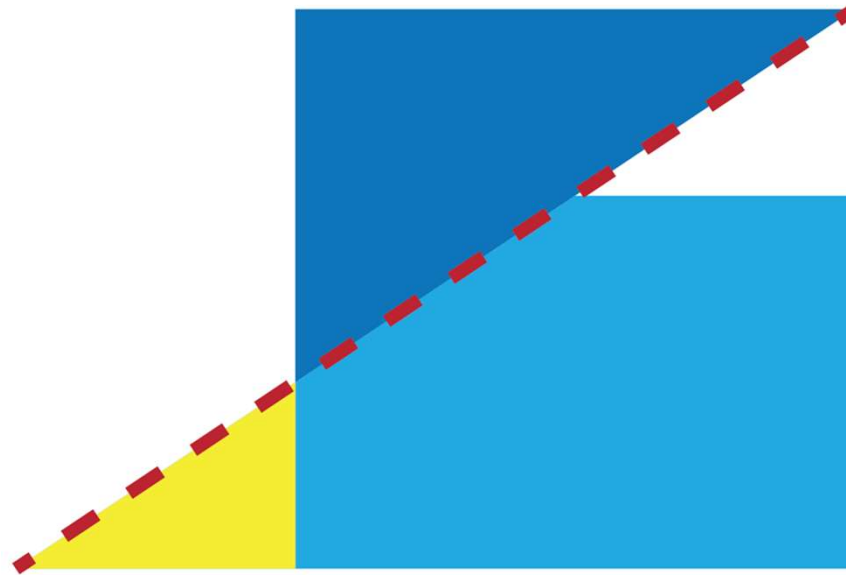


# Morceaux choisis de géométrie

## Le site des découpes géométriques

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)



Maxime Berger, Clément Cartier, Frédéric Jaëck, Bernard Lemaire, Édouard Thomas

Jeudi 20 mai 2021, 19 h

Kafemath,  
séance dématérialisée



Édouard Thomas  
Secrétaire du Kafemath

# Sommaire

**Objet** : annonce du lancement prochain (fin 2021 ?) d'un *blog*

Morceaux choisis de géométrie : des découpes géométriques originales proposées sous la forme de défis !

Un projet porté par Maxime Berger, Clément Cartier, Frédéric Jaëck, Bernard Lemaire et Édouard Thomas

## **Sommaire :**

Aux origines du *blog* : une chronique de Martin Gardner

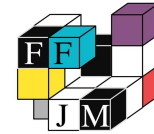
Présentation rapide de l'outil logiciel pour réaliser des découpes

Application : la preuve du théorème d'équidécomposabilité

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Soutiens de la première heure

Michel Criton, *président de la Fédération française des jeux mathématiques* (ffjm.org)

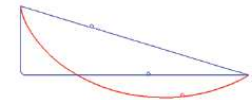


François Dubois, *président de Kafemath* (kafemath.fr)



Jean-Jacques Dupas, *président de PlayMaths* (playmaths.blog4ever.com)

Robert Ferréol, *administrateur de Mathcurve, l'encyclopédie en ligne des formes remarquables* (mathcurve.com)



Greg Frederickson, *expert en découpes géométriques* (cs.purdue.edu/people/faculty/gnf.html)

Marie José Pestel, *présidente du Comité international des jeux mathématiques* (cijm.org)



Alain Zalmanski, *administrateur du site Fatrazie* (fatrazie.com)



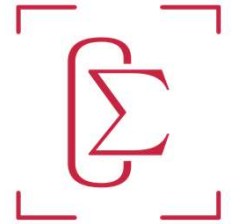
<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Remerciements

## Hébergement du projet

Victor Rabiet

*responsable de CultureMath* (CultureMath.ens.fr)



## Graphisme et communication

Natacha Laugier (Signs)

## Sans oublier

The Gathering 4 Gardner Foundation

La Commune (Libre) D'Aligre

Animath et le comité scientifique du salon

Marisa Acuna Fuentes, Pierre Berloquin, Enka Blanchard,

Robin Jamet, François Lavallou, Roger Mansuy,

Joëlle Ménager, Loïc Michel, Guillaume Reuiller

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# 1961 : la chronique de Gardner

Martin Gardner (1914–2010) : vulgarisateur américain

Rubrique « Mathematical Games » dans *Scientific American*

Mensuelle, de janvier 1957 à décembre 1980, soit 288 chroniques

Novembre 1961 : chronique *Geometric Dissections*

“Wherein geometrical figures are dissected to make other figures”

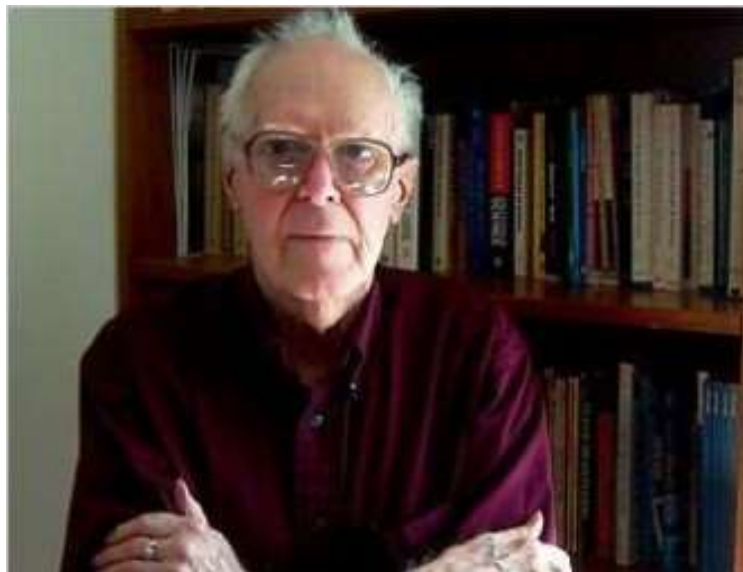
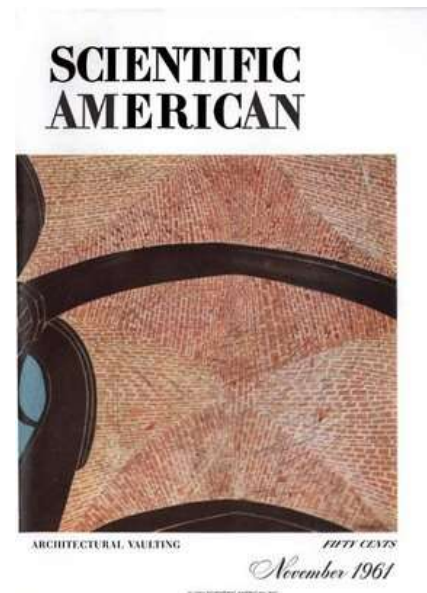


Photo : Colm Mulcahy, 2006



© Scientific American, Inc., 1961



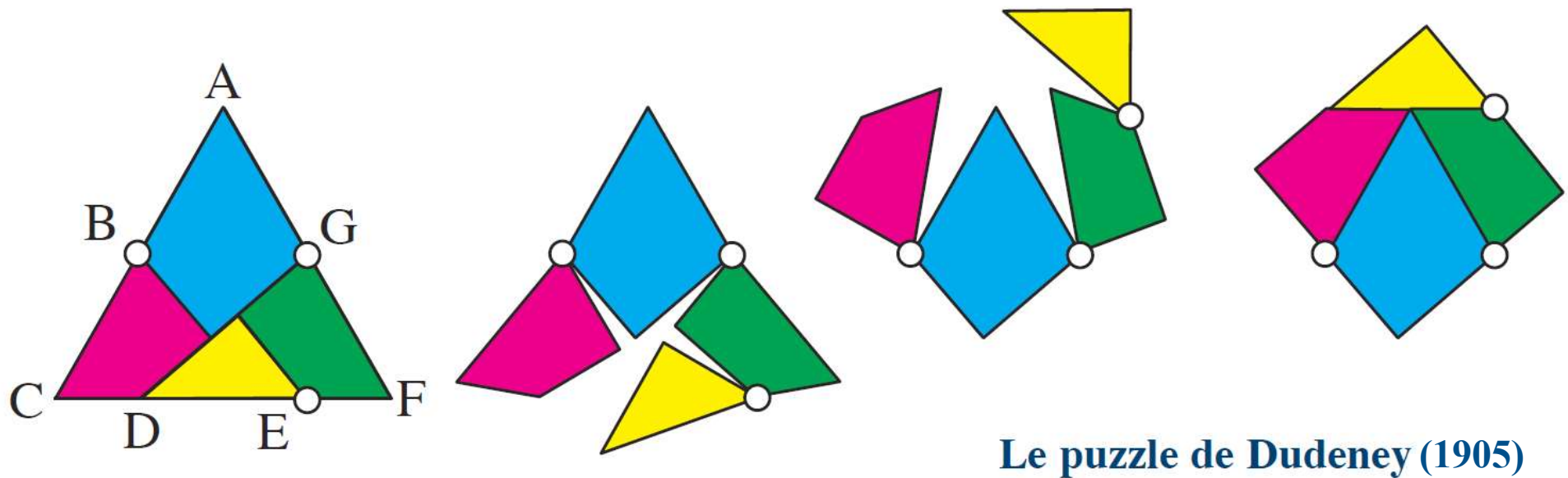
© Scientific American, Inc., 1961

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Les découpes géométriques

Deux polygones quelconques, de même aire, ont en commun une dissection (théorème de Lowry–Wallace–Bolyai–Gerwien)

Découper un polygone pour le transformer en un autre de même aire est à chaque fois un casse-tête !



# Le début de l'article

## Geometric Dissections

MANY THOUSANDS OF YEARS AGO some primitive man surely faced, for the first time in history, a puzzling problem in geometrical dissection. Perhaps he had before him an animal skin that was large enough for a certain purpose but of the wrong shape. It had to be cut into pieces, then sewed together again in the right shape. How could it be done with the least amount of cutting and sewing? The solution of just such problems provides recreational geometry with an endlessly challenging field.

Many simple dissections were discovered by the Greeks, but the first systematic treatise on the subject seems to have been a book by Abul Wefa, a famous tenth-century Persian astronomer who lived in Baghdad. Only fragments of his book survive, but they contain gems. Figure 14 shows how Abul Wefa dissected three identical squares into nine pieces that could be reassembled to make one single square. Two squares are cut along their diagonals and the four resulting triangles are grouped around the uncut square as shown. The dotted lines show how four more cuts complete the job.

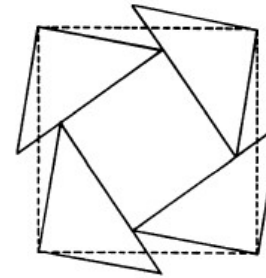


Figure 14  
Nine-piece solution to Abul Wefa's problem

It was not until this century, however, that geometers began to take seriously the task of performing such dissections in the fewest possible number of pieces. Henry Ernest Dudeney, the English puzzlist, was one of the great pioneers in this curious field. Figure 15 shows how he managed to solve Abul Wefa's three-square problem in as few as six pieces, a record that still stands.

There are several reasons why modern puzzlists have found the dissection field so fascinating. First, there is no general procedure guaranteed to work on all problems of this type,

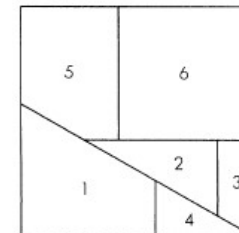
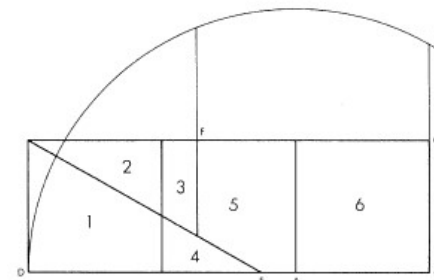


Figure 15  
Six-piece solution to same problem. Draw circle with center at A.  $BC=DE=FG$ .

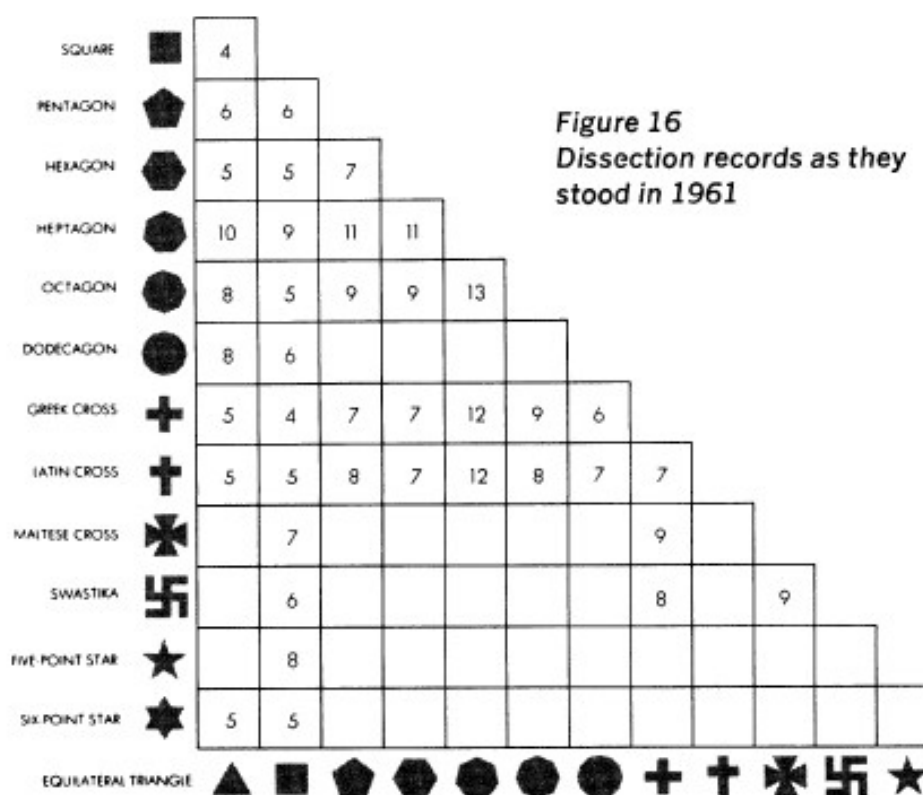
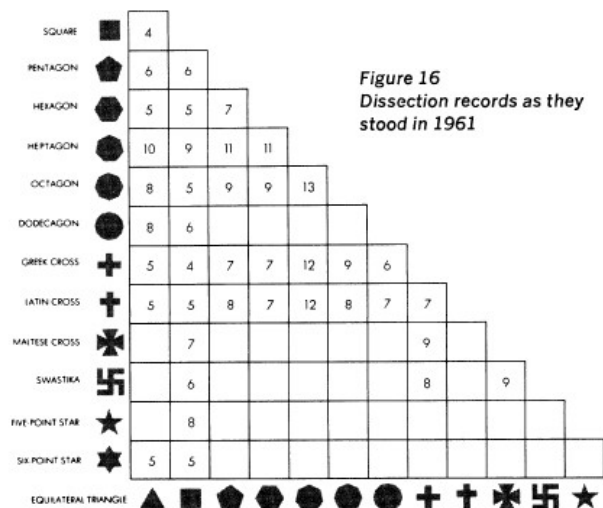
# Le tableau des « records », 1961

so one's intuition and creative insight are given the fullest possible play. Since no profound knowledge of geometry is called for, it is a field in which amateurs can, and in fact do, excel the professionals. Second, in most cases it has not been possible to devise a proof that a minimum dissection has actually been achieved. As a result, long-established records are constantly being shattered by new and simpler constructions.

The man who has broken more previous dissection records than anyone living today—he is the world's leading expert on such problems—is Harry Lindgren, an examiner of patents for the Australian government. He has studied all types of dissection, including plane figures with curved outlines and three-dimensional solid forms (so far as I know, no dissector has yet explored the higher dimensions!), but most of his attention has been focused on the polygons. It is not hard to prove that any polygon can be sliced into a finite number of pieces that will re-form to make any other polygon of the same area. The trick, of course, is to reduce the number of required pieces to the minimum.

The chart in Figure 16, supplied by Lindgren, shows how some of the records stood in 1961 with respect to seven of the

The chart in Figure 16, supplied by Lindgren, shows how some of the records stood in 1961 with respect to seven of the





# Le tableau des « records », 1968

SQUARE	4																					
PENTAGON	6	6																				
HEXAGON	5	5	7																			
HEPTAGON	9	9	11	11																		
OCTAGON	8	5	9	9	13																	
NINE-GON	9	12		14																		
DECAGON	8	8	10	9	13	12																
DODECAGON	8	6		6																		
GREEK CROSS	5	4	7	7	12	9		10	6													
LATIN CROSS	5	5	8	6	12	8		10	7	7												
MALTESE CROSS		7		14						9												
SWASTIKA		6		12						8		9										
PENTAGRAM	9	8		10				6														
HEXAGRAM	5	5	8	6	11	9		9	9	8	9											
	TRIANGLE	SQUARE	PENTAGON	HEXAGON	HEPTAGON	OCTAGON	NINE-GON	DECAGON	DODECAGON	GREEK CROSS	LATIN CROSS	MALTESE CROSS	SWASTIKA	PENTAGRAM								

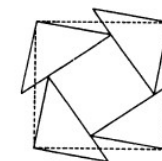
Figure 21  
Dissection records  
as they stand today

MARTIN GARDNER

◦  
**The  
Unexpected  
Hanging**

*And Other  
Mathematical Diversions*

With a new Afterword  
and expanded Bibliography

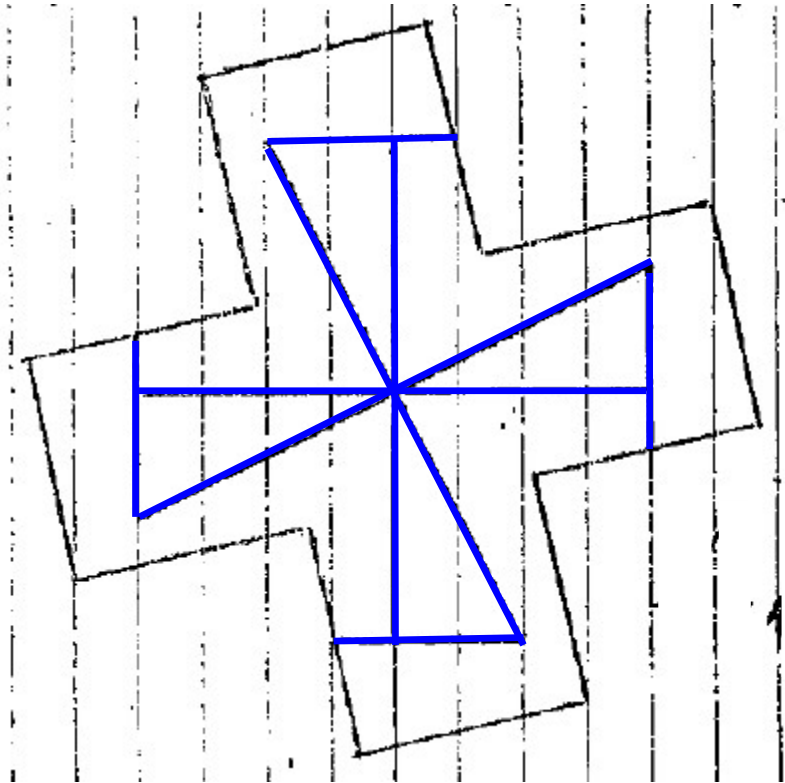


The University of Chicago Press  
Chicago and London

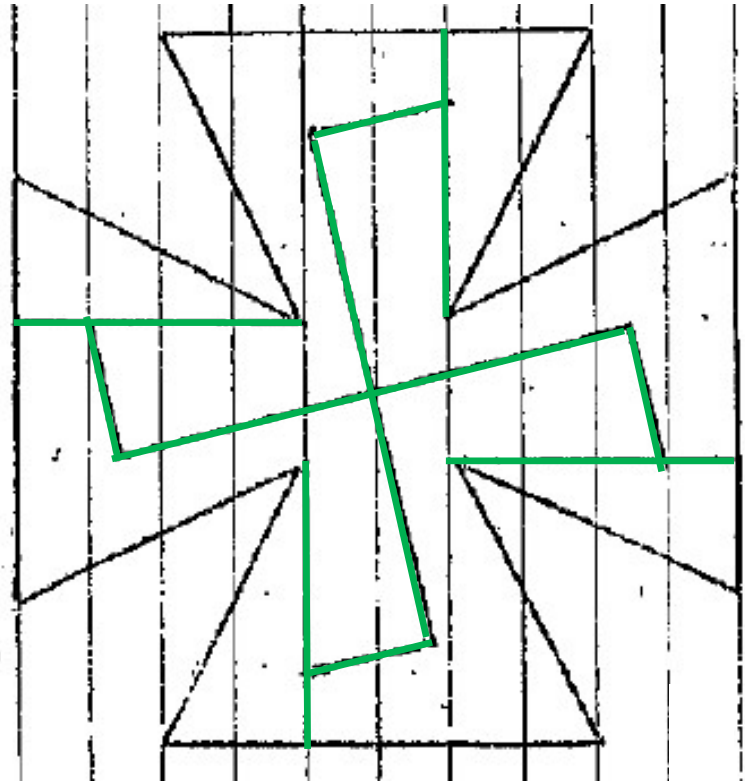
*The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions.*  
Martin Gardner, The University of Chicago Press, 1991.

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# En huit pièces seulement...

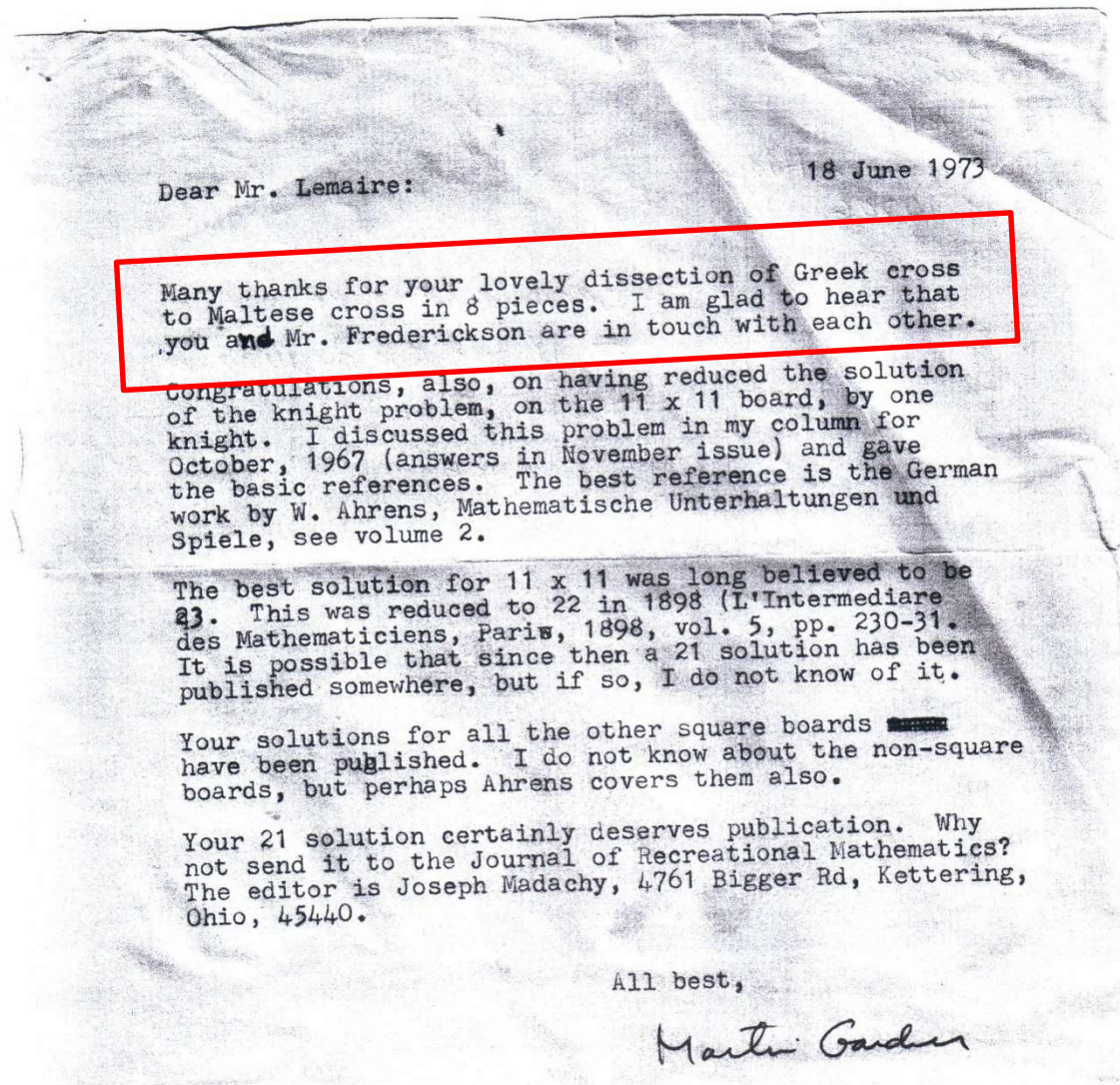


La croix grecque découpée  
par Bernard Lemaire (1973)



La croix de Malte découpée  
par Bernard Lemaire (1973)

# La lettre de Martin Gardner (1973)



© Patricia Lemaire, 1999

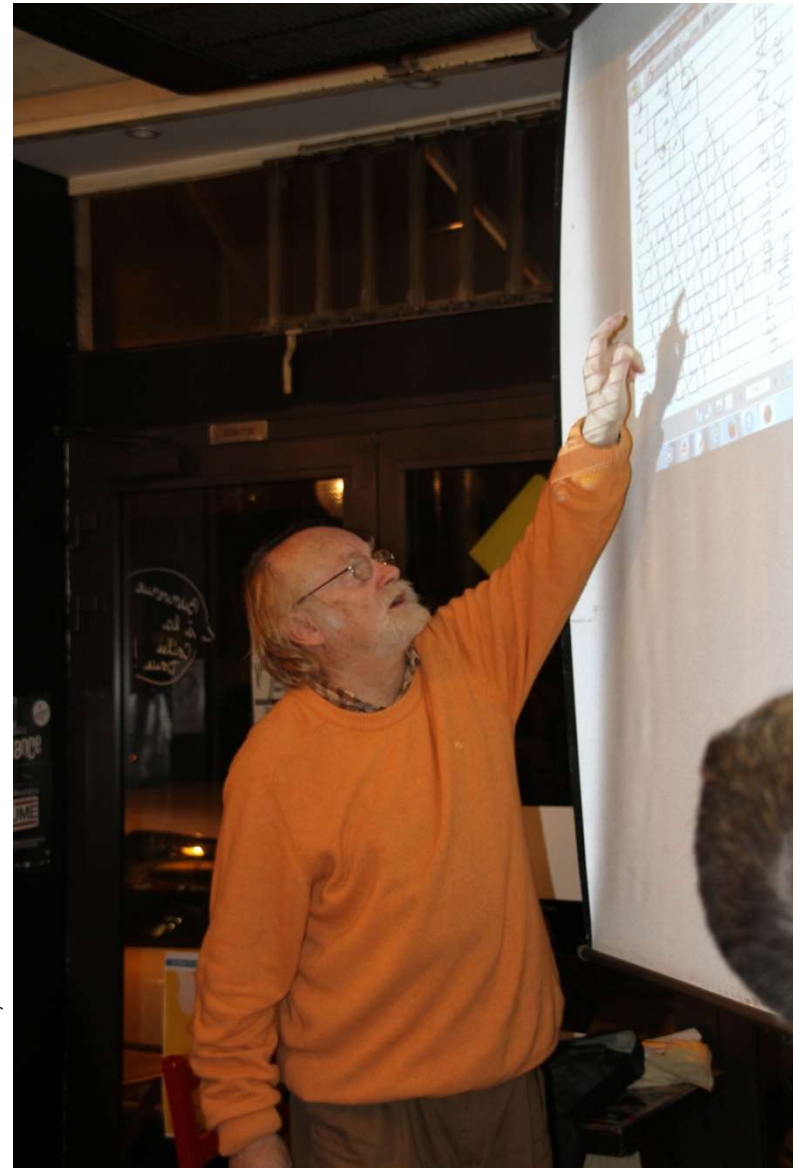
Greg Frederickson  
et Bernard Lemaire,  
août 1999

# De séances de G4G en Kafemath

*Découpes géométriques.*  
Jeudi 21 octobre 2010,  
Gathering For Gardner,  
au café Chez Céleste (Paris)

*Découpes géométriques.*  
Jeudi 11 décembre 2014, Kafemath,  
au café La Coulée Douce (Paris)

*Morceaux choisis de géométrie,  
le site des coupes géométriques.*  
Dimanche 21 octobre 2018,  
Gathering For Gardner, au café  
La Commune Libre D'Aligre (Paris)



© É. Thomas, 2014

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Un projet fou...

Bernard Lemaire dispose de plusieurs centaines de découpes

Nombre d'entre elles sont originales, inédites, ou des « records »

Le projet : les rendre disponibles à toutes et à tous, régulièrement

L'idée : du plaisir (géométrique) à partager, sous forme de défis

La démarche : tâtonner, expérimenter, se tromper, raisonner...

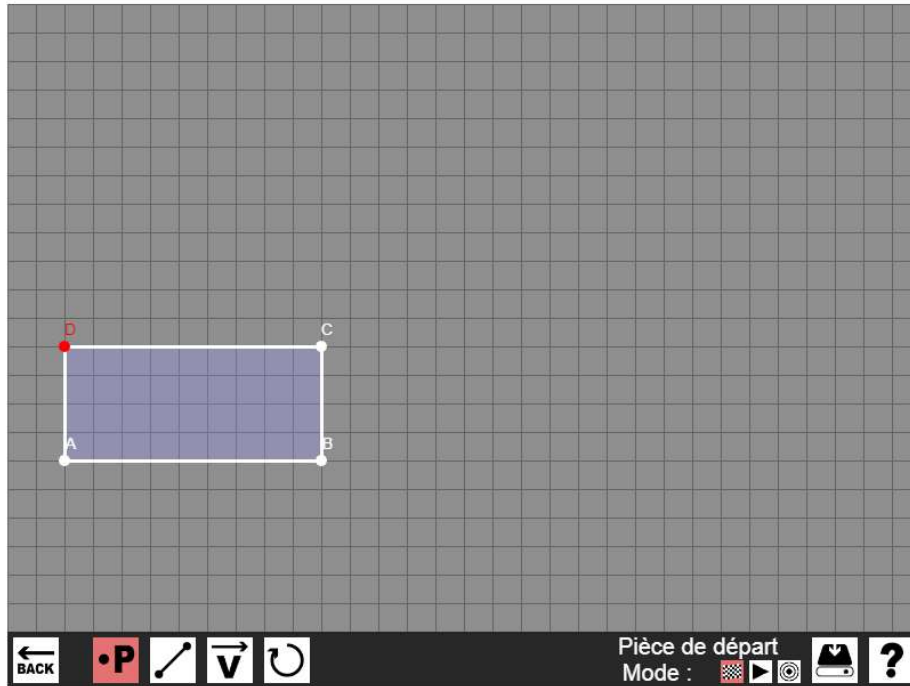
Le média : **un site Internet** <http://CultureMath.ens.fr/decoupes>  
et **un logiciel** conçu par Maxime Berger et Clément Cartier

Conditions : gratuité pour tous, aucune inscription ni installation

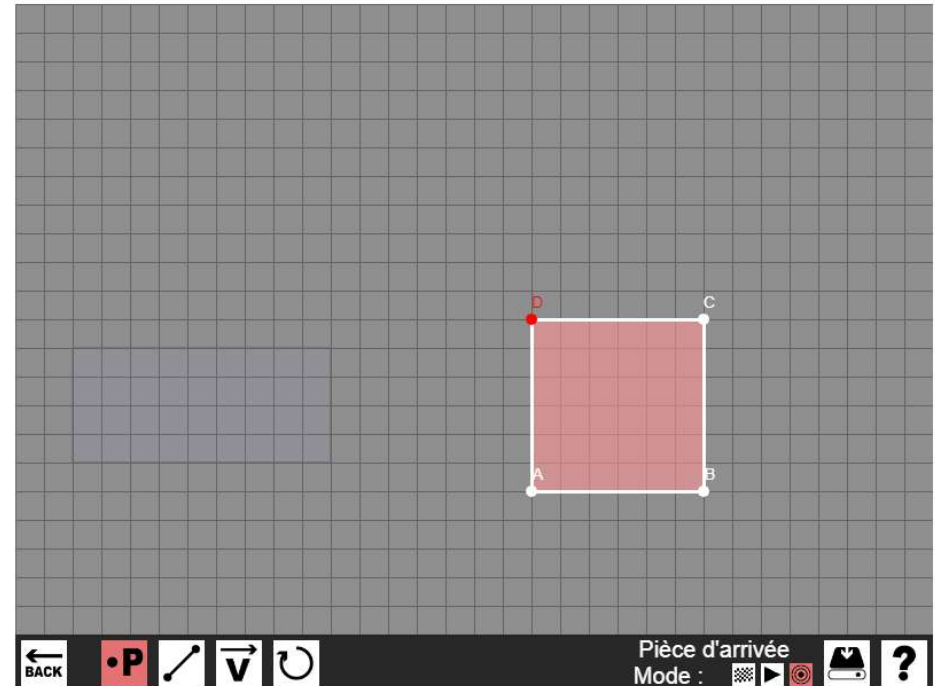
Interactivité : devenez expert(e), améliorez les records,  
proposez vos découpes, échangez !

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Le logiciel Dessinateur : saisie

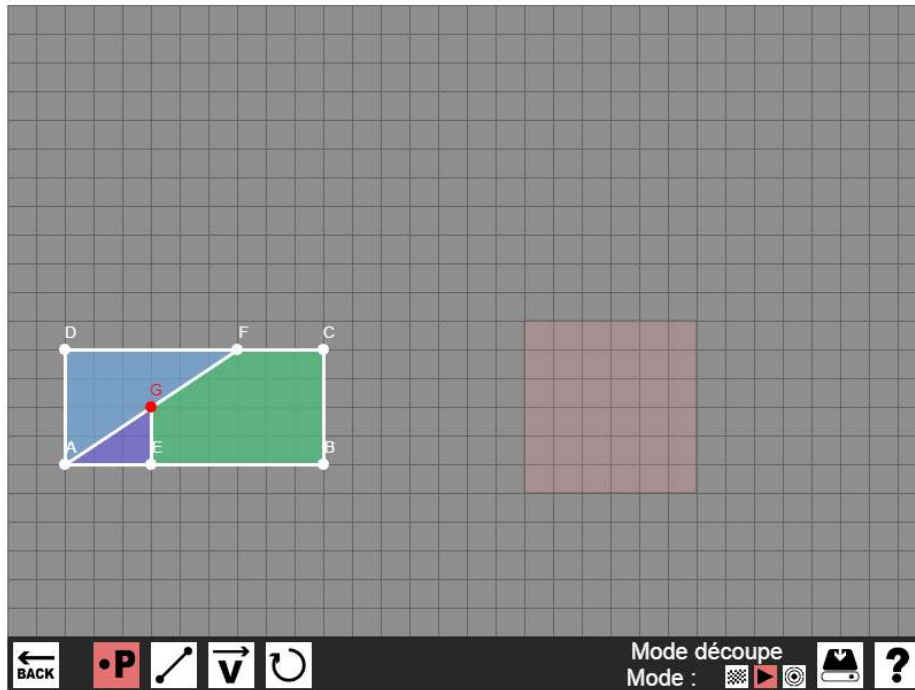


Première étape (en amont) :  
saisie de la forme de départ

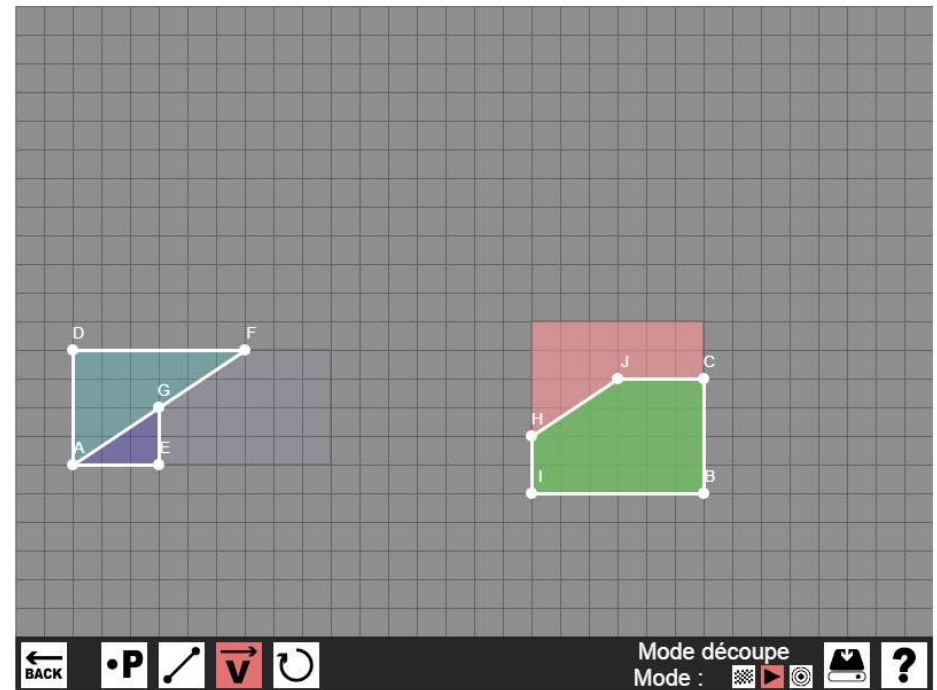


Deuxième étape (en amont) :  
saisie de la forme d'arrivée

# Le logiciel Dessinateur : utilisation

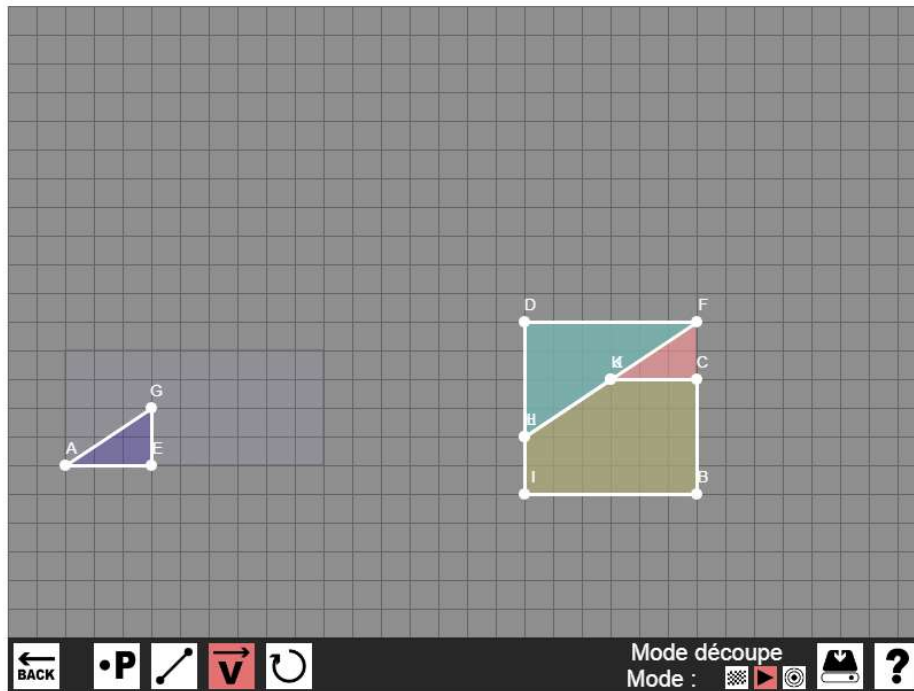


Tracé de points et de segments

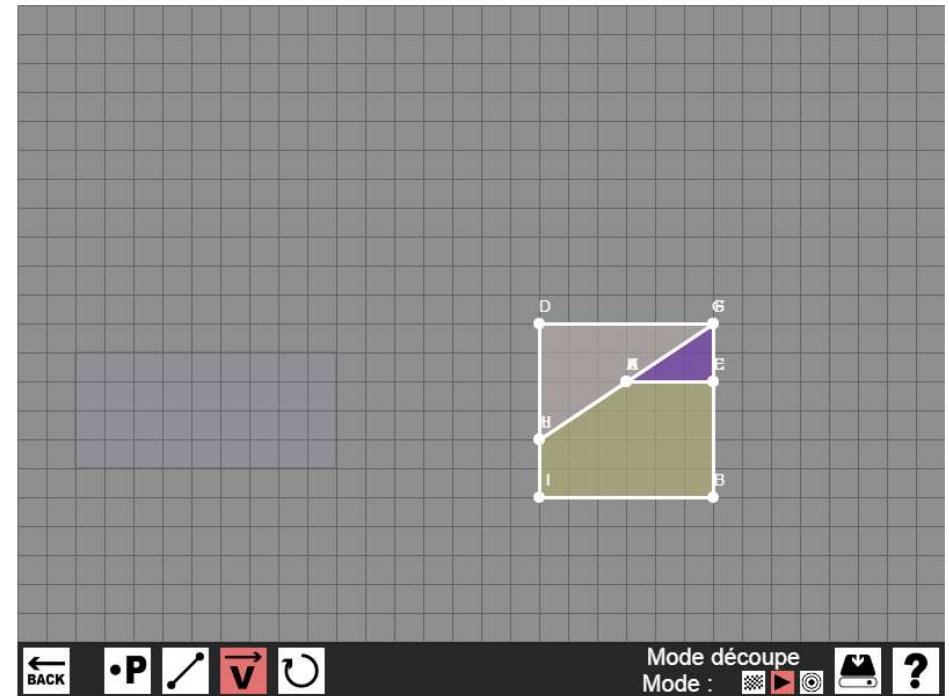


Déplacement d'une pièce

# Le logiciel Dessinateur : utilisation



Déplacement  
d'une deuxième pièce



Déplacement  
de la dernière pièce



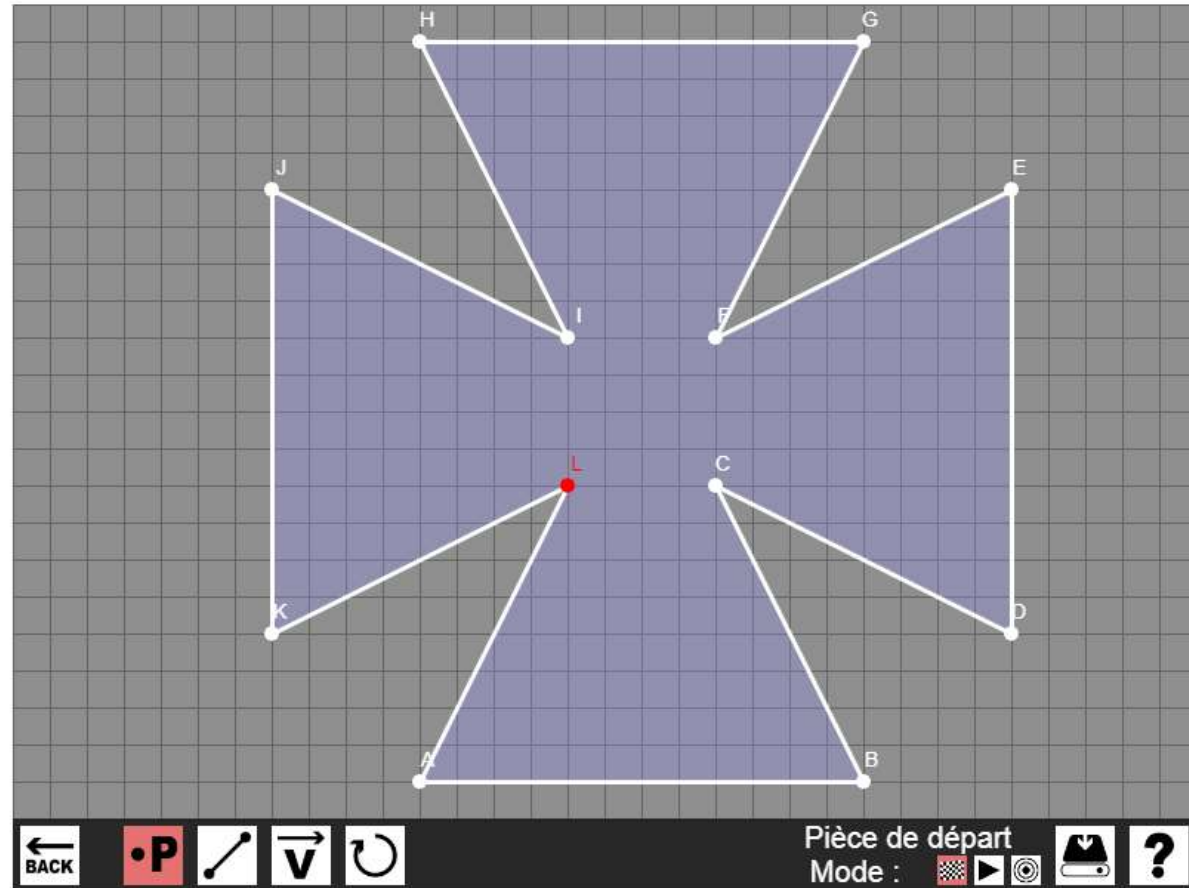
# L'interface complète

## Dessinateur

**Attention :** Ce site est en construction.

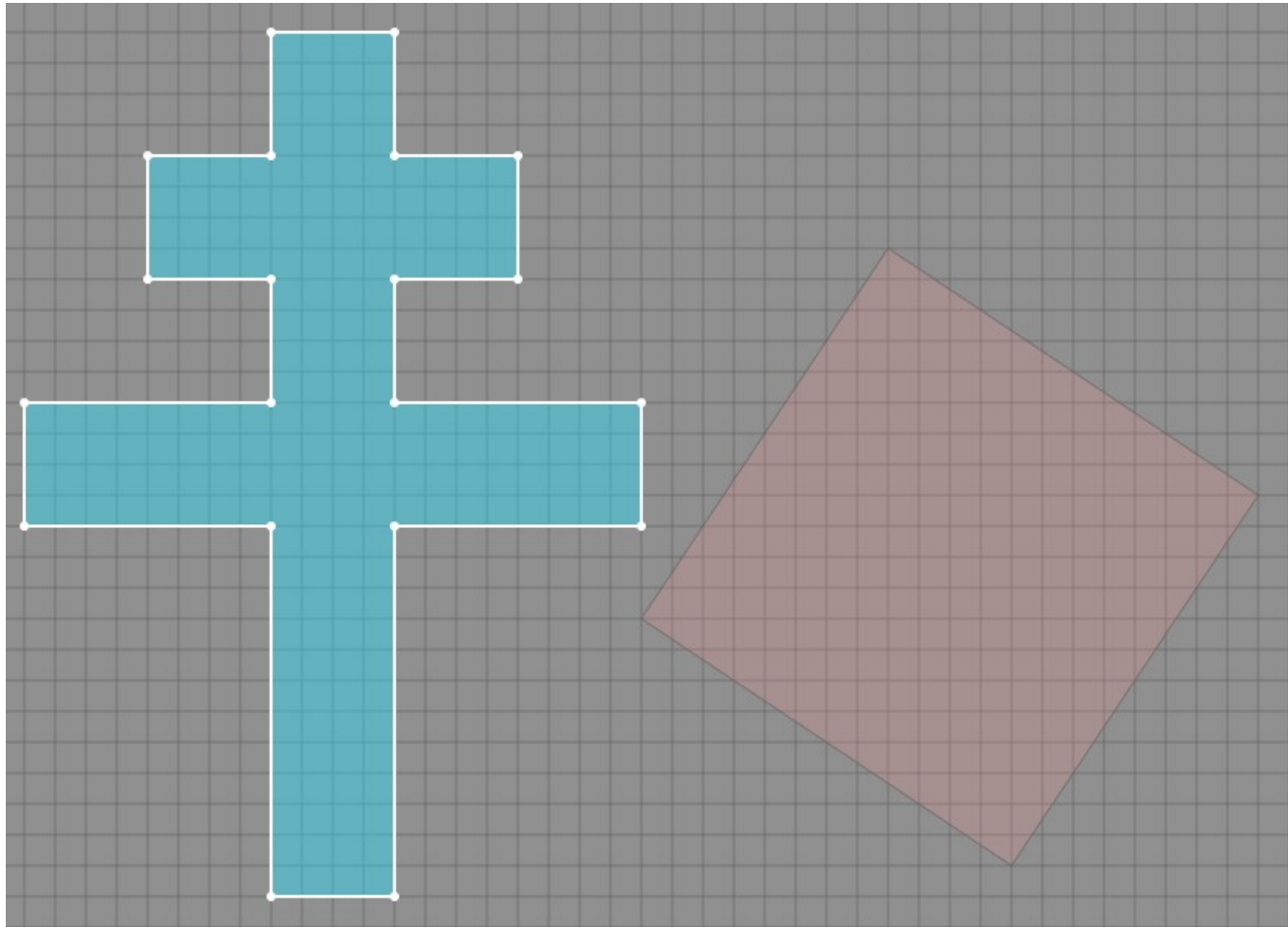
Vous y trouverez gifs, lorem ipsum, bêtises, et probablement des bugs, mais pas beaucoup de contenu d'intérêt. Les bases de données ne sont pas définitives, donc tout ce qui est fait ici ne sera pas forcément sauvegardé.

- Tracer le segment  $[LA]$
- Tracer le segment  $[KL]$
- Placer le point  $L$  aux coordonnées  $(375, 325)$
- Tracer le segment  $[JK]$
- Placer le point  $K$  aux coordonnées  $(175, 425)$
- Tracer le segment  $[IJ]$
- Placer le point  $J$  aux coordonnées  $(175, 125)$
- Tracer le segment  $[HI]$
- Placer le point  $I$  aux coordonnées  $(375, 225)$
- Tracer le segment  $[GH]$
- Placer le point  $H$  aux coordonnées  $(275, 25)$
- Tracer le segment  $[FG]$
- Placer le point  $G$  aux coordonnées  $(575, 25)$
- Tracer le segment  $[EF]$
- Placer le point  $F$  aux coordonnées  $(475, 225)$
- Tracer le segment  $[DE]$
- Placer le point  $E$  aux coordonnées  $(675, 125)$
- Tracer le segment  $[CD]$
- Placer le point  $D$  aux coordonnées  $(675, 425)$
- Tracer le segment  $[BC]$
- Placer le point  $C$  aux coordonnées  $(475, 325)$
- Tracer le segment  $[AB]$
- Placer le point  $B$  aux coordonnées  $(575, 525)$
- Placer le point  $A$  aux coordonnées  $(275, 525)$
- [Mode départ]



<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)

# Un défi



En 1974,  
Michel Szeps et  
Bernard Lemaire  
ont découvert  
deux découpes  
de la croix de  
Lorraine au carré  
en sept pièces  
seulement.

En combien de pièces y arriverez-vous ?

<http://www.math.ens.fr/~berger/defiLorrain.html>

# Bibliographie

*The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems.* Henry Ernest Dudeney, Thomas Nelson and Sons, 1919

*Les énigmes de Canterbury*, tome I. Henry Ernest Dudeney, Fantaisium, 2018

*Scientific American* 205 (5). Novembre 1961.

*The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions.*  
Martin Gardner, The University of Chicago Press, 1991

*Dissections: Plane and Fancy.* Greg Frederickson, Cambridge University Press, 2003

*Les découpages artistiques.* Jean-Paul Delahaye, *Pour La Science* 257, mars 1999

*Découpages et pavages.* Bibliothèque Tangente 64, POLE, 2018

« Morceaux choisis de géométrie, le site des découpes géométriques. » Édouard Thomas, présentation publique au G4G, Paris, dimanche 21 octobre 2018

<http://CultureMath.ENS.fr/decoupes> (bientôt disponible)