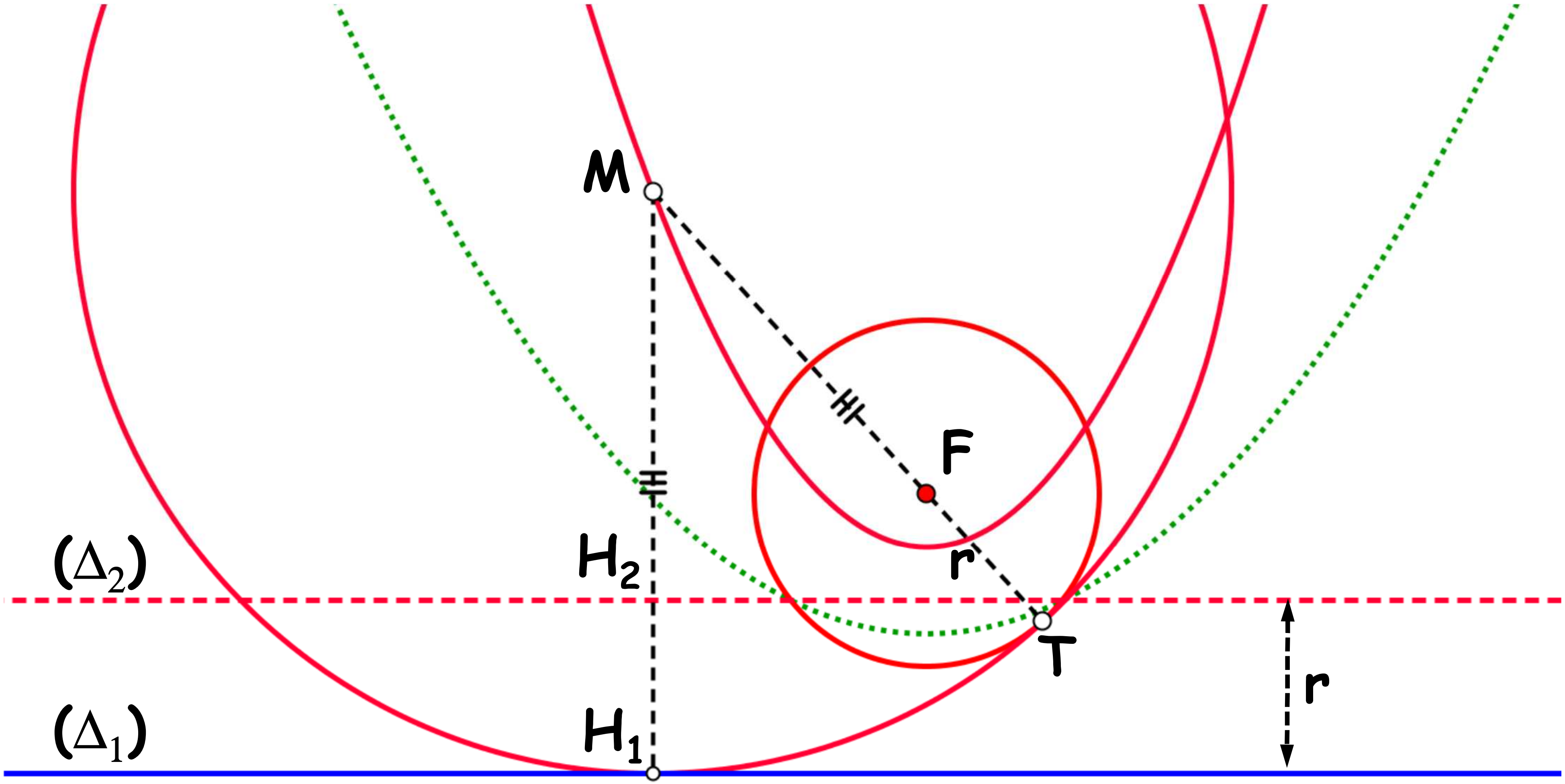
$D = (\Delta_1) \quad C = \text{Cercle }(F, r)$

$MT = MH_1 \Leftrightarrow MF = MH_2$

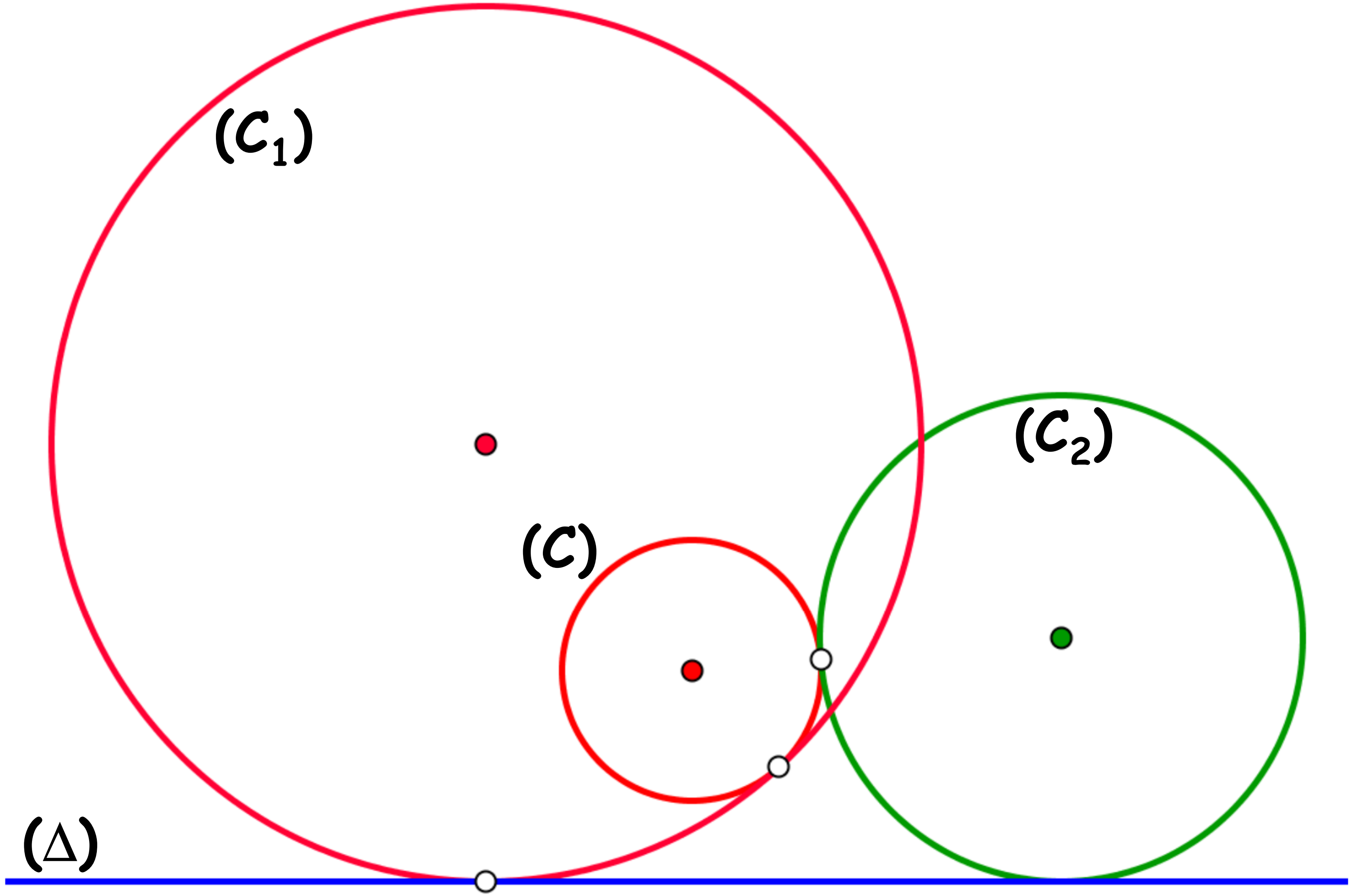


Solution DC = parabole de foyer F et directrice (Δ_2)

Autre solution



Solutions $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ pour le cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (Δ).

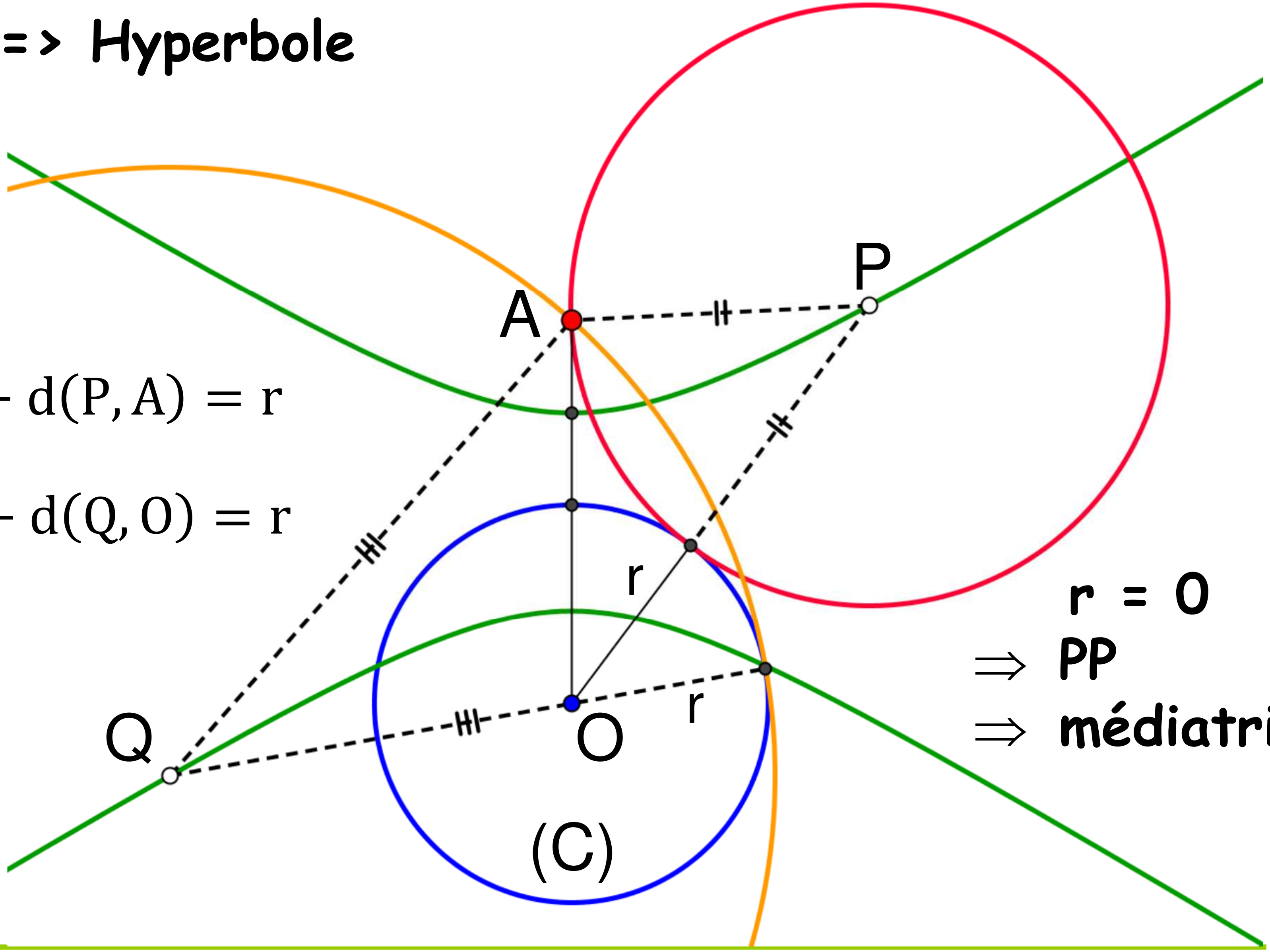


Point A et cercle (C) **Solution :** $|d(M,A) - d(M,O)| = r$

=> Hyperbole

$d(P,O) - d(P,A) = r$

$d(Q,A) - d(Q,O) = r$



r = 0

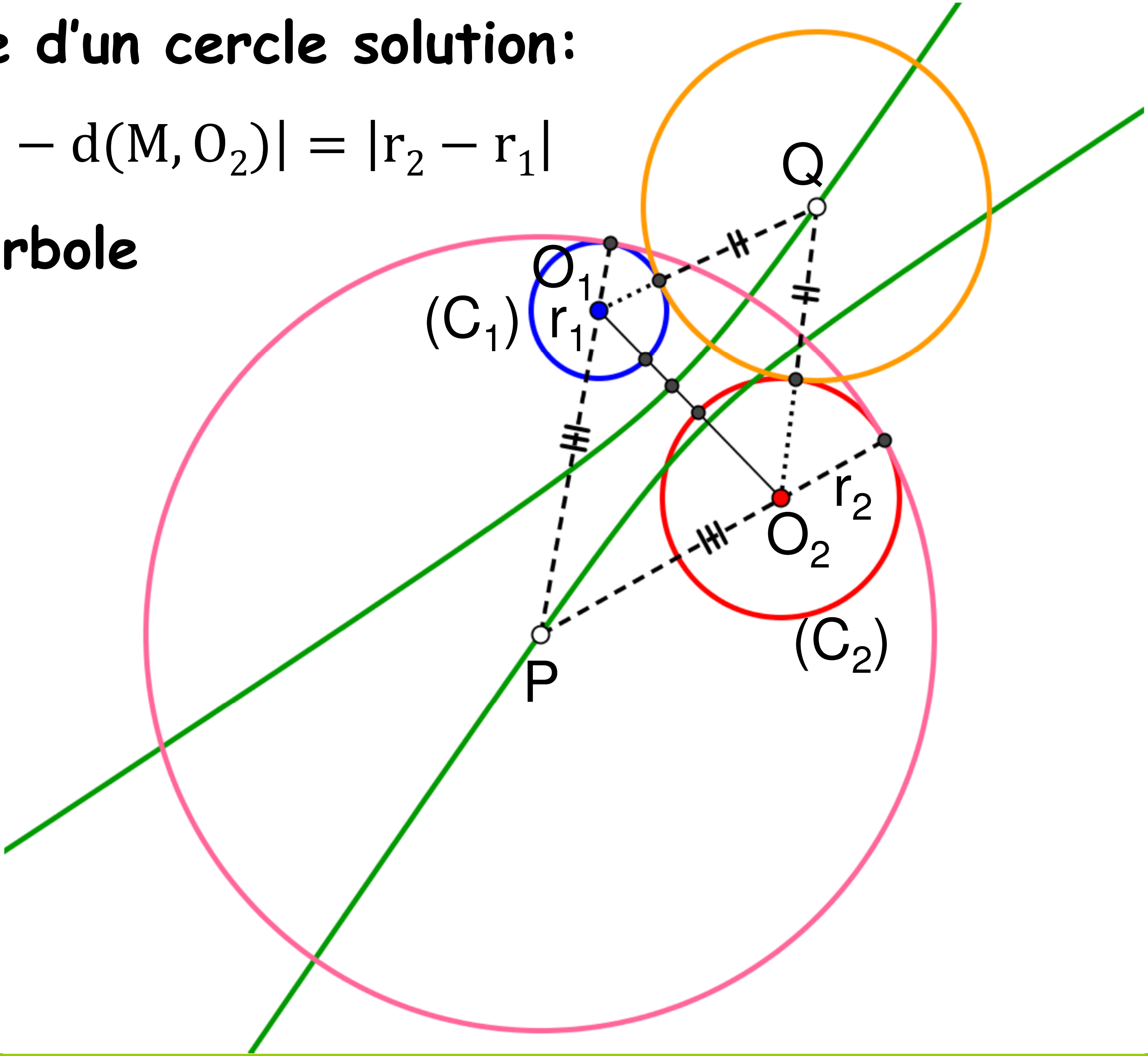
$\Rightarrow$ **PP**

$\Rightarrow$ **médiatrice**

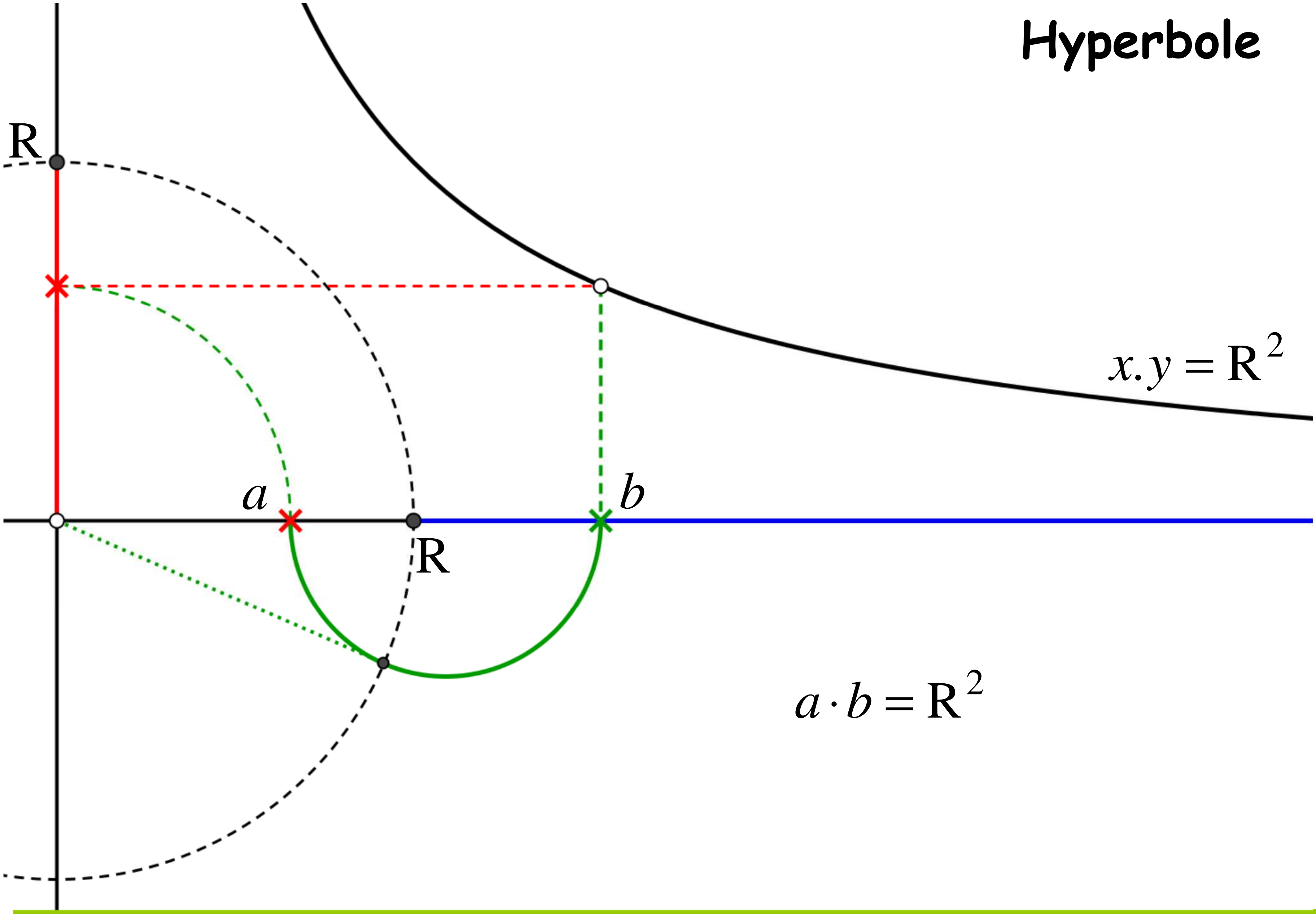
M centre d'un cercle solution:

$$|d(M, O_1) - d(M, O_2)| = |r_2 - r_1|$$

=> Hyperbole

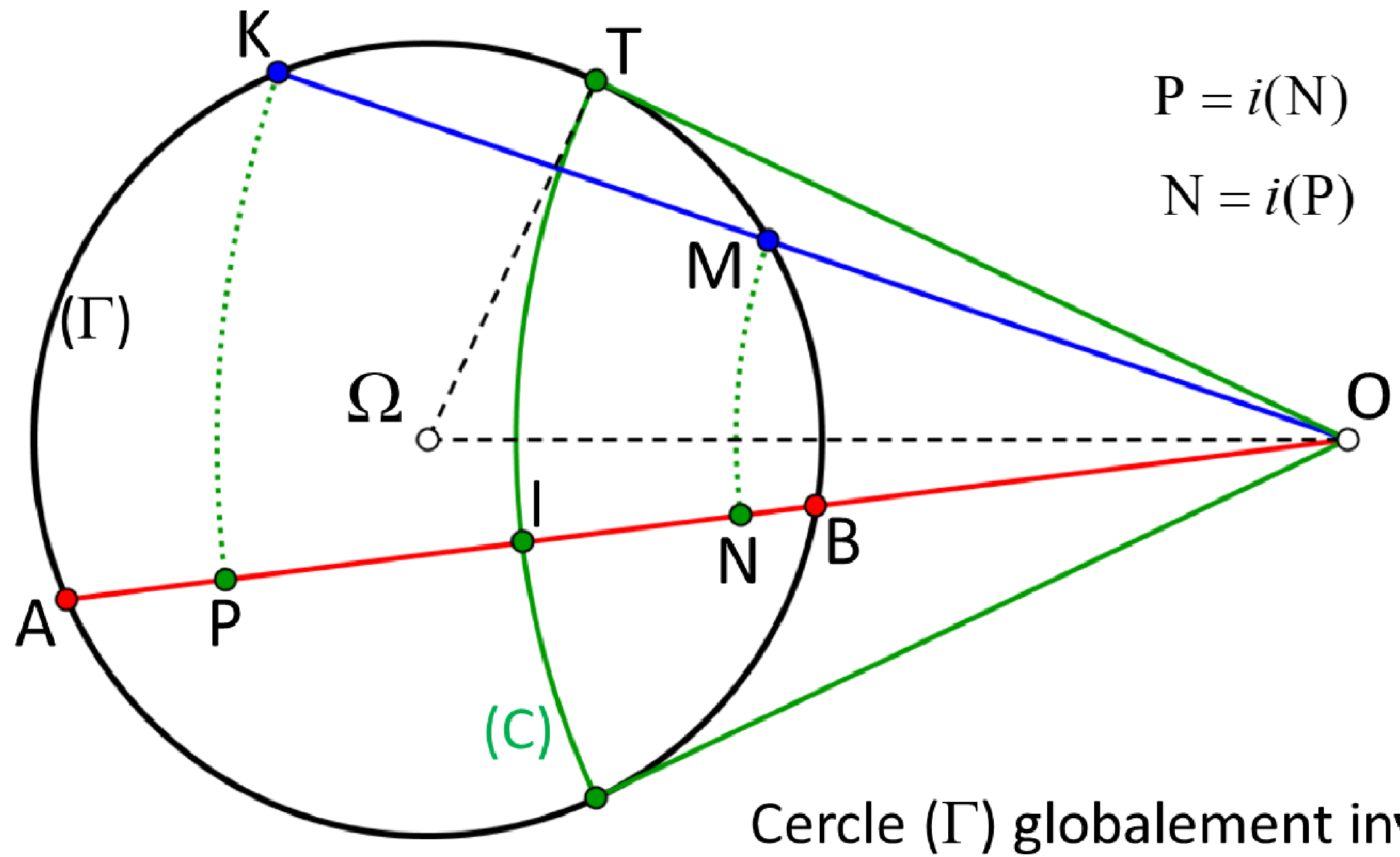


Hyperbole



Transformation involutive $i \circ i(\mathrm{M}) = \mathrm{M}$ $\overline{\mathrm{OM}} \cdot \overline{\mathrm{OM}'} = k$

k puissance de l'inversion, (C) cercle d'inversion

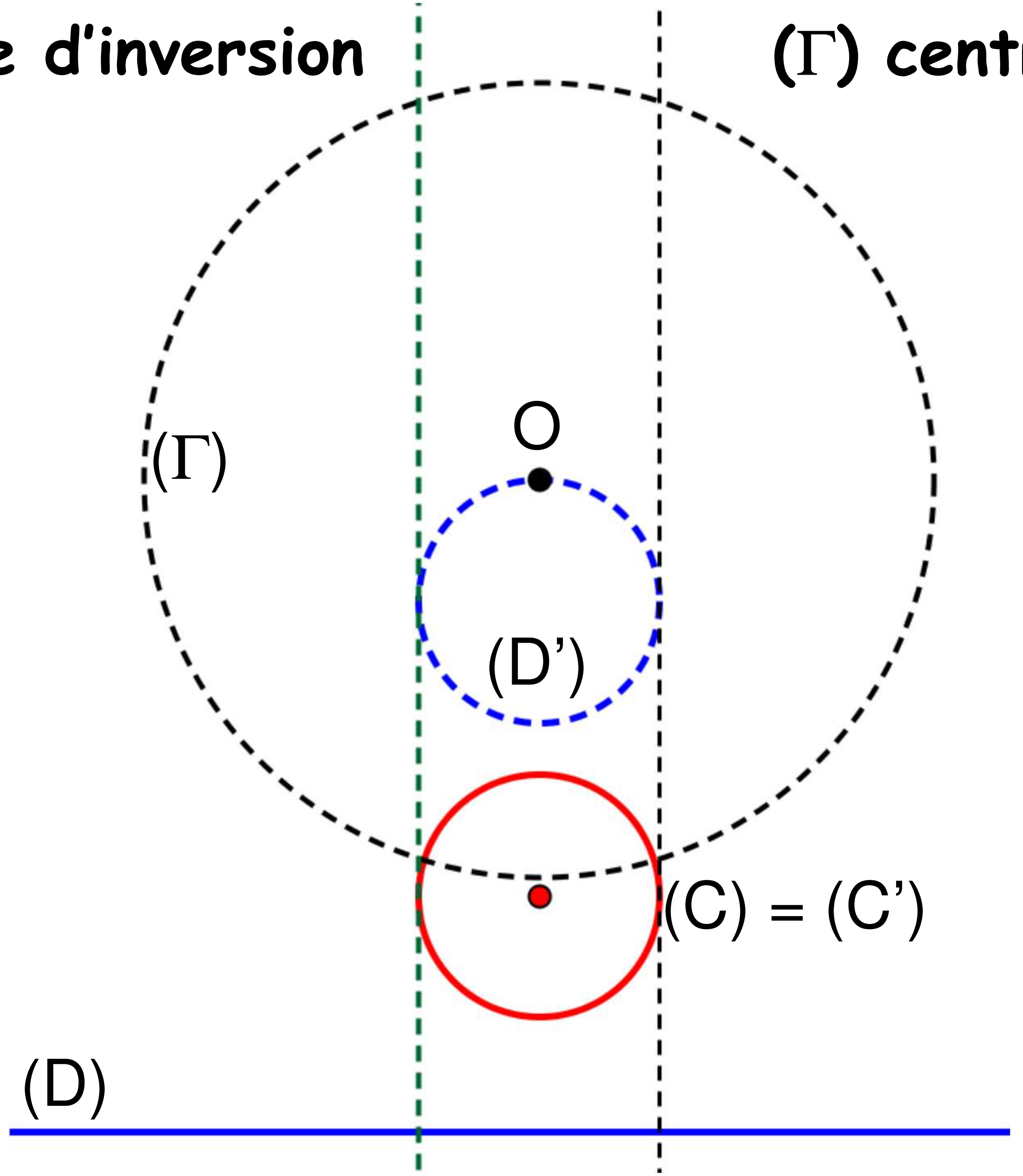


$\mathrm{P} = i(\mathrm{N})$

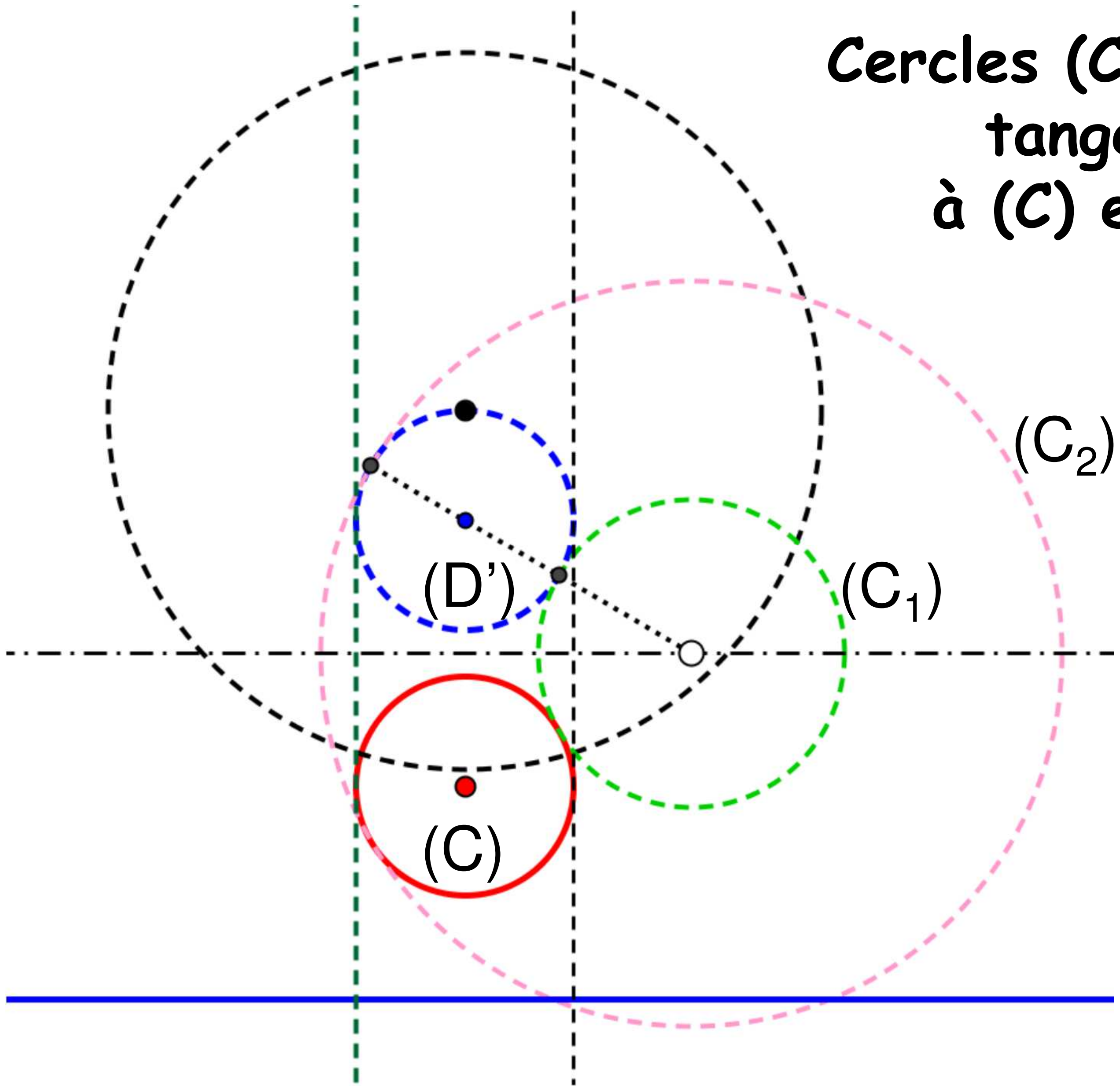
$\mathrm{N} = i(\mathrm{P})$

Cercle (Γ) globalement invariant

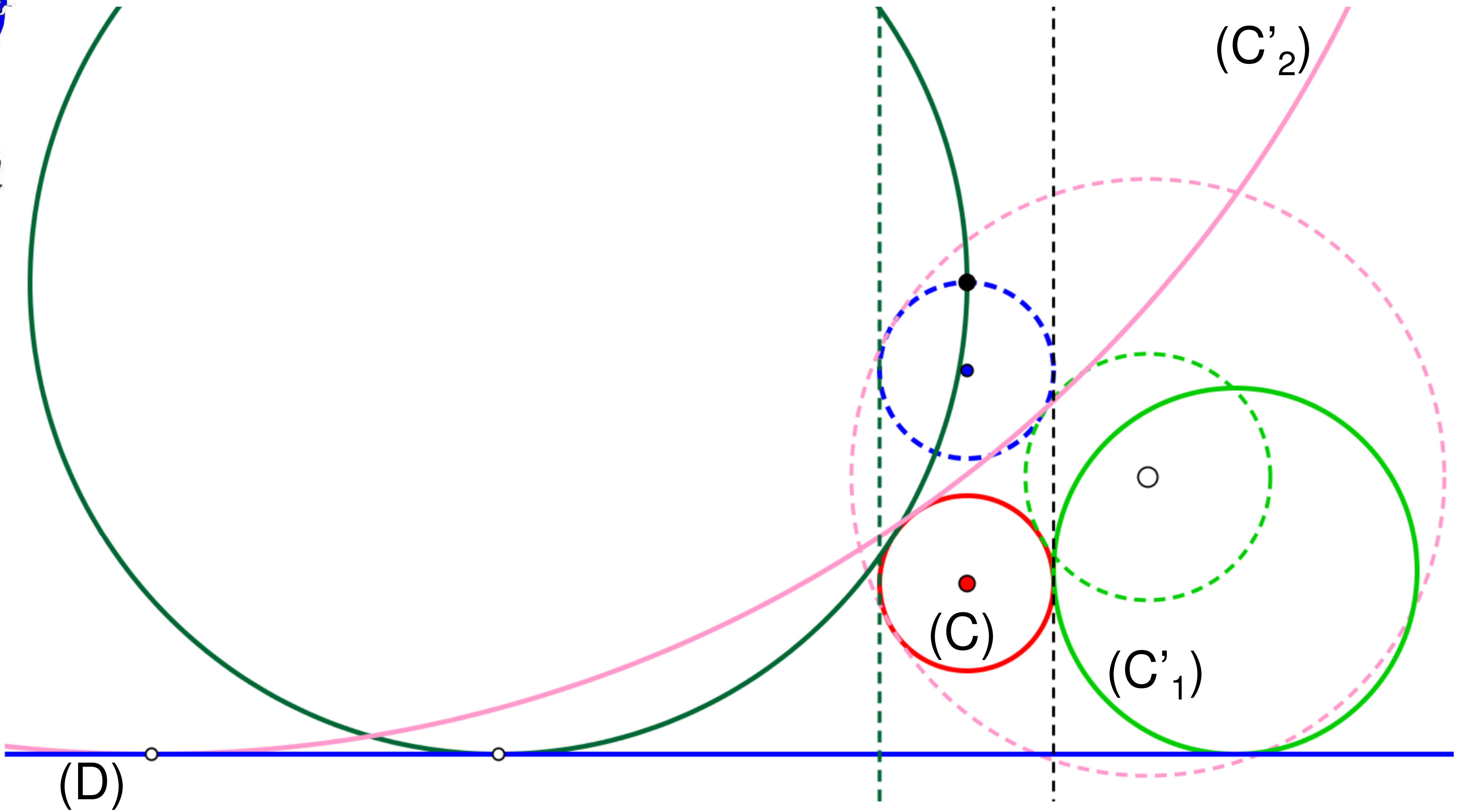
O centre d'inversion (Γ) centre d'inversion



Cercles (C_1) et (C_2) tangents à (C) et (D')



Inversion de la figure précédente = résolution DP



Autre solution

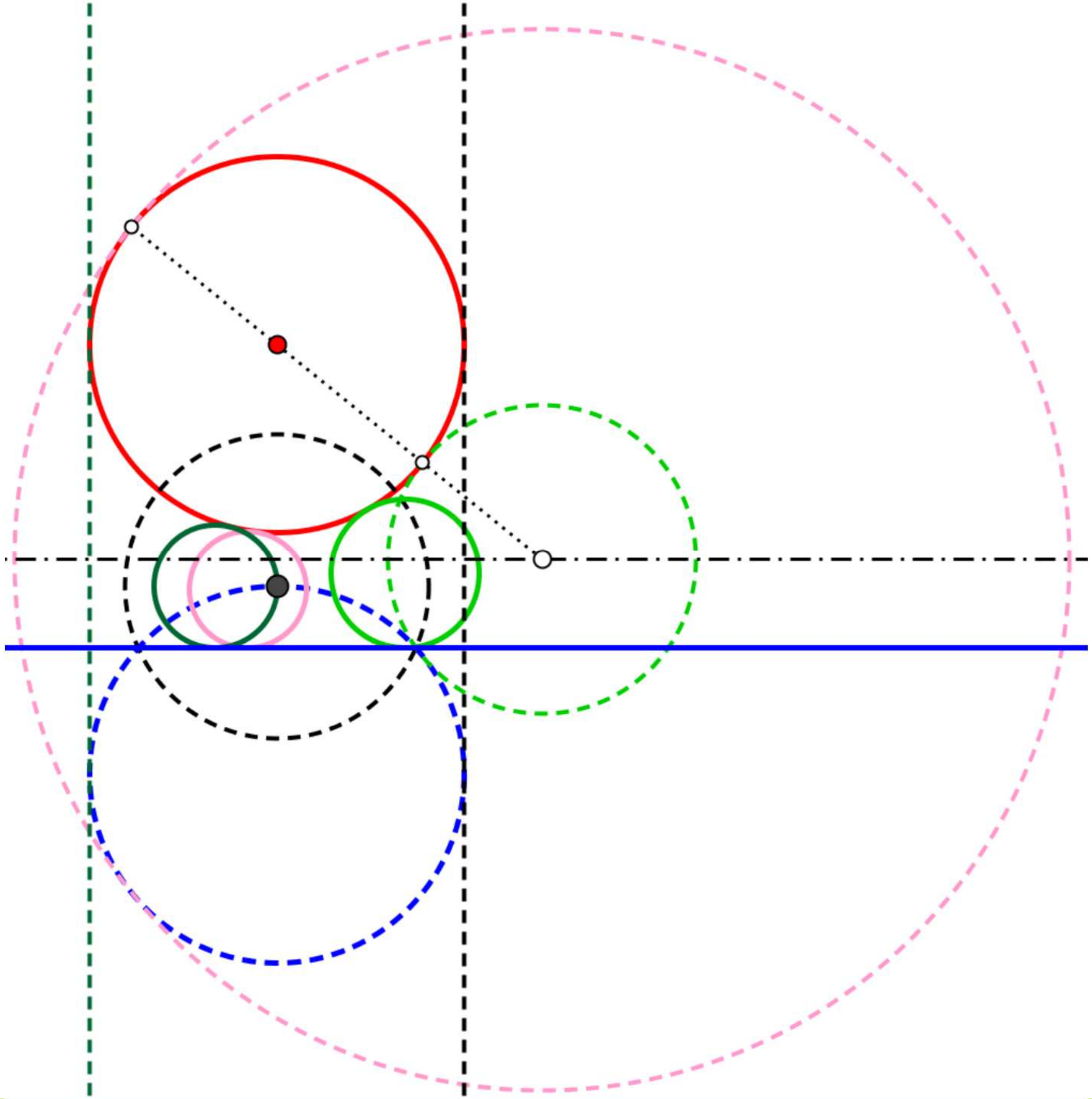
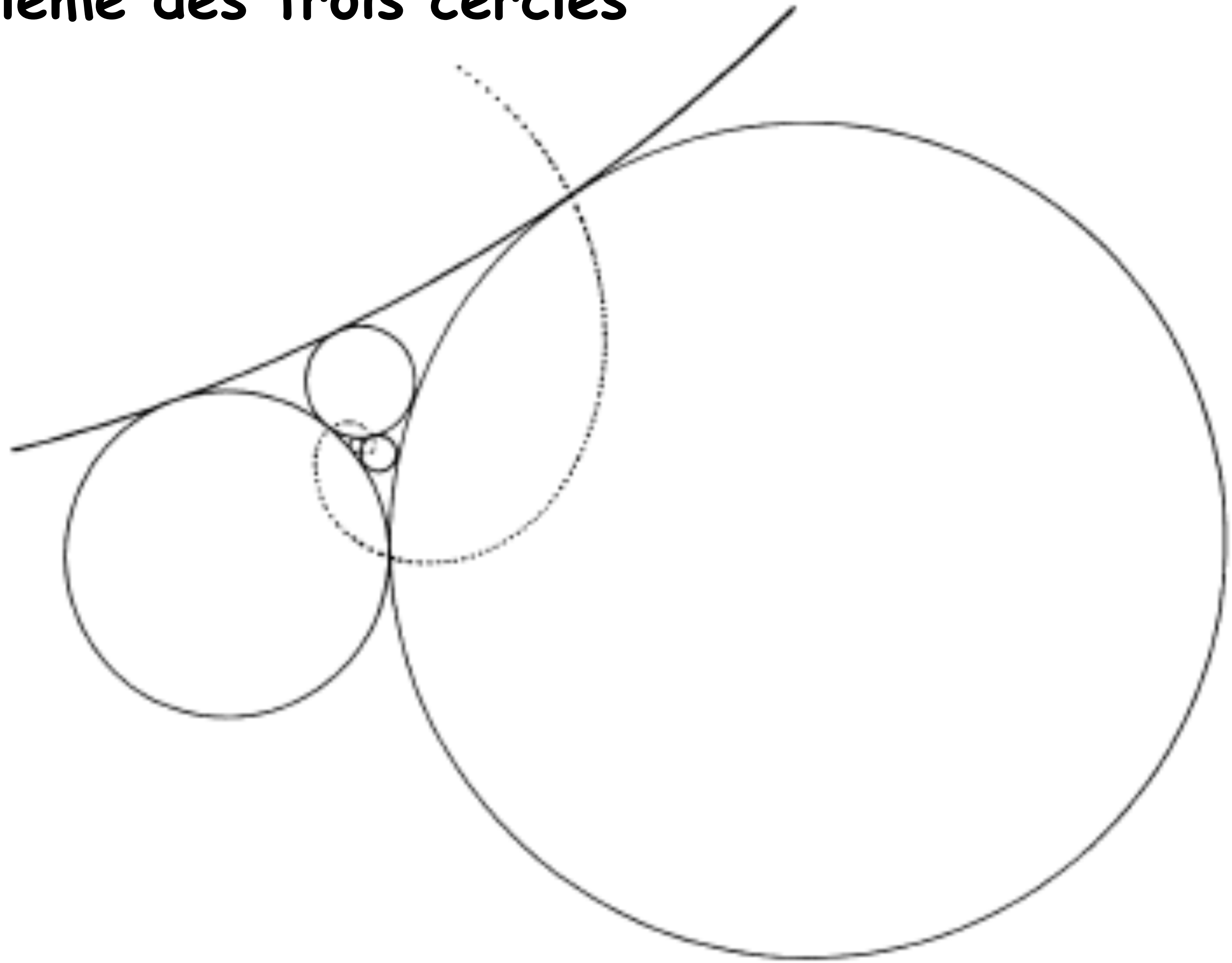
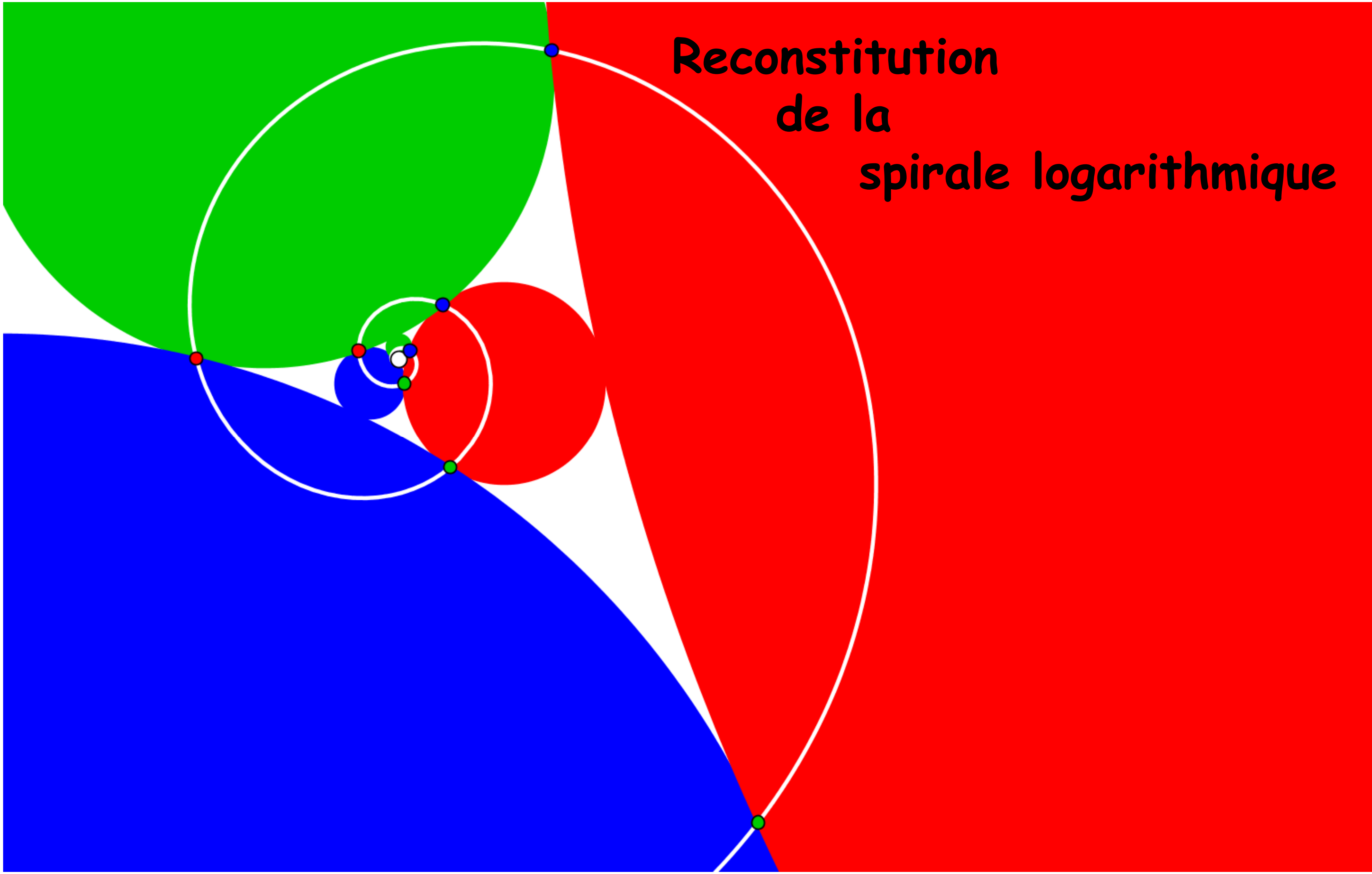
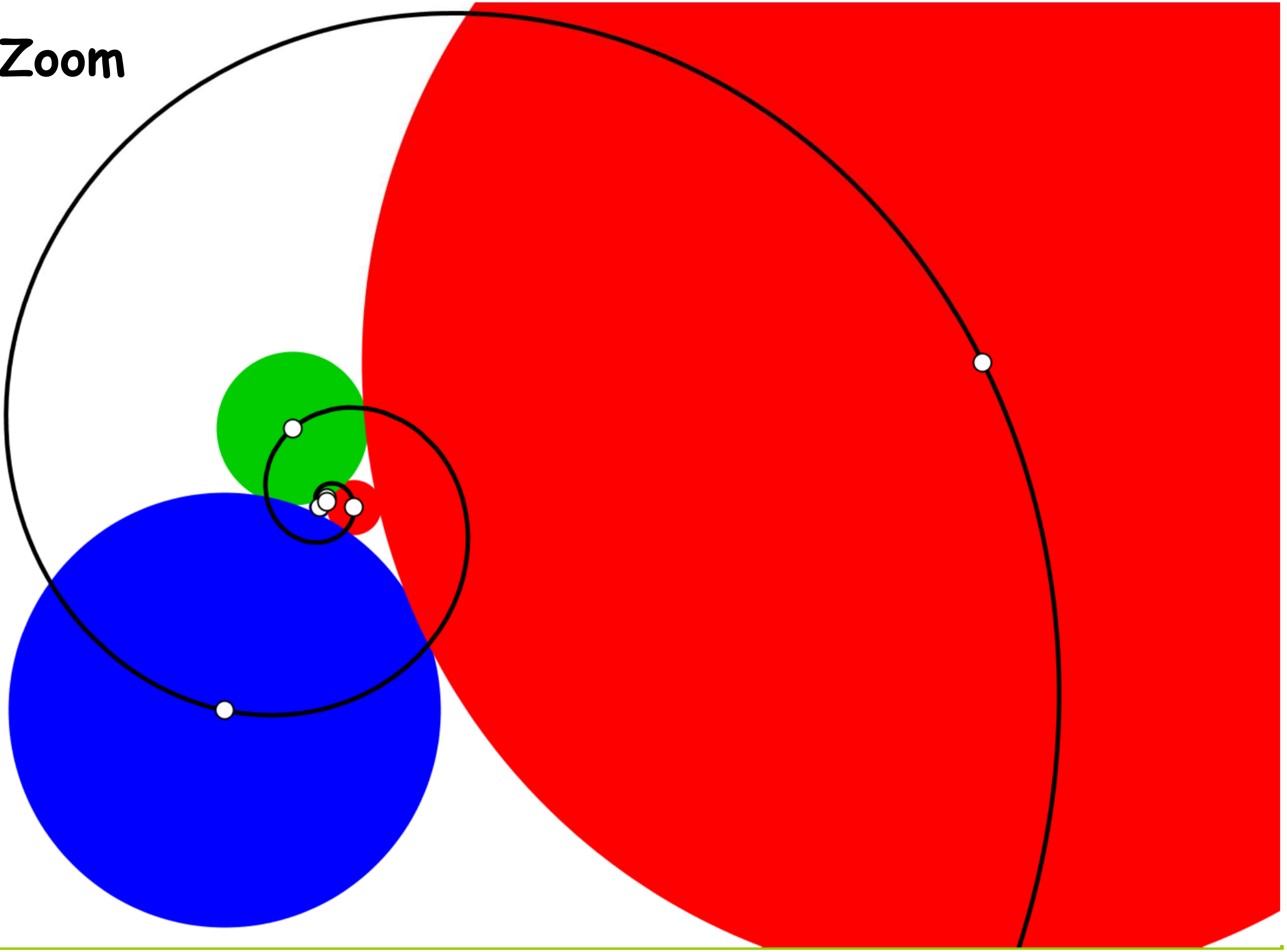


Figure présentée dans Gardner sans autre explication pour le problème des trois cercles




Reconstitution
de la
spirale logarithmique

Zoom



Hervé LEHNING

Passé
de l'autre côté
du miroir,
notre reporter
visite l'Oxford
du siècle
dernier.
Lutwidge
Dodgson,
alias
Lewis Carroll,
lui démontre
l'impossibilité
de toute
démonstration.
Question
de logique !

Paraboles dans les dunes