

Le Napier Logarithme

Nicholas Rose & Hervé Stève
G4G Zoom du 21 oct 2020



Sommaire

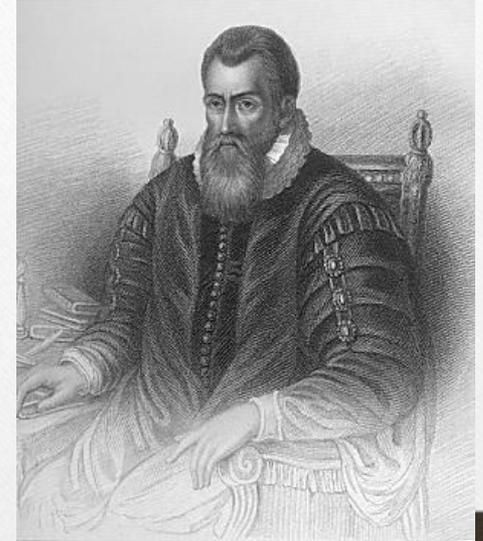
- ✓ **Biographie Napier et descendants**
- ✓ **Les bâtons de Neper**
- ✓ **Le problème des 4 punaises (Martin Gardner)**
- ✓ **Le Napier logarithme**

Voir :

- <https://nvogel.pagesperso-orange.fr/Dossiers/Logarithme%20n%C3%A9p%C3%A9rien/HistoireLn.htmA9p%C3%A9rien/HistoireLn.htm>
- Tangente n°177 : « les merveilles des logarithmes »
- Kafemath Hervé Stève du 12/04/2018 : « le logarithme ne paie rien »



John Napier (1550-1617)



Neper en français !

- Ecossois protestant, 8^{ème} baron de Merchiston,
- Descendants de John : les Lord Napier of Merchiston

- **Mathématiques :**
 - Notation anglaise décimale du point : 3.1415926...
 - Logarithme d'un sinus puis logarithme « Napier »
 - « *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* » (1614)
 - « *Mirifici logarithmorum canonis constructio* » (1619)
 - Bâtons de Neper : simplification des calculs (produits, divisions et racines carrées)
 - « *Rhabdologiae* » (1617)

- **Théologie :** prédicateur (fin du monde) écrit en 1593
 - « *Plaine Discovery of the Whole Revelation of St John* »

- Napier est l'**inventeur** du logarithme et du mot lui-même logarithme = *logos* (raison, relation) + *arithmos* (nombre)

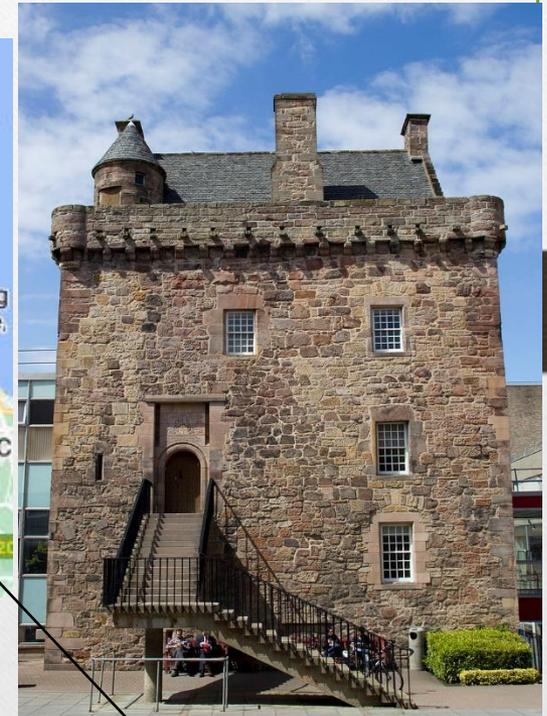
Le château de Merchiston

A Edimbourg, construit vers 1454

Archibald Napier 1^{er} Lord Napier of Merchistoun en 1627



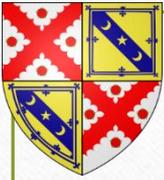
en 1829



en 2012

campus university

https://en.wikipedia.org/wiki/Merchiston_Tower



Les 15 Lord Napier

Archibald Napier	1575-1645, 1 ^{er} Lord Napier de Merchiston	1627
Archibald Napier	1625-1658, 2 nd Lord Napier	
Archibald Napier	-1683, 3 ^{ème} Lord Napier	
Thomas Nicolson	1669-1688, 4 ^{ème} Lord Napier	
Margaret Brisbane	-1706, 5 ^{ème} Lady Napier	
Francis Scott Napier	1705-1773, 6 ^{ème} Lord Napier	
William Napier	1730-1775, 7 ^{ème} Lord Napier	
Francis Napier	1758-1823, 8 ^{ème} Lord Napier	
William John Napier*	1786-1834, 9 ^{ème} Lord Napier	
Francis Napier	1819-1898, 10 ^{ème} Lord Napier	
William John George Napier	1846-1913, 11 ^{ème} Lord Napier	
Francis Edward Basil	1876-1841, 12 ^{ème} Lord Napier	
William Francis Cyril James Hamilton Napier	1900-1954, 13 ^{ème} Lord Napier	
Francis Nigel Napier	1930-2012, 14 ^{ème} Lord Napier	
Francis David Charles Napier	1962, 15 ^{ème} Lord Napier	

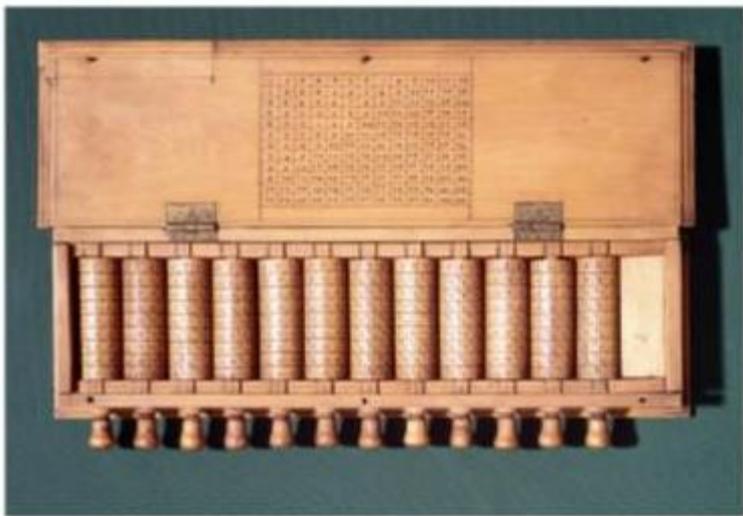
(*) Capitaine bataille de Trafalgar

Nicholas Henry Napier Rose 1957 est arrière-arrière-arrière petit-fils du 9^{ème} lord Napier



Les bâtons de Neper (1/2)

- simplification des calculs : produits, divisions et racines carrées « *Rhabdologiae* » (1617)
- Martin Gardner dans *Mathematical Games*, 1973 march « The calculating rods of John Napier, the eccentric father of the logarithm »



1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8	2/0
0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7	3/0
0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6	4/0
0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5	5/0
0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4	6/0
0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3	7/0
0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2	8/0
0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1	9/0

Les bâtons de Neper (2/2)

- 46 785 399 fois 7 :

1	4	6	7	8	5	3	9	9
2	0/8	1/2	1/4	1/6	1/0	0/6	1/8	1/8
3	1/2	1/8	2/1	2/4	1/5	0/9	2/7	2/7
4	1/6	2/4	2/8	3/2	2/0	1/2	3/6	3/6
5	2/0	3/0	3/5	4/0	2/5	1/5	4/5	4/5
6	2/4	3/6	4/2	4/8	3/0	1/8	5/4	5/4
7	2/8	4/2	4/9	5/6	3/5	2/1	6/3	6/3
8	3/2	4/8	5/6	6/4	4/0	2/4	7/2	7/2
9	3/6	5/4	6/3	7/2	4/5	2/7	8/1	8/1

7^{ème} ligne →

on a de droite à gauche : $3=3$; $3+6=9$; $1+6=7$; $5+2=7$; $6+3=9$; $9+5=4$; $2+4+1=7$; $8+4=2$; $2+1=3$
soit $46\ 785\ 399 \times 7 = 327\ 497\ 793$

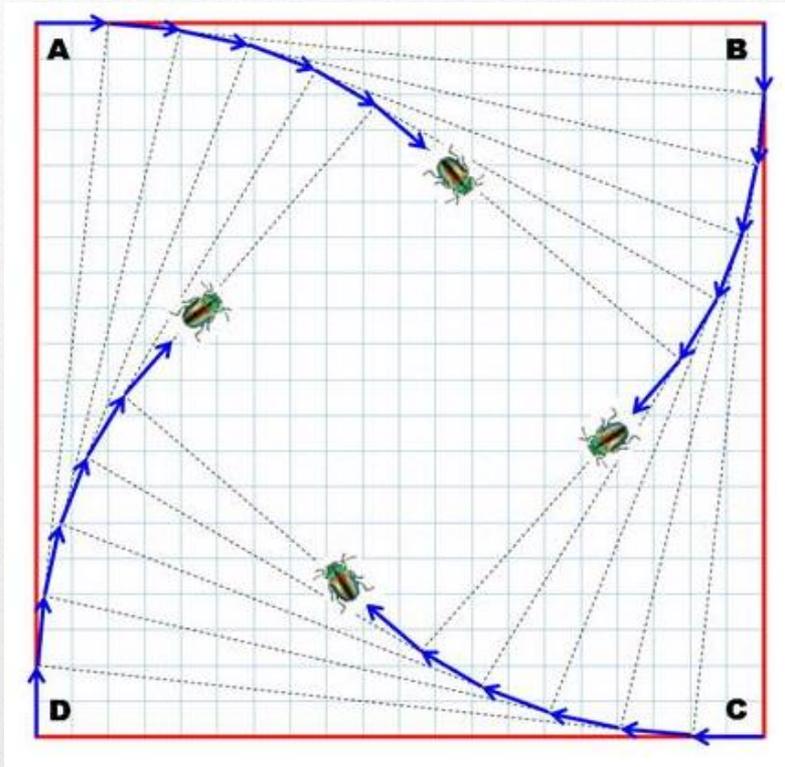
- 46 785 399 fois 96 :

$$\begin{array}{r}
 280\ 712\ 394 \\
 +\ 4\ 210\ 685\ 91- \\
 \hline
 =\ 4\ 491\ 398\ 304
 \end{array}$$

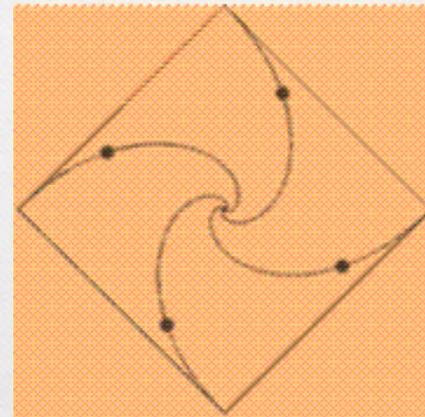


Le pbm des 4 punaises

- Martin Gardner dans *Mathematical Games*, 1965 (pbm 8 page 107)
- 4 punaises A,B,C et D sont attirées par leur voisine de droite et finissent par se rejoindre au centre du carré ...



→ 4 spirales logarithmiques
 $\rho(\theta) = \exp(-\theta/\sqrt{2})$



Distance parcourue = côté du carré = 1

<http://villemine.gerard.free.fr/GeomLAV/Courbes/SpiraleL.htm>

Le Napier logarithme

noté $N\log(x)$

Suite géométrique : $p_{n+1} = p_n(1-1/R)$ avec $p_0 = R = 10^7$

Donc $p_n = R(1-1/R)^n = R \sin \theta_n$ avec θ angle variant de 90° à 45°

Napier construit une table à 3 colonnes : p_n ; $n = N\log(p_n)$; $\theta_n = \arcsin(p_n/R)$

Soit $x = p_n$ d'où $\ln(x/R) = n \ln(1-1/R) = N\log(p_n) \ln(1-1/R)$

puis $N\log(x) = \ln(x/R) / \ln(1-1/R) = \ln(R/x) / \ln(R/(R-1))$

Comme R est grand, alors on obtient $N\log(x) = R \ln(R/x)$

Et donc $x/R = (1/e)^{N\log(x)/R}$

Napier Log a « une base » $1/e$ mais avec un paramètre R

- $N\log(1) = R \ln(R) \neq 0$ mais $N\log(R) = 0$; $N\log(R-1) = 1$; $N\log(R/e) = R$
- $N\log(xy/R) = R \ln(R^2/(xy)) = R [\ln(R/x) + \ln(R/y)] = N\log(x) + N\log(y) = 2N\log(\sqrt{xy})$
- $N\log(R/x) = R \ln(x) = -R \ln(1/x) = -N\log(Rx)$
- $N\log(x/Ry) = R \ln(R^2y/x) = R (\ln(R/x) - \ln(R/y)) = N\log(x) - N\log(y)$



Conclusion

- Le logarithme **ne paie rien** ... demandez à l'exponentielle !
- Le logarithme de Napier **n'est pas rien** : $N\log(x) \neq 0$ sauf pour $x=R$
- Le logarithme de Napier **n'est pas népérien** i.e. $N\log(x) \neq \ln(x)$
- La rapport entre John Neper et Martin Gardner est **logarithmic** !

FIN et
MERCI



Les bâtons de Neper (division)

- 46 785 399 par 96431 :
$$\begin{array}{r|l}
 46785399 & 96431 \\
 - 385724 & 485 \\
 \hline
 = 821299 & \\
 - 771448 & \\
 \hline
 = 498519 & \\
 - 482155 & \\
 \hline
 = 16364 &
 \end{array}$$

1	9	6	4	3	1	96431
2	1/8	1/2	0/8	0/6	0/2	192862
3	2/7	1/8	1/2	0/9	0/3	289293
4	3/6	2/4	1/6	1/2	0/4	385724
5	4/5	3/0	2/0	1/5	0/5	482155
6	5/4	3/6	2/4	1/8	0/6	578586
7	6/3	4/2	2/8	2/1	0/7	675017
8	7/2	4/8	3/2	2/4	0/8	771448
9	8/1	5/4	3/6	2/7	0/9	867879

Les bâtons de Neper (racine carrée)

- Racine carrée de 46|785|399 :

$$46 = 6 \times 6 + 10$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{46\ 78\ 53\ 99} = 6839, \dots \\ - 36 \\ \hline 10\ 78 \\ - 10\ 24 \\ \hline 54\ 53 \\ - 40\ 89 \\ \hline 13\ 64\ 99 \\ - 12\ 30\ 21 \\ \hline 1\ 34\ 78 \\ \dots \end{array}$$

$$6 \times 2 = 12$$

1	1	2	1	121
2	0/2	0/4	0/4	244
3	0/3	0/6	0/9	369
4	0/4	0/8	1/6	486
5	0/5	1/0	2/5	625
6	0/6	1/2	3/6	756
7	0/7	1/4	4/9	889
8	0/8	1/6	6/4	1024
9	0/9	1/8	8/1	1161

carrés

$$8 \times 2 + 12 \times 10 = 136$$

1	1	3	6	1	1361
2	0/2	0/6	1/2	0/4	2724
3	0/3	0/9	1/8	0/9	4089
4	0/4	1/2	2/4	1/6	5456
5	0/5	1/5	3/0	2/5	6825
6	0/6	1/8	3/6	3/6	8196
7	0/7	2/1	4/2	4/9	9569
8	0/8	2/4	4/8	6/4	10944
9	0/9	2/7	5/4	8/1	12321

$$3 \times 2 + 136 \times 10 = 1366$$

1	1	3	6	3	1	13631
2	0/2	0/6	1/2	1/2	0/4	27324
3	0/3	0/9	1/8	1/8	0/9	40989
4	0/4	1/2	2/4	2/4	1/6	54656
5	0/5	1/5	3/0	3/0	2/5	68325
6	0/6	1/8	3/6	3/6	3/6	81996
7	0/7	2/1	4/2	4/2	4/9	95669
8	0/8	2/4	4/8	4/8	6/4	109344
9	0/9	2/7	5/4	5/4	8/1	123021

