

Tous ensemble avec le vide

Hervé Stève, herve.steve@hotmail.fr

Kafemath du 18/11/ 2021

À la Coulée Douce, Paris 12ème



Introduction

- Définitions diverses
- Construire les entiers à partir du vide
tout à partir de rien
- Faire le vide ...
du tout au rien
- Néant, rien, vacuité ...



... Définitions ...

- **maths)**

- Ensemble vide, ne contenant aucun élément
- Logique et informatique : type ne contenant aucune valeur
- Langage formel : chaîne de caractères vide

- **physique)**

- Absence de matière
- Mécanique quantique : mais énergie minimale
- Chambre à vide, claquage du vide, pompe à vide, ...

- **astronomie)**

- Milieu interstellaire : densité de matière faible
- Vide local, grand vide (de Bouvier, peu de galaxies)

- **philosophie, religion)**

- Néant : absence absolue, ou de nullité absolue, lié à l'être
- Rien : soit néant, soit vide ou quelque chose
- Vacuité : état du vide. Bouddhisme : interdépendance des choses

sociologie, psychologie) vide existentiel : ennui, apathie, aliénation
expressions) vide-greniers, vide-ordures, vide juridique, vide sanitaire, ...



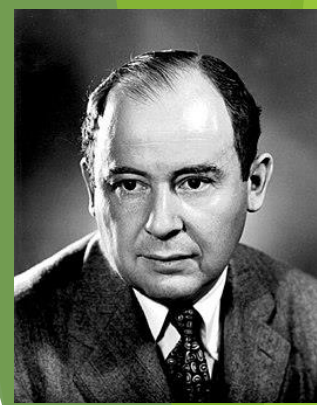
L'ensemble vide

- Un ensemble est une liste d'éléments : $E = \{ a, b, c, \dots \}$ et l'**ensemble vide** ne contient aucun élément ...
- **notations** du vide : $\{\}$, O (John Von Neumann), \emptyset (André Weil)
- L'ensemble vide est sous-ensemble de tout ensemble E : $\emptyset \subset E$
- Il est **neutre** pour l'union : $\emptyset \cup E = E \cup \emptyset = E$
- Il est **absorbant** pour l'intersection : $\emptyset \cap E = E \cap \emptyset = \emptyset$
- **Unicité du vide** : si $E \subset \emptyset \Leftrightarrow E = \emptyset$
- L'ensemble des **parties du vide** est un singleton : $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- L'ensemble vide est **fini**, son **cardinal** $\text{card}(\emptyset) = 0$, mais $\text{card}(\{\emptyset\}) = 1$

Remarque : l'ensemble vide ne contient rien mais n'est pas rien !
 $\{\emptyset\} \neq \emptyset$ autrement dit $1 \neq 0$



Construction des entiers



- **John Von Neumann :**

1903 (Budapest) – 1957 (Washington)

Physicien, mathématicien (ensembliste, informaticien, ...)

- Projet Manhattan : calcule la hauteur optimale de l'explosion de bombe A (docteur Folamour de Kubrick)
- Ordinateur EDVAC livré en 1949 : électronique en **mode binaire** 5,5ko tubes à vide (ENIAC en mode décimal)
- Automate cellulaire => jeu de la vie de Conway
- Sciences sociales et en économie ...

- Les entiers à partir du vide selon la **théorie des ensembles** :

1. L'ensemble vide \emptyset est un entier naturel noté 0 ;
2. Si n est un entier naturel, l'ensemble $n \cup \{n\}$ est aussi un entier naturel, appelé le successeur immédiat de n , noté $n+1$;
3. Tout entier naturel est construit à partir des règles 1 et 2.

Ainsi on obtient :

$$0 \cup \{0\} = \{0\} = 1 \quad \text{ou bien} \quad \emptyset \cup \{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

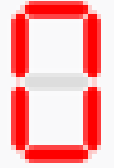
$$1 \cup \{1\} = \{0\} \cup \{1\} = \{0,1\} = 2 \quad \text{ou bien} \quad \{\emptyset\} \cup \{\{\emptyset\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$2 \cup \{2\} = \{0,1\} \cup \{2\} = \{0,1,2\} = 3 \quad \text{ou bien} \quad \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \cup \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \dots$$

$$n \cup \{n\} = \{0,1,\dots,n\} \cup \{n\} = \{0,1,\dots,n\} = n+1$$



Origines du zéro



- **Babylonienne :**

ni nombre, ni chiffre, c'est un marqueur sous la forme d'un double chevron  qui signifie absence

ex) 803 s'écrivait 8 \ 3 c'est-à-dire 8 centaines et 3 unités (sans dizaine)

- **Indienne :**

mot *sunya* qui veut le vide, symbole ●

nombre entier ni positif, ni négatif : différence de 2 nombres $x - x = ●$

Le mathématicien indien Bhaskara (12^{ème}) montre que $1 / ● = \text{infini}$

- **Arabique :**

mot *sifr* au 9^{ème} siècle : vide, symbole ●

- **Italienne :**

mot *zero* issu du latin médiéval *zephirium* (\Rightarrow zephiro \Rightarrow severo =zero)

symbole le cercle O (voûte céleste !)



Faire le vide ...

- **Platon** (-400) : l'être est plein, le vide est à l'extérieur
- **Epicure** (-300) : le vide est lié au déplacement des atomes
- **Aristote** (-350) : on ne peut rien créer à partir de rien
impossibilité du vide jusqu'à Galilée (+1600)

- **Pompe à vide** : Ctésibios (-300), Vitruve (0), Héron d'Alexandrie (>0)

Les *pompes aspirantes* élèvent l'eau par succion en créant une chute de pression entre le niveau d'eau dans le tuyau et la surface inférieure du piston. Avec le *clapet anti-retour*, la hauteur à laquelle cette pompe peut élever l'eau dépend de la différence entre la pression à la surface libre de l'eau et la pression plus basse créée dans le tuyau par le mécanisme de la pompe : la limite théorique est donc la différence entre la pression atmosphérique et un vide parfait, ce qui élèverait l'eau à 10,33 mètres, établi en 1644 par Evangelista Torricelli (élève de Galilée) ...

- Opposition entre «vacuistes» et «plénistes», avec Pascal, Descartes, Boyle, Hobbes, Newton ... la gravitation universelle le conduit à remplir l'espace d'un **éther**

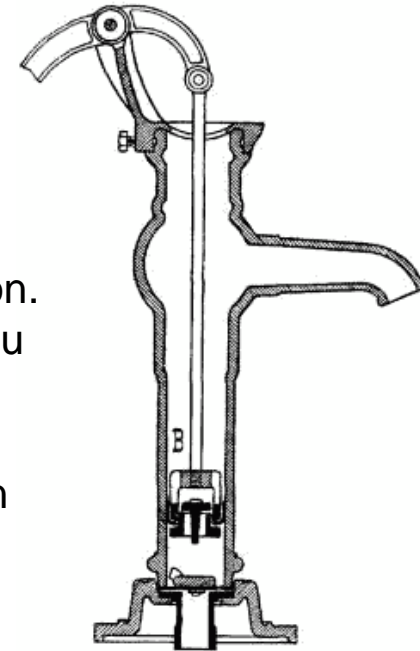
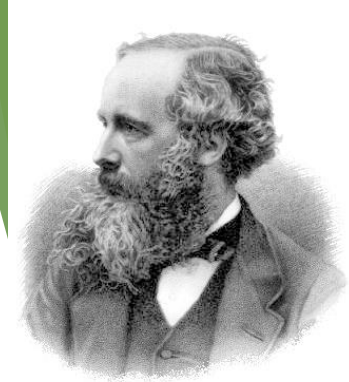


Fig. 9.

Le vide électromagnétique

- James Clerk **Maxwell** (1831-1879)
équations de Maxwell dans le vide



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\text{rot}} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (\text{Équation de Maxwell-Faraday}); \\ \text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Inexistence des charges magnétiques, parfois appelée équation de Maxwell-Thomson}); \\ \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Équation de Maxwell-Gauss}); \\ \vec{\text{rot}} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} \right) = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Équation de Maxwell-Ampère}). \end{array} \right.$$

$E(x,y,z,t)$ champ électrique, $B(x,y,z,t)$ induction magnétique

$\rho(x,y,z,t)$ la densité de charge

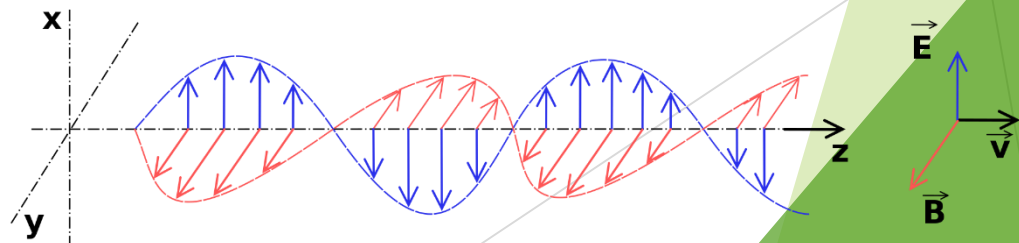
perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

permittivité du vide : $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ avec c vitesse de la lumière

impédance du vide : $Z_0 = \mu_0 c \approx 120\pi \Omega$

- **Le champ électromagnétique se propage dans le vide** : ondes électromagnétiques

$$v = k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/c$$



L'éther

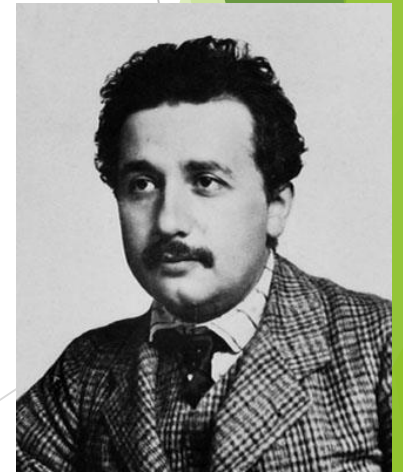
- **Ether ou Aether** : dieu primordial de la mythologie grecque, fils des Ténèbres et du Chaos, il engendre Gaïa (la Terre), Ouranos (le Ciel) et Thalassa (la Mer) ...



- plusieurs notions différentes en fonction des époques ... jusqu'en 1905 : « des substances subtiles distinctes de la matière et permettant de fournir ou transmettre des effets entre les corps ».

L'éther gravitationnel, l'éther luminifère

- Après 1905, Albert Einstein (1879-1955) déclare que l'éther est inutile pour la physique mais fait renaître un « **nouvel éther** » en 1916 avec la relativité générale : un medium sans mouvement !

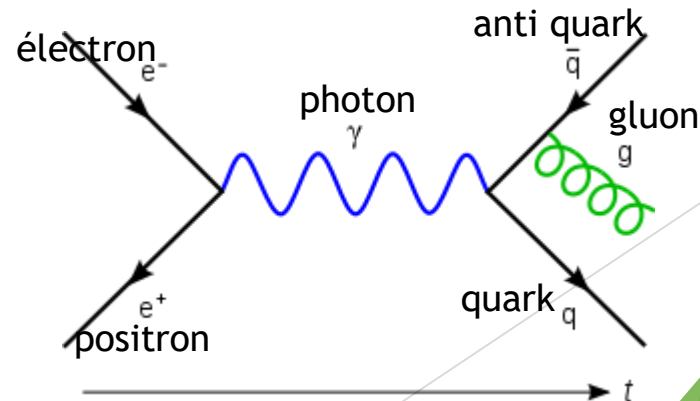


Le vide quantique

- État du vide selon la **mécanique quantique** (physique atomique et subatomique). L'espace est vide de matière à 99% mais celui-ci est rempli d'énergie : champ de Higgs, énergie du vide, matière sombre
- **Principe d'incertitude** (Werner Heisenberg 1901-1976) :
$$4\pi\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$
 avec h constante de Planck
=> de l'énergie s'extrait du vide pendant un temps très court
- **L'énergie du vide** permet de créer la matière : $E = mc^2$, ce qui conduit à l'apparition de paires de *particules virtuelles éphémères* (*théorie quantique des champs*)



Diagramme de Richard Feynman 1918-1988



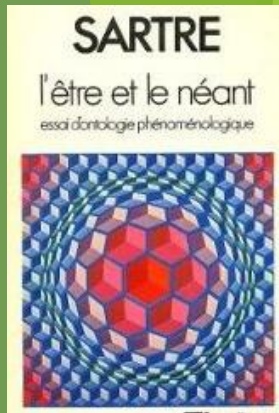
Néant (philosophie)

- nullité absolue, absence d'être
- n'est pas une notion spatiale ce qui est différent du vide (sauf pour Raymond Devos « un trou avec rien autour »)

le néant est *absolu*, mais qu'est-il ?

- Il est *non-être* car seul l'être est, il n'existe que dans nos pensées éphémères et non dans la réalité (Parménide, Bergson)
- Il est *autre* donc quelque chose (Platon, Aristote, Hegel)
- Il est : *néant par excès* (néoplatoniciens), *sans nom* (image divine ineffable), *matière* comme anti-être (Plotin), *être indéterminé* non rationnel (Heidegger), *hante l'être* (Sartre « l'être est antérieur au néant et le fonde »)

Le **nihilisme** : volonté supérieure du néant pour l'homme car impossibilité d'existence d'un monde parfait (Céline, Bakounine, Nietzsche)



Rien (langage)

soit néant, soit vide, soit chose (latin rem = la chose)

- **Pronominale** :
rien = nulle chose « *je n'ai rien à dire* »
ne rien = quelque chose « *il fut incapable de ne rien dire* »
- **Nominal** : une chose de peu d'importance « *un petit rien* »
- **Adverbe** : rien = seulement « *ce n'est rien que toi* »
- **Religieux** : « *Paul fut relevé de terre, et ses yeux ayant été ouverts, il voyait rien* », rien = néant = Dieu = toutes choses
- **Louis XVI** a noté « *Rien* » dans son carnet de chasse le 14 juillet 1789, ce qui veut tout dire !
- **Raymond Devos** 1922-2006 dans « *Parler Pour Ne Rien Dire* »



« Parce qu'on m'a demandé de faire un discours

Je vous signale tout de suite, mesdames et messieurs ...
Que je vais parler pour ne rien dire*.

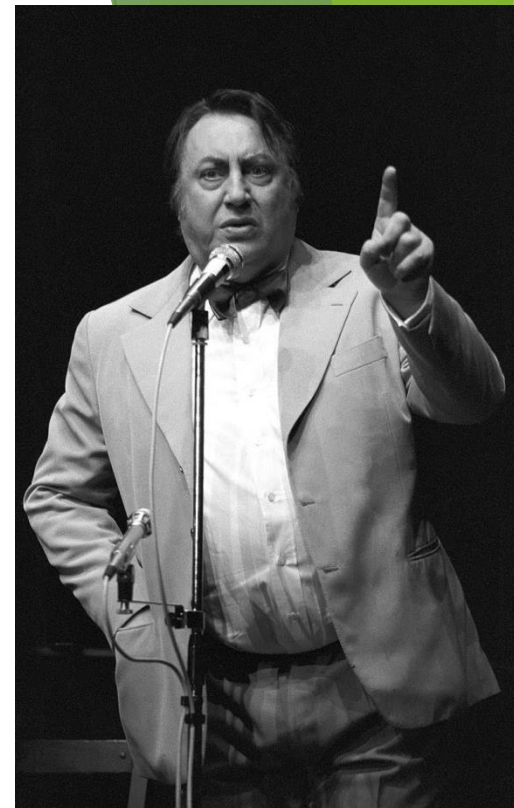
Oh ! je sais ! Vous pensez :
"S'il n'a rien à dire ... Il ferait mieux de se taire !"
Ouais c'est trop facile ! ... mais c'est trop facile !

Vous voudriez que je fasse comme ceux qui n'ont rien à dire
Et qui le gardent pour eux ?
Et bien, non ! Mesdames et messieurs. Moi, quand je n'ai rien à dire
Je veux qu'on le sache !
Je veux en faire profiter les autres !
Et si vous-mêmes, mesdames et messieurs, vous n'avez rien à dire,
Eh bien, on en parle, on en discute !
Je ne suis pas ennemi du colloque.
Mais, me direz-vous, si on parle pour ne rien dire,
De quoi allons-nous parler ?

Eh bien, de rien ! ... De rien !
Car rien, ce n'est pas rien !
La preuve, c'est que l'on peut le soustraire ...

Rien moins rien = moins que rien !
Alors si l'on peut trouver moins que rien,
C'est que rien vaut déjà quelque chose !
On peut acheter quelque chose avec rien !

(*) 27 rien sur 234 mots !



En le multipliant !
Une fois rien ... C'est rien !
Deux fois rien ... Ce n'est pas beaucoup !
Mais trois fois rien, ... Pour trois fois rien, on peut
déjà acheter quelque chose
Et pour pas cher !

Maintenant, si vous multipliez trois fois rien par
trois fois rien :
Rien multiplié par rien = rien.
Trois multiplié par trois = neuf.
Ça fait : rien de neuf ! ... »



Vacuité (métaphysique)

- l'état du vide
- **Vacuité de l'existence** (absence de valeur)
- **Bouddhisme** : « vacuité des réalités intrinsèques »
Inexistence de toute essence, de caractère fixe et inchangeant : **l'impermanence** ou non soi
- Le sôutra du cœur dit « la vacuité est forme et la forme est vacuité », la vacuité n'est ni néant, ni espace vide, c'est la nature des phénomènes.
- La vacuité se situe dans le juste milieu entre l'*éternalisme* (passé, présent, futur : points sur une ligne de temps) et le *nihilisme* (néant absolu)
 - **analogie avec le point (maths)** : le point est l'élément le plus petit que tout ce qui est mesurable (taille nulle), il existe, mais il est plus grand que rien du tout, de plus l'ensemble des points remplit l'espace par continuité ...

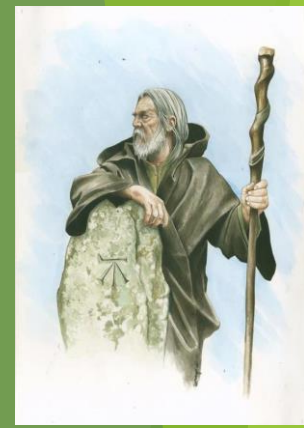


l'enso du
bouddhisme zen



lettre Mu
japonaise (tao)
« passage sans
porte »

Qui est Merlin l'Enchanteur ?



Merlin arrive à la cour du roi Arthur

Ce dernier étant parti à la guerre, Merlin s'assoit sur son trône

Un chevalier gardien du trône interpelle Merlin :

« Qui est-tu pour t'asseoir à la place du roi Arthur, seul celui qui est au dessus du roi peut le faire ? »

« Mais qui est au dessus du roi, demande Merlin ? »

« Dieu et tu n'est pas dieu, répond le chevalier »

« C'est vrai, mais qui est au dessus de dieu, questionne Merlin ? »

« Personne. Au dessus de dieu, il n'y a rien, dit le Chevalier »

« Justement, je suis RIEN, conclut Merlin »



Conclusion

- en maths, on construit l'espace à partir du vide, considéré comme **un point dans l'espace**
- en physique, on extrait toute la matière pour faire le vide, mais **ce vide est quantique**
- en philosophie et métaphysique, le vide a une existence même s'il se définit comme non existence : **il est par essence**

ainsi le vide n'est pas rien,
et même rien n'est pas rien !

