

# DU POINT A LA LIGNE



**Hervé Stève**, [herve.steve@hotmail.fr](mailto:herve.steve@hotmail.fr)

Mathématicien, ingénieur aéronautique

Cofondateur du KAFEMATH

Salon CIJM 2022 du 4 juin

Place Saint-Sulpice 75006 Paris

1



<http://kafemath.fr/>



## Bienvenue sur le site de Kafemath !

Le Kafemath est un essai de café mathématique.

Un café mathématique est aux mathématiques ce que le "café-philo" est à la philosophie !

### Années précédentes

[2021-2022](#)

[2020-2021](#)

[2019-2020](#)

[2018-2019](#)

[2017-2018](#)

[2016-2017](#)

[2015-2016](#)

[2014-2015](#)

[2013-2014](#)

[2012-2013](#)

[2011-2012](#)

[2010-2011](#)

[2009-2010](#)

[2008-2009](#)

[2007-2008](#)

[2006-2007](#)

[2005-2006](#)

[2004-2005](#)

**Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes !**

**En veillant à rester ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble.**

**Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur !**



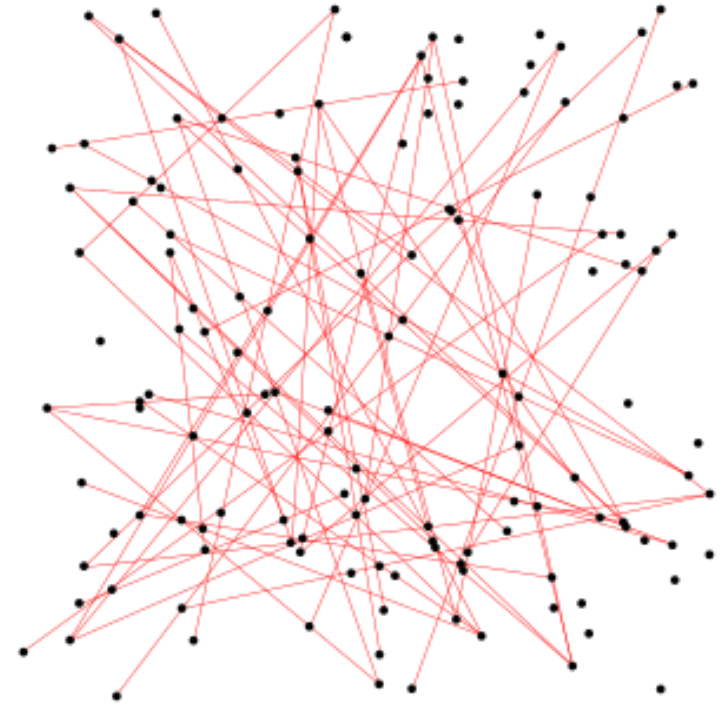
### Sites à visiter

[Catalogue \(mai 2019\)](#)



# PLAN

- Du point
- De la ligne
- Du point à la ligne et digressions artistiques ...



# DÉFINITIONS DU POINT

- (maths)

- **Élément d'espace, de dimension très réduite.**
- Signe utilisé parfois à la place de la virgule dans la numérotation décimale.
- À l'intérieur d'un système de calcul (pourcentage, indice, cote, opération, etc.).

- (médecine)

- Très petite marque (points blancs d'une angine).
- Douleur aiguë bien localisée (point dans le dos).
- Point d'acupuncture (~500).

- (linguistique)

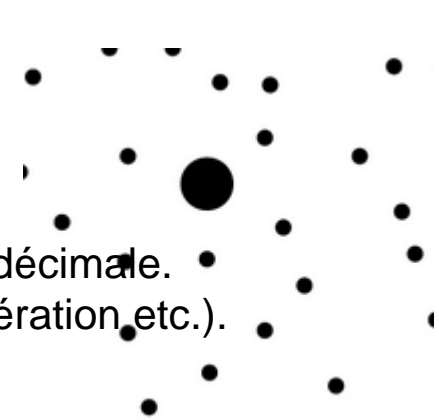
- Très petit rond utilisé comme signe graphique.
- Sujet, question quelconque ou aspect, étape d'une question d'un discours.

- (Lieu)

- Endroit déterminé (point de vue).
- Moment abstrait (point sensible).
- Etat, degré atteint.

- (Physique) Niveau, seuil, degré où quelque chose change d'état.

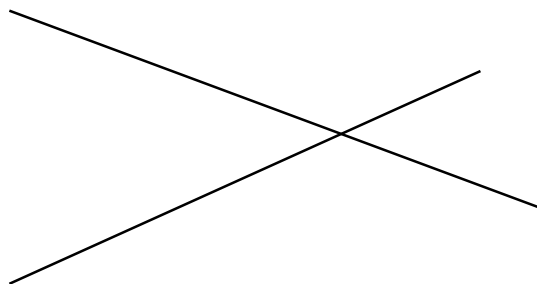
- (Sport) Unité attribuée à un joueur, à un sportif au cours d'une partie.



# LE POINT (MATHS)

- **En géométrie euclidienne** : selon Euclide -300 AJC, c'est ce qui n'a aucune partie. Ce n'est donc pas un objet (pas de dimension) mais une *position*. Le point (géométrique) se distingue cependant du nombre (arithmétique)

Le point est représenté par **une croix**, intersection de 2 droites sécantes



- **En théorie des ensembles** (Cantor fin 19ème) : un point est un *élément* d'un ensemble. Le point peut être un nombre (exemple, avec la droite des nombres réels)

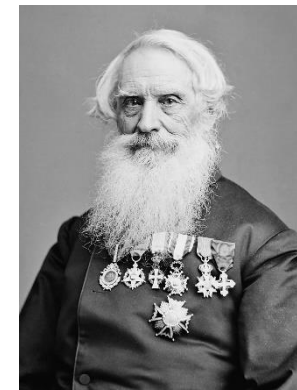
Le point est représenté par un point . c'est tout !



# PONCTUATION & LANGAGE

- le **point** ( . ) qui a donné son nom à la ponctuation ; termine une phrase
  - le **point-virgule** ( ; ) marque une pause moyenne
  - la **virgule** ( , ) marque la pause la plus faible
  - le **point d'interrogation** ( ? ) et le **point d'exclamation** ( ! )
  - les **points de suspension** ( ... ), le **deux-points** ( : )
  - les **tirets** ( - ) marquent une pause moyenne
  - les **guillemets** ( « » ) , les **parenthèses** ( ( ) ) et les **crochets** ( [ ] ) ...
- Le **code ou alphabet Morse international** avec des points (.) des tirets (-) et des espaces : convention un tiret = 3 points en terme de durée

A	• —	U	• • —
B	• — • •	V	• • • —
C	• — • • •	W	• • — •
D	• — • • • •	X	• — • —
E	•	Y	• — • — •
F	• • — •	Z	• — • • •
G	• — • • •		
H	• • • •		
I	• •		
J	• — • — • —		
K	• — • • —	1	• — • — • — • —
L	• — • • •	2	• • — • — • —
M	• — • —	3	• • • — • —
N	• — •	4	• • • • —
O	• — • — • —	5	• • • • •
P	• — • — • •	6	• — • • • •
Q	• — • — • — • —	7	• — • — • • •
R	• • • •	8	• — • — • • • •
S	• • •	9	• — • — • • • • •
T	• —	0	• — • — • — • —



Samuel Morse





# SUR LE POINT ...

- **Le rond-point** : carrefour giratoire



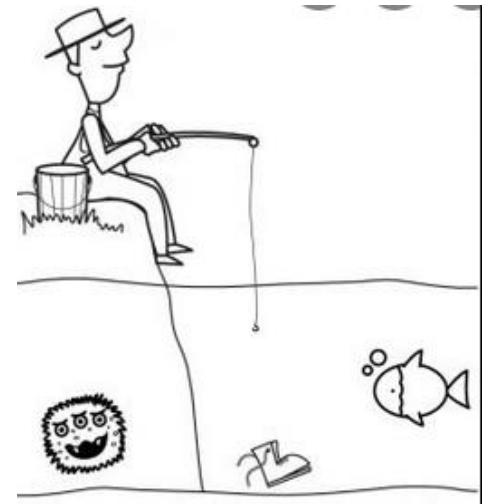
rond-point cacahuète

- **Point de non-retour** : lieu ou moment à partir duquel un événement ou une action ne peut plus être arrêtée ...



# DÉFINITIONS DE LA LIGNE

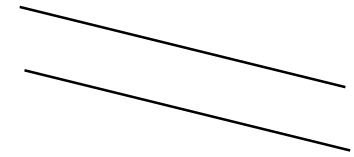
- (maths, géométrie)
  - Longueur sans largeur (Euclide)
  - Ligne droite ou droite : ligne la plus courte entre 2 points
  - Ligne courbe ou courbe (coniques, spirales, hélices, ...)
- (arts)
  - Dessin : trace fine d'instrument ou contour d'un objet
  - Imprimerie : textes par ligne ou linotype
  - Musique : ligne mélodique
- (informatique)
  - Ligne de fichier texte, ligne de code, en ligne (internet)
- (télécommunication, électricité)
  - Ligne de transmission, ligne haute tension
- (divers)
  - Politique : ligne du parti, ceux en 1<sup>ère</sup> ligne (covid 19)
  - Militaire : ligne de bataille, ligne Maginot
  - Maritime : pêche à la ligne, ligne de flottaison, filin, l'équateur terrestre
  - Transport : ligne de chemin de fer, de bus





# LIGNE DROITE

- **géométrie euclidienne** (5 axiomes) : la ligne droite est une ligne également placée entre ses points.



Deux droites parallèles ne se coupent jamais (5<sup>ème</sup> axiome)

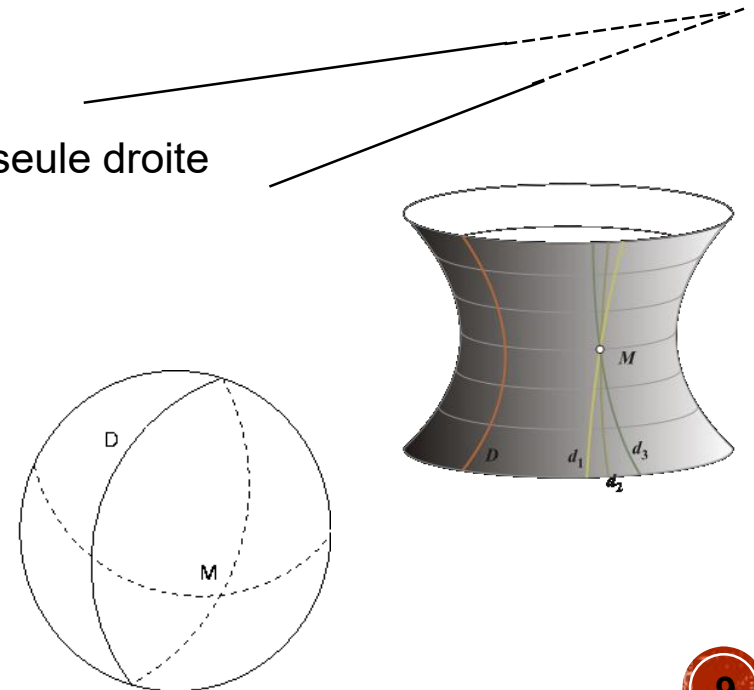
Mais dire que la ligne est « le plus court chemin entre 2 points » pose problème : sur la surface d'une sphère (~ Terre), cette ligne est un arc de cercle et non « droite » ! Et les méridiennes (parallèles entre elles) se coupent aux pôles !

- **géométries non euclidiennes** :

- *géométrie projective* : les droites parallèles se coupent à l'horizon et par 2 points ne passent qu'une seule droite

- *géométrie hyperbolique* ou de Lobatchevski : par un point donné, non situé sur une droite donnée, il passe au moins deux droites qui ne coupent pas la droite donnée

- *géométrie elliptique* : deux droites sont toujours sécantes (exemple : sphère)



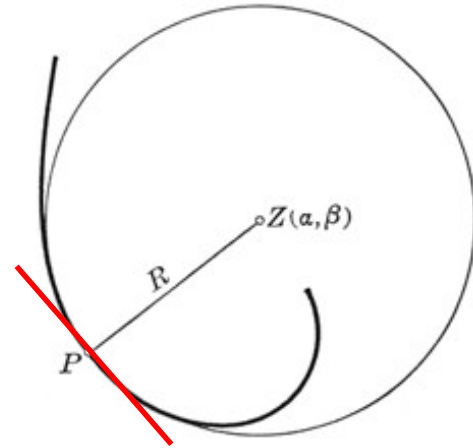
# LIGNE COURBE

**Sous-ensemble unidimensionnel** du plan ou de l'espace :

exemple) un point qui se meut suivant une loi déterminée

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \text{ cercle de rayon } 1$$

- ✓ *Tangente* en P à la courbe : **droite la plus proche au voisinage du point P**
- ✓ *Cercle osculateur* en P : **le cercle le plus proche au point P**, le centre est le *centre de courbure* et son rayon est le *rayon de courbure*
- ✓ En dimension 3, on fait appel à la *torsion* d'une courbe gauche si la courbe s'écarte du plan osculateur



# COURBE PLANE

- **Équation paramétrique** plane :  $OM = x(t) i + y(t) j$   
La tangente est obtenue en dérivant  $x(t)$  et  $y(t)$

exemple) le cercle de rayon  $R$  de centre  $Z(\alpha, \beta)$  :  
 $x = \alpha + R \cos t$  et  $y = \beta + R \sin t$

**Courbes de Bézier** : ligne polynomiale pour approcher une ligne quelconque (B-splines)

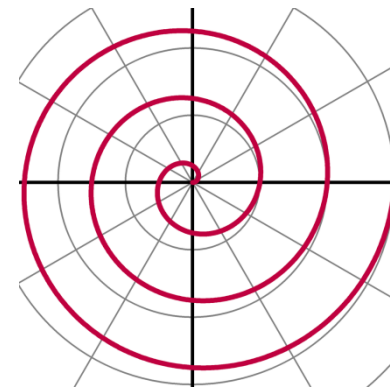
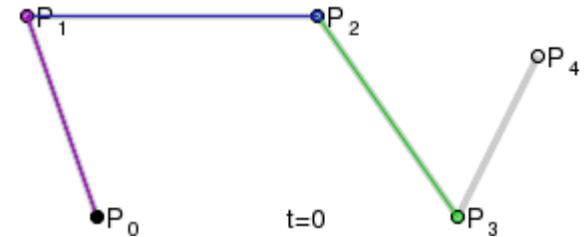
$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 t P_1 + 3(1-t)t^2 P_2 + t^3 P_3$$

Courbe de Bézier de degré 3

- **Équation cartésienne** du plan :  $f(x,y) = C$  courbe de niveau  $C$  des points  $M(x,y)$   
la tangente est obtenue à partir du gradient de  $f(x,y)$
- **Équation polaire** du plan :  $x = \rho(\theta) \cos \theta$  ,  $y = \rho(\theta) \sin \theta$   
de coordonnées polaires  $(\theta, \rho(\theta))$   
ex) spirale d'Archimède  $\rho(\theta) = a + b \theta$   
 $a=0$  et  $b=1$  pour  $0 < \theta < 6\pi$



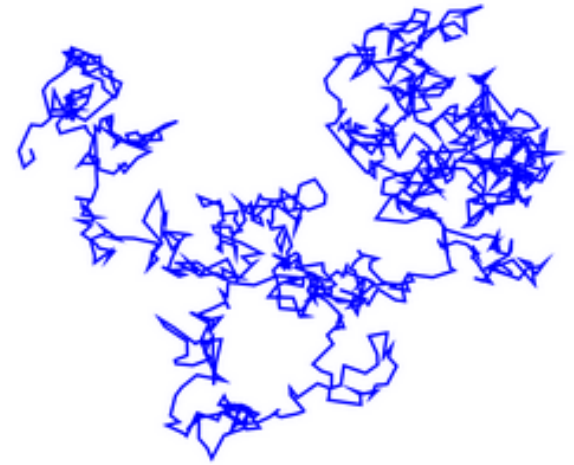
Pierre Bézier  
(1910-1999)



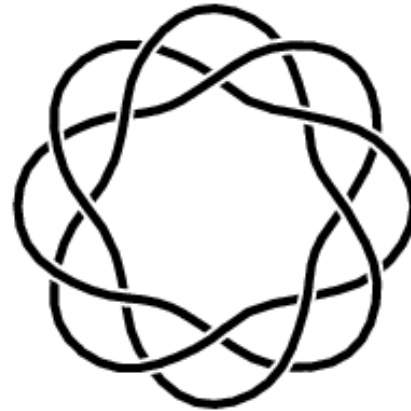
# COURBE GAUCHE (DOUBLE COURBURE)

- **Équations paramétriques 3D** :  $OM = x(t) i + y(t) j + z(t) k$   
La tangente est obtenue en dérivant  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$
- **Équations cartésiennes 3D** : surface de niveaux  $f(x,y,z) = C$   
l'intersection de 2 surfaces de niveaux  $\Rightarrow$  courbe et la tangente

- **Une courbe fractale** :  
Lignes brisées comme le mouvement brownien



- **Les nœuds ou plongements**:



- **La courbe transcendante** : avec des équations non polynomiales  
comme  $dy = dx/x$

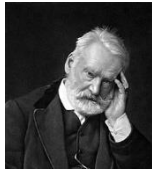
# POINT À LA LIGNE

*Expression de la langue française traduisant le souhait du locuteur de clôturer un sujet ayant été suffisamment traité, et exprimant son intention de passer à un nouveau sujet*

## Citations :



« La ligne courbe est la ligne la plus jolie entre un point et un autre »  
Mae West (1893-1980)



« Toujours suivre d'un point à l'autre la ligne droite, c'est le chemin le plus long » Victor Hugo (1802-1895)



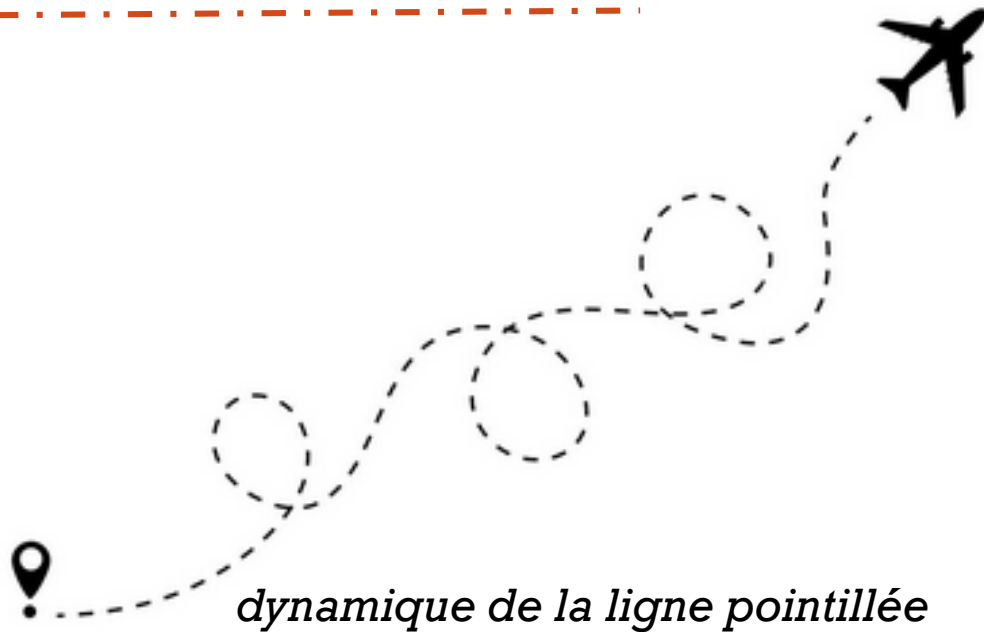
« Le cercle n'est qu'une ligne droite revenue à son point de départ »  
Frédéric Dard (1921-2000)



« La pointe de ton sein – A tracé tendrement – La ligne de ma chance  
– Dans le creux de ma main » Jacques Prévert (1900-1977)

# LIGNE POINTILLÉE

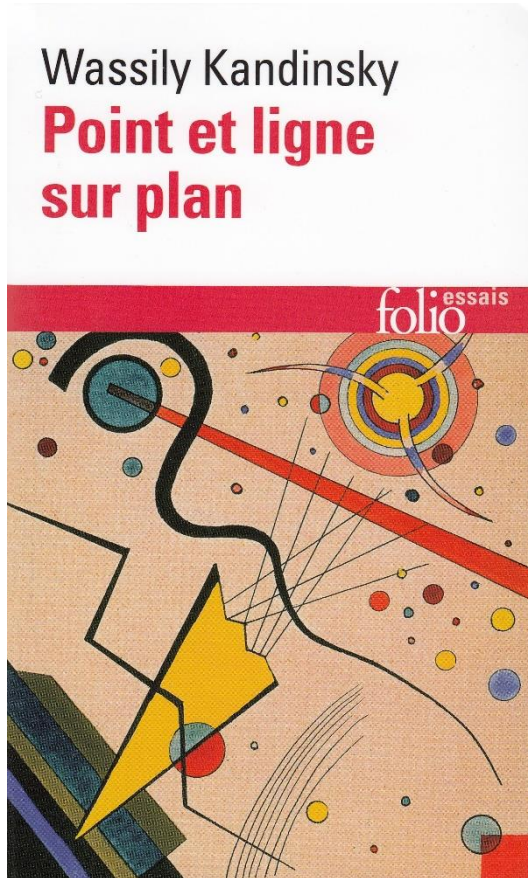
*La ligne faite de points et/ou des tirets*





# POINT ET LIGNE SUR PLAN

Vassily Kandisky  
1866 Moscou – 1944 Neuilly-sur-Seine

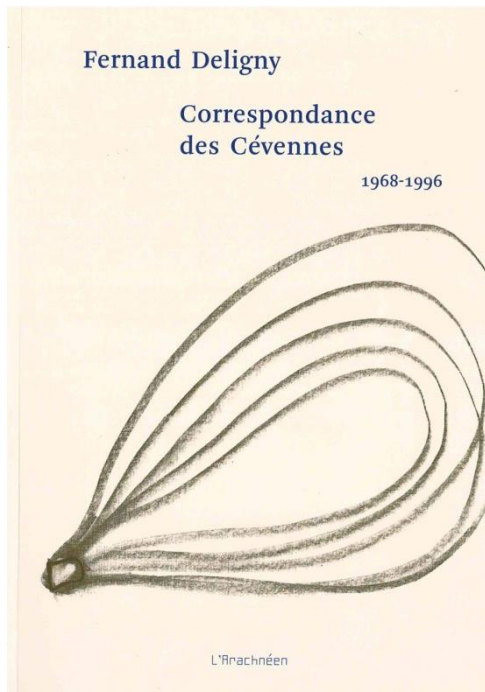


1926

Kandinsky présente sa théorie des **formes** qui participe de la même rigueur et de la même volonté de constituer le langage des moyens purs de l'art qui, au-delà des apparences, va parler à l'âme humaine. Dans ce texte capital et souvent mal compris, Kandinsky pose les bases de la future science de l'art, clef pour un art abstrait authentiquement prophétique.

# DELIGNY

**Fernand Deligny** 1913 (Bergues 62) -1996 (Monoblet 30)  
origine Ligny-Lès-Aire  
éducateur-poète  
animateur socioculturel (handicapés, autistes),  
écrivain *graine de crapule* 1945,  
*les vagabonds efficaces* 1947  
cinéaste documentaire *le moindre geste* 1971,  
*ce gamin là* 1973

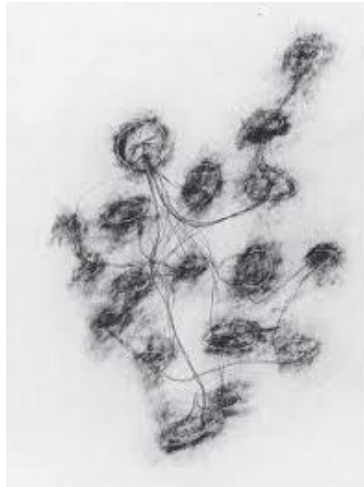


« Faire le point : préciser la situation où l'on se trouve. Il me semble que j'ai passé ma vie à faire le point, à perte de convictions » dans *l'homme sans convictions* 1971

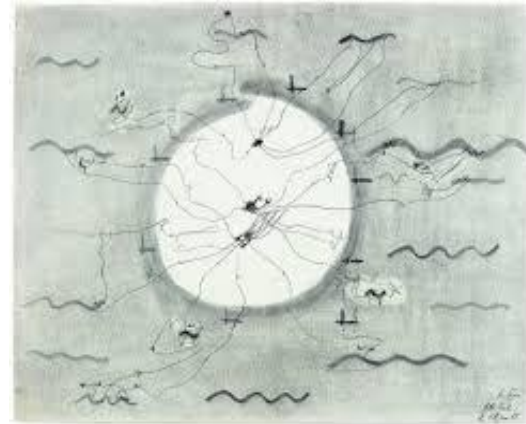
Un processus dynamique au-delà du verbal ...

# LIGNE D'ERRE

- Langage non verbal fait de points et de lignes.  
Mutisme des enfants autistes, silence. Déplacements et gestes.
- Dans *Traces d'êtres et bâtisses d'ombres* (Fernand Deligny): « Tracer est trace d'être, si on entend que cet être là n'est pas un ; il s'agit d'être et non pas de l'être et tracer alors ne représente rien »



lignes d'erre



Suppression de  
lignes d'erre

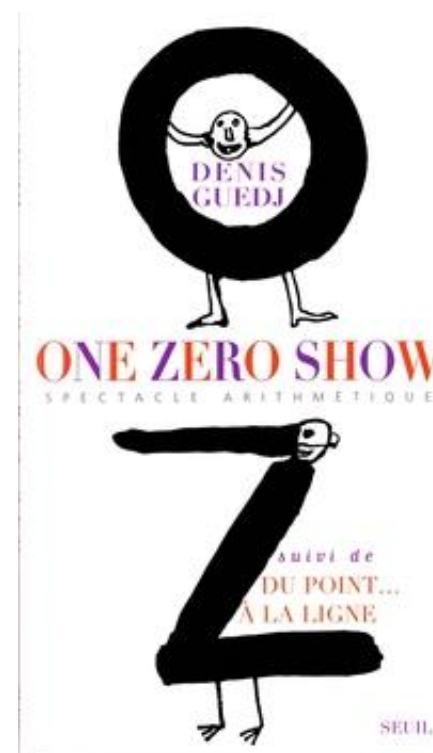
# DENIS GUEDJ

- **Denis Guedj** (1940-2010)

« One zéro show et du point à la ligne », Le Seuil, 2001

*« La pièce est géométrique. On y fait la connaissance de personnages tels que le point M, la ligne L ou la droite D. Denis Guedj s'amuse à appliquer les contraintes mathématiques au théâtre. Il crée ainsi un univers imaginaire particulier régi par des règles aussi arbitraires que les postulats mathématiques. Une approche qui ravira les amoureux des mathématiques et les enfants qui, pour tromper l'ennui, imaginent leurs cahiers d'école prendre vie. »* Mona Moalic

<https://www.dailymotion.com/video/xf27t3>



# POINT FINAL

