Regula Falsi
ou
Fausse position

Un art millénaire pour résoudre des problèmes de robinets et baignoires…

De l'Antiquité au XVIIème siècle

Babylone

Egypte

Chine

Grèce

Inde

Monde Arabe

Moyen-âge: naissance de l'Algèbre

Léonard de Pise

Luca Pacioli

Nicolas Chuquet

Robert Recorde

Problèmes de robinets, Méthodes numériques

Regula Falsi (Allemagne)

Méthode de la *Fausse Position* (simple ou double)

Méthode des *Excédents et des Déficits* (Chine)

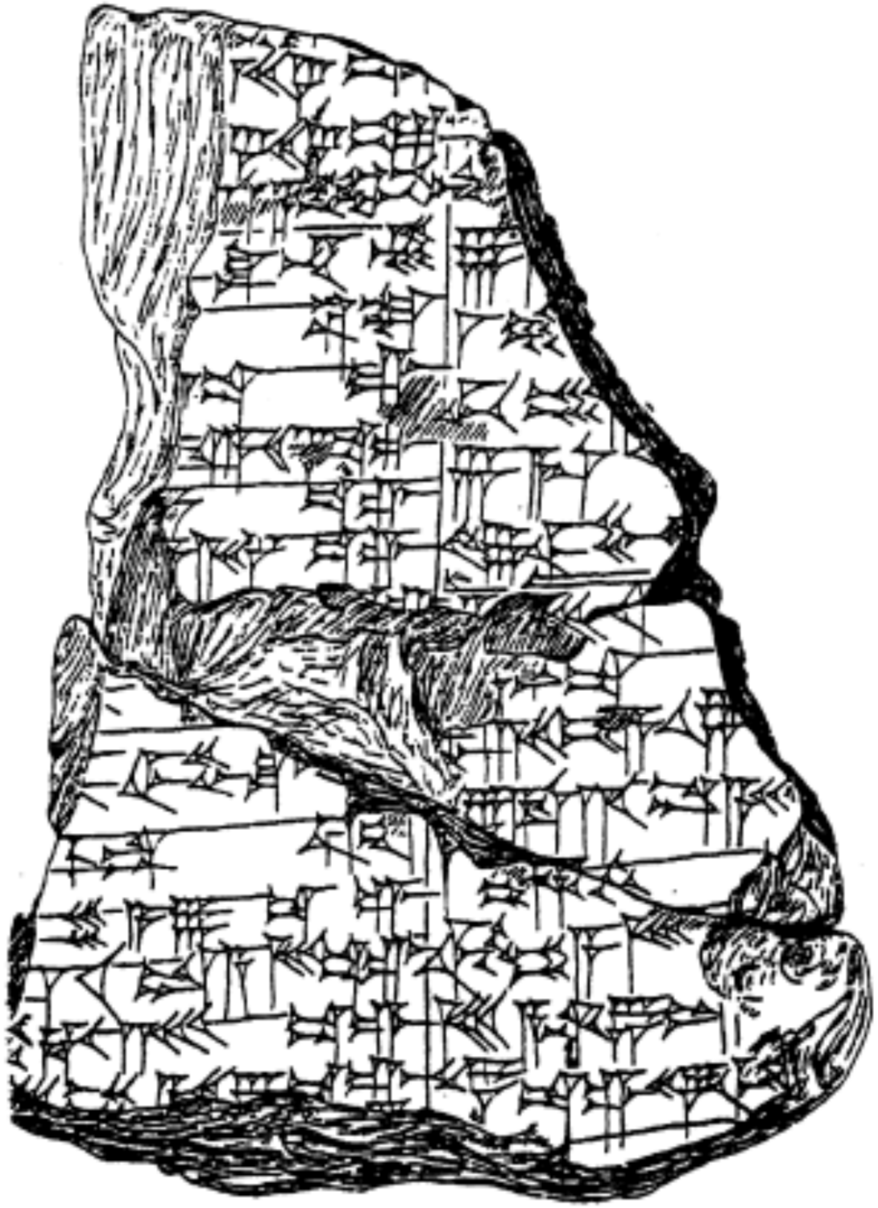
Résolution de problèmes linéaires avant l'Algèbre
Problèmes créés spécifiquement pour cette méthode
Conservés à l'arrivée de l'algèbre ⇒ *difficultés*

Problème linéaire à une inconnue:

- Hypothèse(s) sur la solution
- Calcul du résultat
- Ecart au résultat attendu
- Solution par une règle de trois

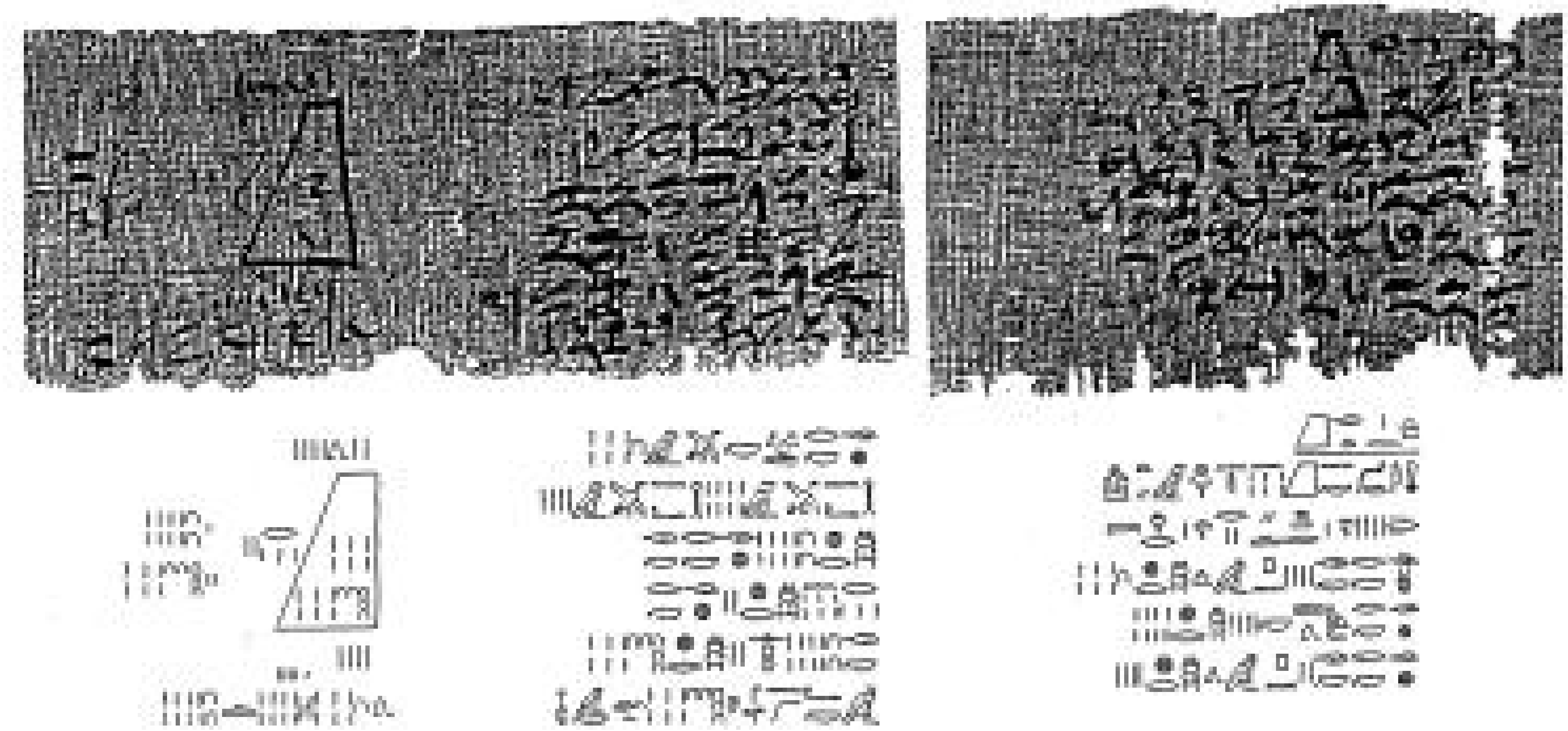
Tablette de Mathématiques

Calculs d'inverses



Papy russe de Moscou

5,40 m de long, 25 problèmes avec solutions



Problème n°14: Volume d’un trons de cône

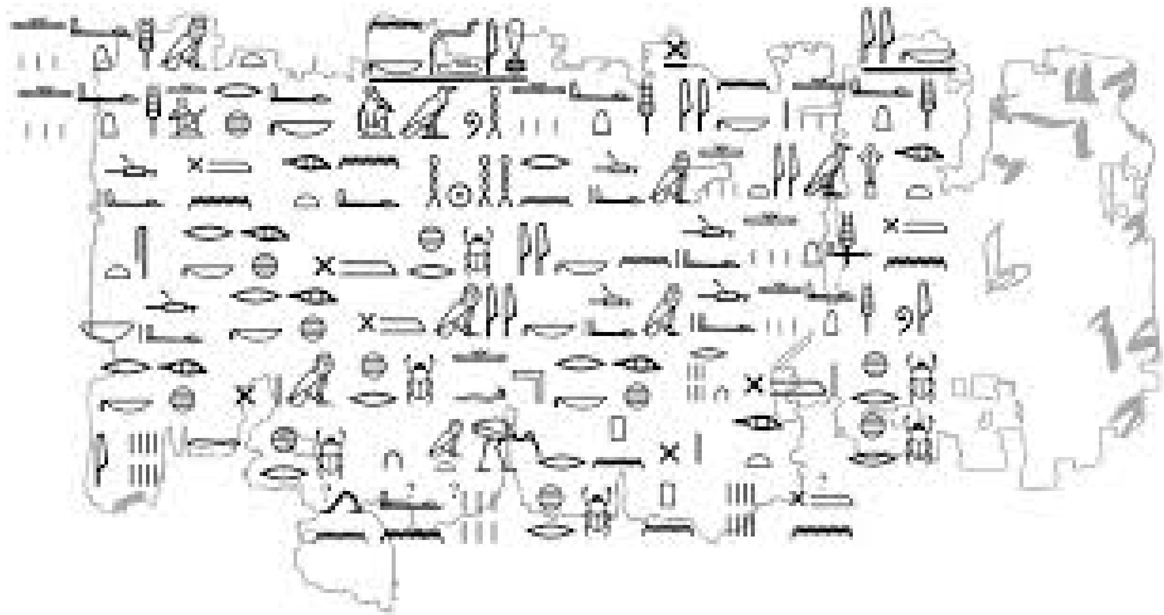
87 problèmes sur 5m de long

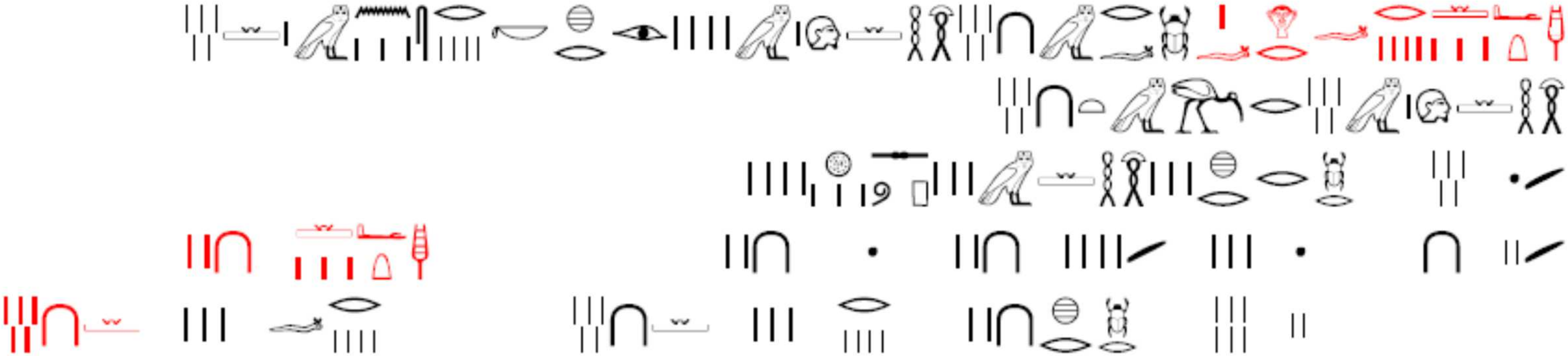
Signature d'Ahmès

Papyrus de Berlin 6619 (vers -1850)

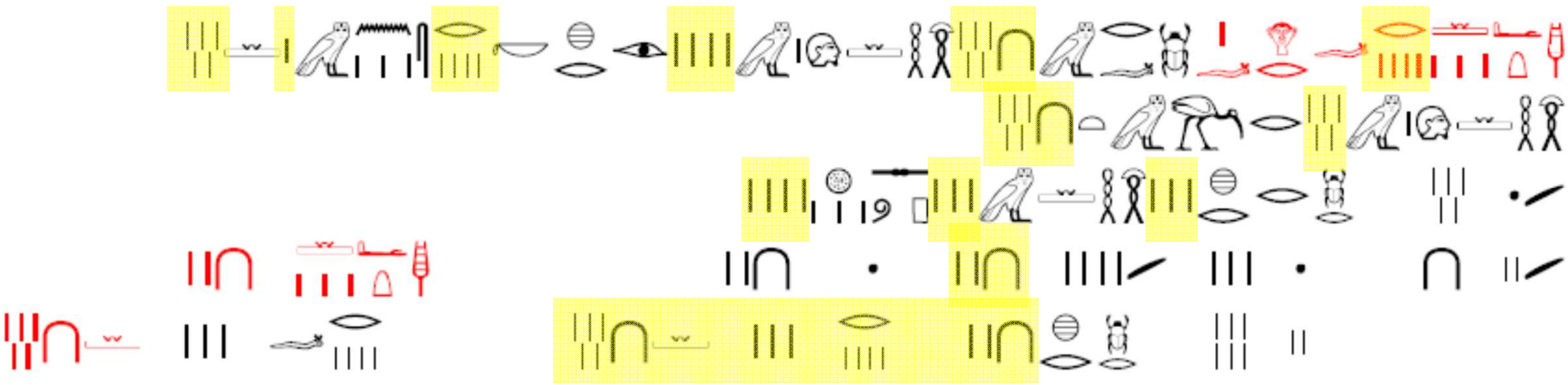
Transcription

Paléographie!





Problème 26



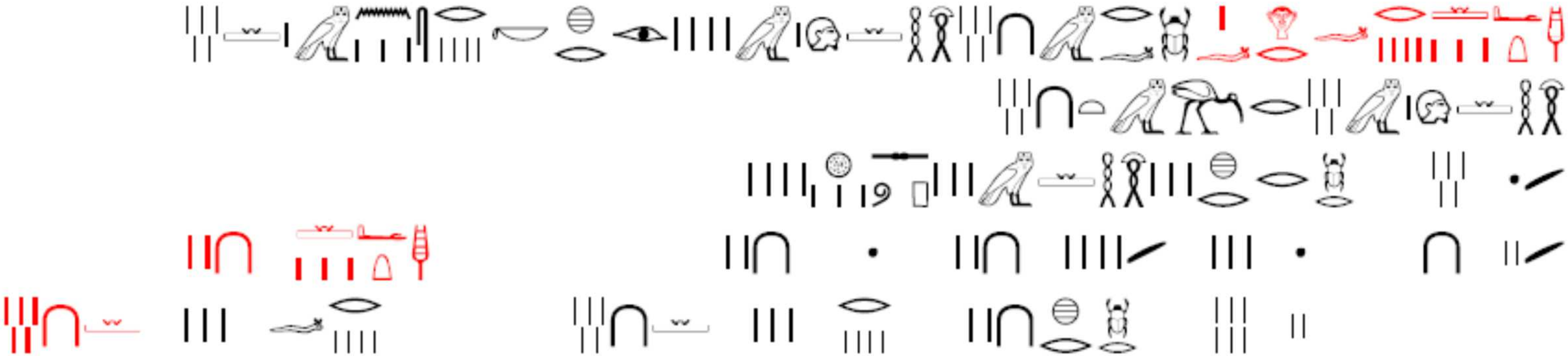
Trouver un nombre qui, augmenté de son quart, donne 15, calcule depuis 4, cherches-en le quart, qui est 1, le total est 5.

Calcule à partir de 5 pour trouver 15.

Division à l'égyptienne, résultat = 3, multiplie 3 par 4.

Multiplication à l'égyptienne.

Vérification: 12+12/4 = 15.



Problème 26:

Trouver un nombre qui, augmenté de son quart, donne 15.

$$x + x/4 = 15$$

Traité des neuf chapitres (IIe-Ier siècle av. J.-C.)

Chapitre 7: « Excédent et déficit »

pour traiter de comment les (choses) cachées et mêlées se font apparaître mutuellement

5 procédures, 8 problèmes particuliers
12 problèmes arithmétiques ordinaires

Première apparition de la « double fausse position »

Traité pratique pour la vie du quotidien

Sujets: ***poulets, bœufs, moutons, chiens, porcs, Grains, melons, jonc, pousse des légumes, laque, huile, jade, terre, or, argent…***

Chapitre 7: « Excédent et déficit »

Formule de résolution:

Si l'inconnue vaut *A*, excédent de *a*

Si l'inconnue vaut *B*, déficit de *b*

(2 hypothèses)

A, *B*, *a*, *b* positifs

Alors:

quantité sans excédent ni déficit = $\dfrac{A \cdot b + B \cdot a}{a+b}$

Homogénéisation - Egalisation

b fois A donne un excédent de a.b
a fois B donne un déficit de a.b

Ces (a+b) suppositions ne présentent ni excédent ni déficit

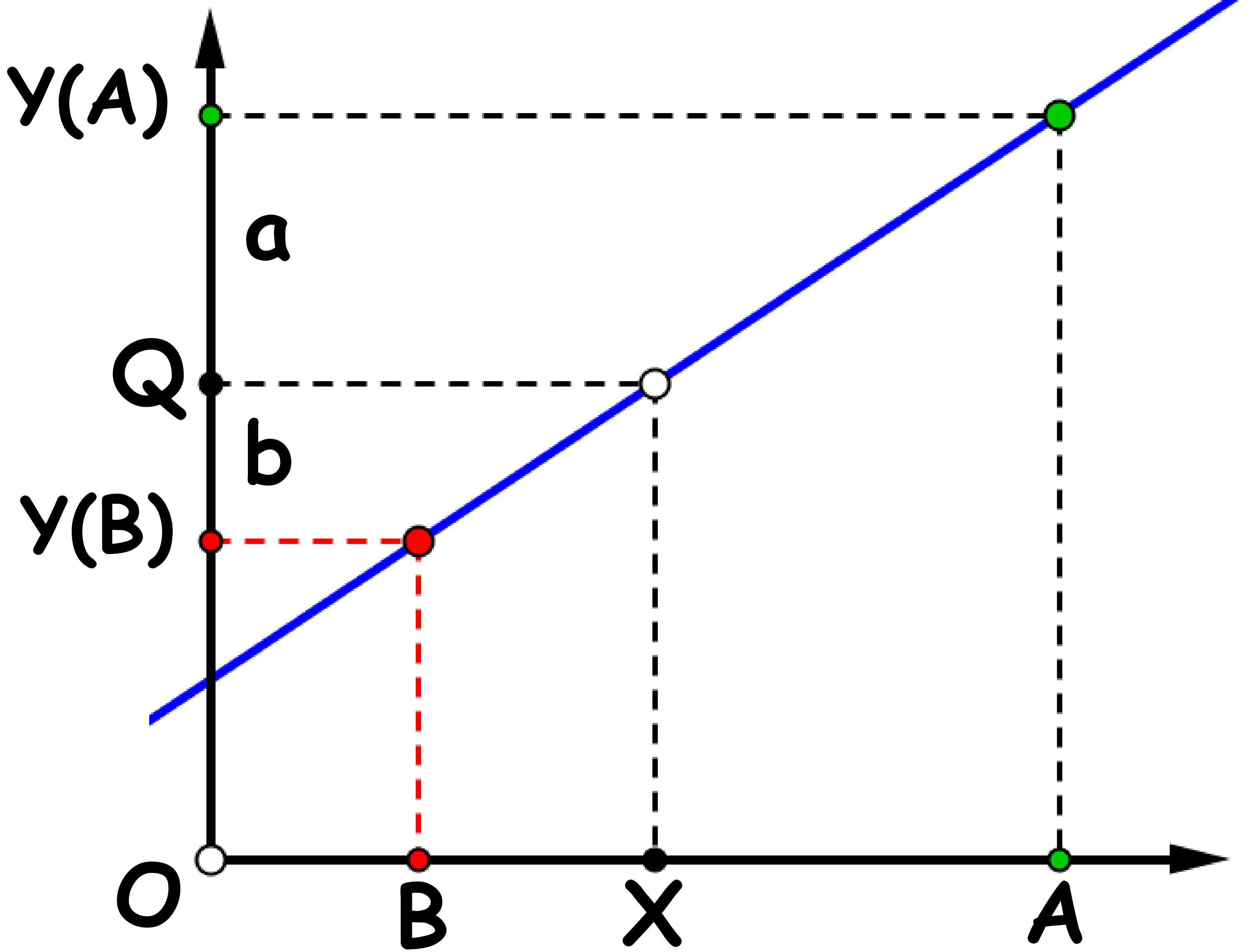
Pas de situation avec 2 excédents ou 2 déficits

Méthode d'interpolation linéaire

Solution exacte pour des problèmes linéaires

Pas vraiment compris

Procédure = barycentre



Linéarité = variations des variables proportionnelles

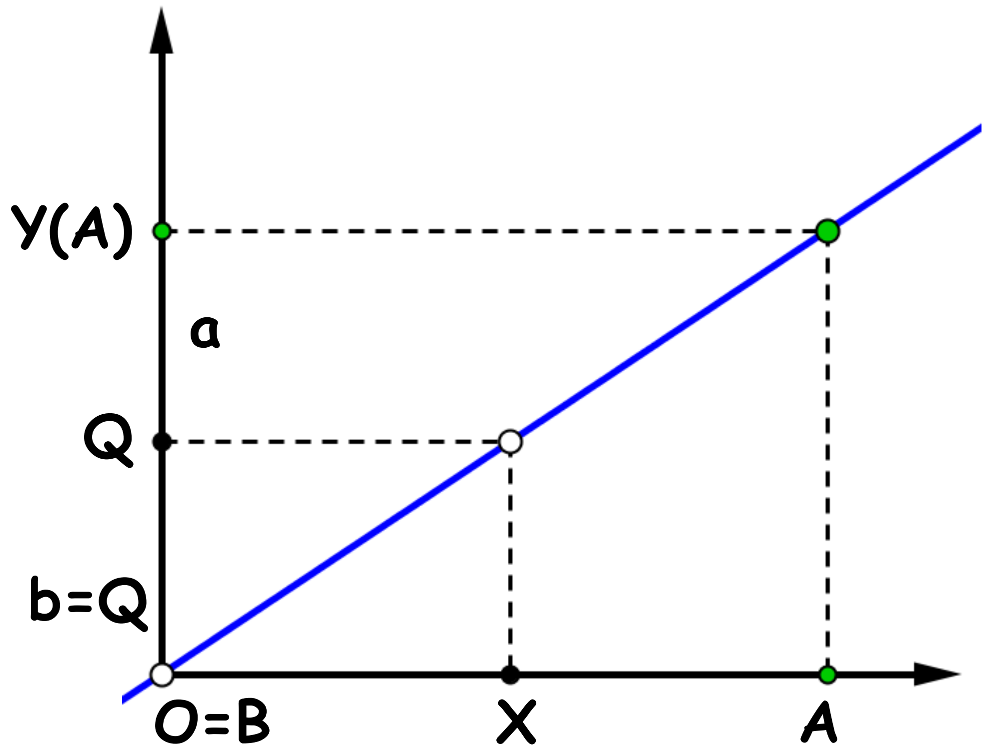
Linéaire : $y = a \cdot x$ **une inconnue** a **=> une information**

Affine : $y = a \cdot x + b$ **2 inconnues** (a, b)**=> 2 informations**

Linéaire = affine + 1 info

B=0, déficit = Q

$$\frac{A \cdot b + B \cdot a}{a+b} = \frac{A \cdot Q}{a+Q} = \frac{A \cdot Q}{y(A)} = X$$



Autre procédure : l'achat en commun

Problème (7,1):

« Supposons que l'on ait un achat en commun de quelque chose, et que, si chacun paie 8, il y ait 3 d'excédent
si chacun paie 7, il y ait 4 de déficit.
On requête combien valent respectivement la quantité de personnes et le prix de la chose. »

Nb de pers. $= \dfrac{E_2 + E_1}{|x_1 - x_2|} = \dfrac{3+4}{8-7} = 7$ Prix $= \dfrac{x_1 \cdot E_2 + x_2 \cdot E_1}{|x_1 - x_2|} = \dfrac{53}{8-7} = 53$

Le « prix des choses par personne » correspond à la 1ère formule = pente de la dépendance linéaire.

Autre procédure : l'achat en commun

Problème (7,1):

« Supposons que l'on ait un achat en commun de quelque chose, et que, si chacun paie 8, il y ait 3 d'excédent
si chacun paie 7, il y ait 4 de déficit.
On requête combien valent respectivement la quantité de personnes et le prix de la chose. »

Nb de pers. $= \dfrac{E_2 + E_1}{|x_1 - x_2|} = \dfrac{3+4}{8-7} = 7$ Prix $= \dfrac{x_1 \cdot E_2 + x_2 \cdot E_1}{|x_1 - x_2|} = \dfrac{53}{8-7} = 53$

Revient à résoudre le système: $\begin{cases} 8.n = P + 3 \\ 7.n = P - 4 \end{cases}$

Problème (7,2):

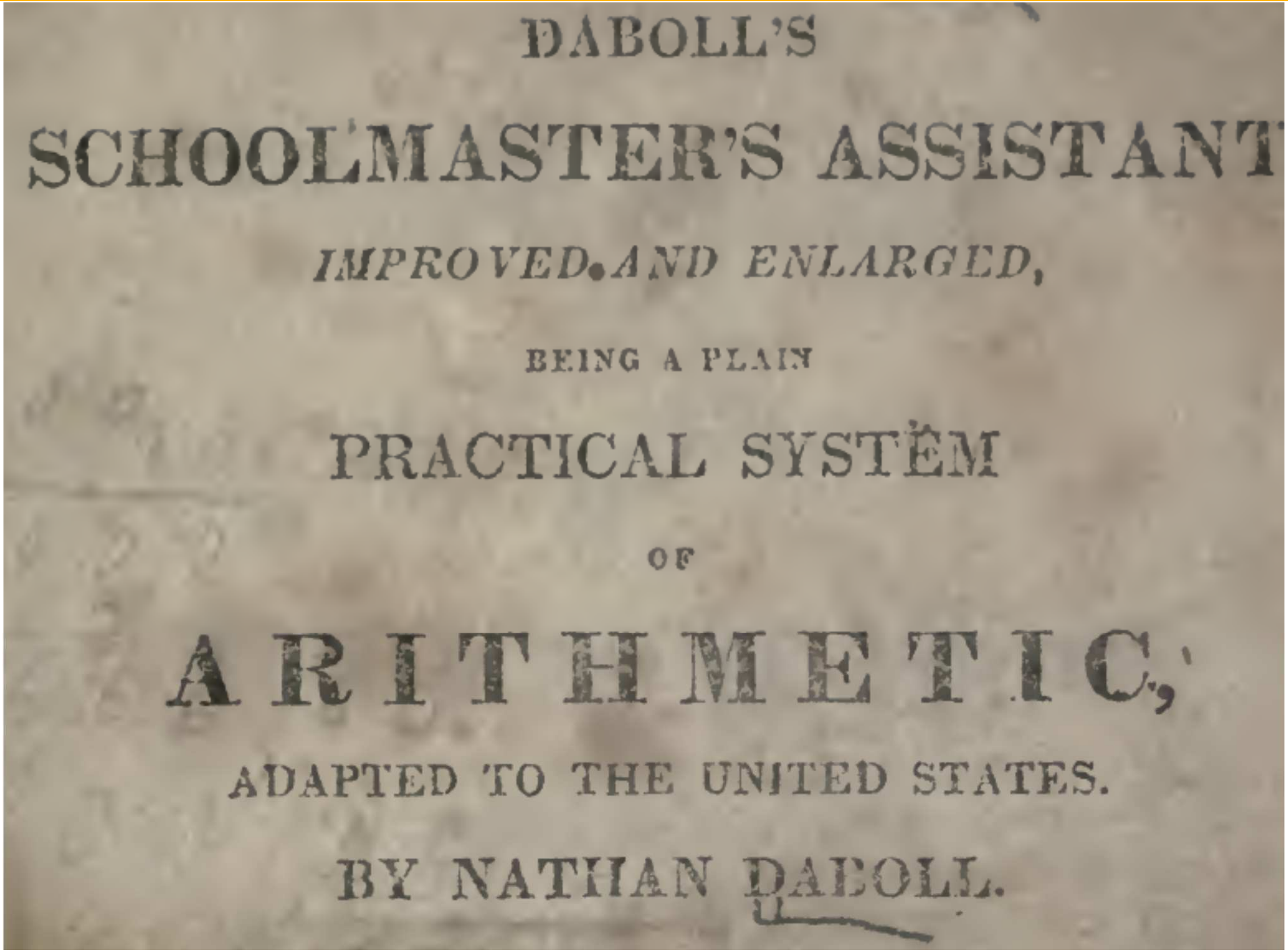
**« Supposons que l'on ait un achat en commun de poulets,
et que, si chacun paie 9, il y ait 11 d'excédent
si chacun paie 6, il y ait 16 de déficit.
On requête combien valent respectivement la quantité
de personnes et le prix des poulets. »**

<u>Problème (7,2):</u>

« Supposons que l'on ait un achat en commun de poulets,
et que, si chacun paie 9, il y ait 11 d'excédent
si chacun paie 6, il y ait 16 de déficit.
On requête combien valent respectivement la quantité de personnes et le prix des poulets. »

$$\frac{E_2 + E_1}{\left|x_1 - x_2\right|} = \frac{11+16}{9-6} = \frac{27}{3} = 9 \quad \textbf{personnes}$$

$$\frac{x_1 \cdot E_2 + x_2 \cdot E_1}{\left|x_1 - x_2\right|} = \frac{9\cdot 16 + 6 \cdot 11}{9-6} = \frac{210}{3} = 70 \quad \textbf{poulets}$$



DABOLL'S

SCHOOLMASTER'S ASSISTANT

IMPROVED AND ENLARGED,

BEING A PLAIN

PRACTICAL SYSTEM

OF

ARITHMETIC,

ADAPTED TO THE UNITED STATES.

BY NATHAN DABOLL.

Regula Falsi — Etats-Unis (1825)

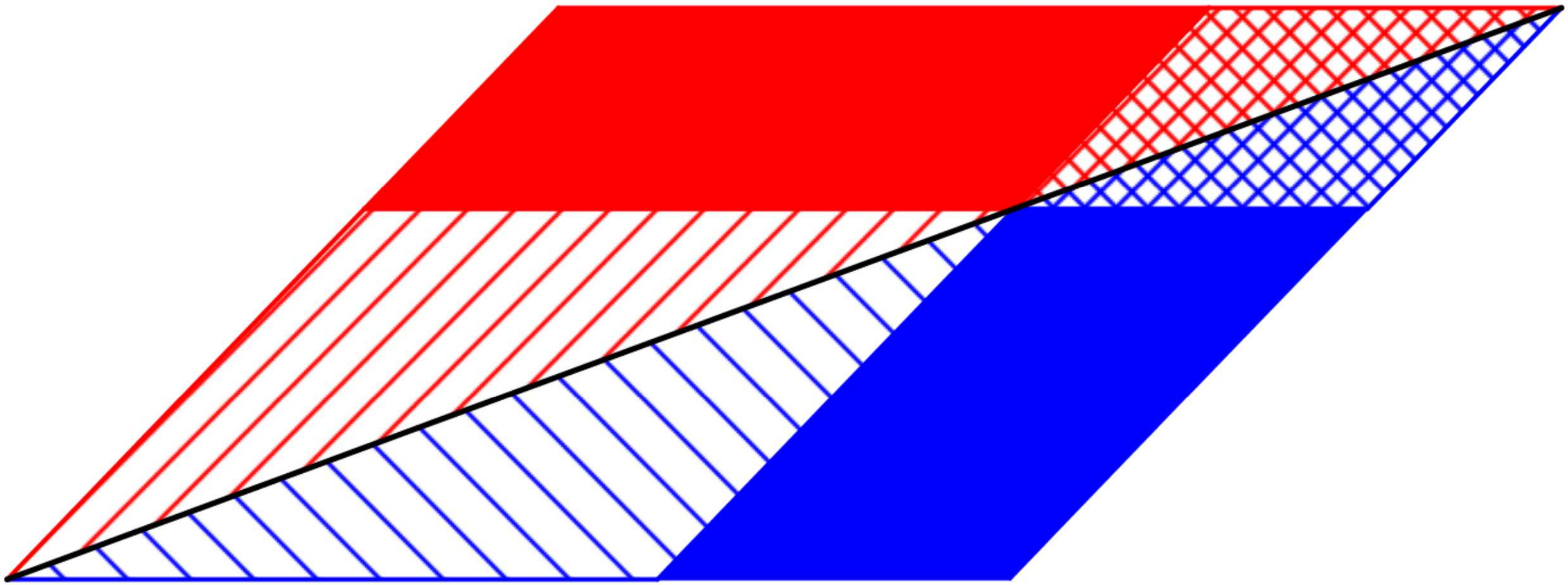
1. A purse of 100 dollars is to be divided among 4 men, A, B, C and D, so that B may have 4 dollars more than A, and C 8 dollars more than B, and D twice as many as C: what is each one's share of the money?

1st. Suppose	A	6	2d. Suppose	A	8
	B	10		B	12
	C	18		C	20
	D	36		D	40
		70			80
		100			100
1st. error		30	2d. error		20

Pos.		*Err.*
6		30
	X	
8		20
240		120
120		

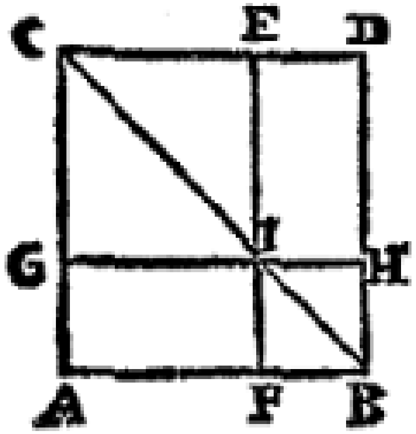
10)120(12 A's part.

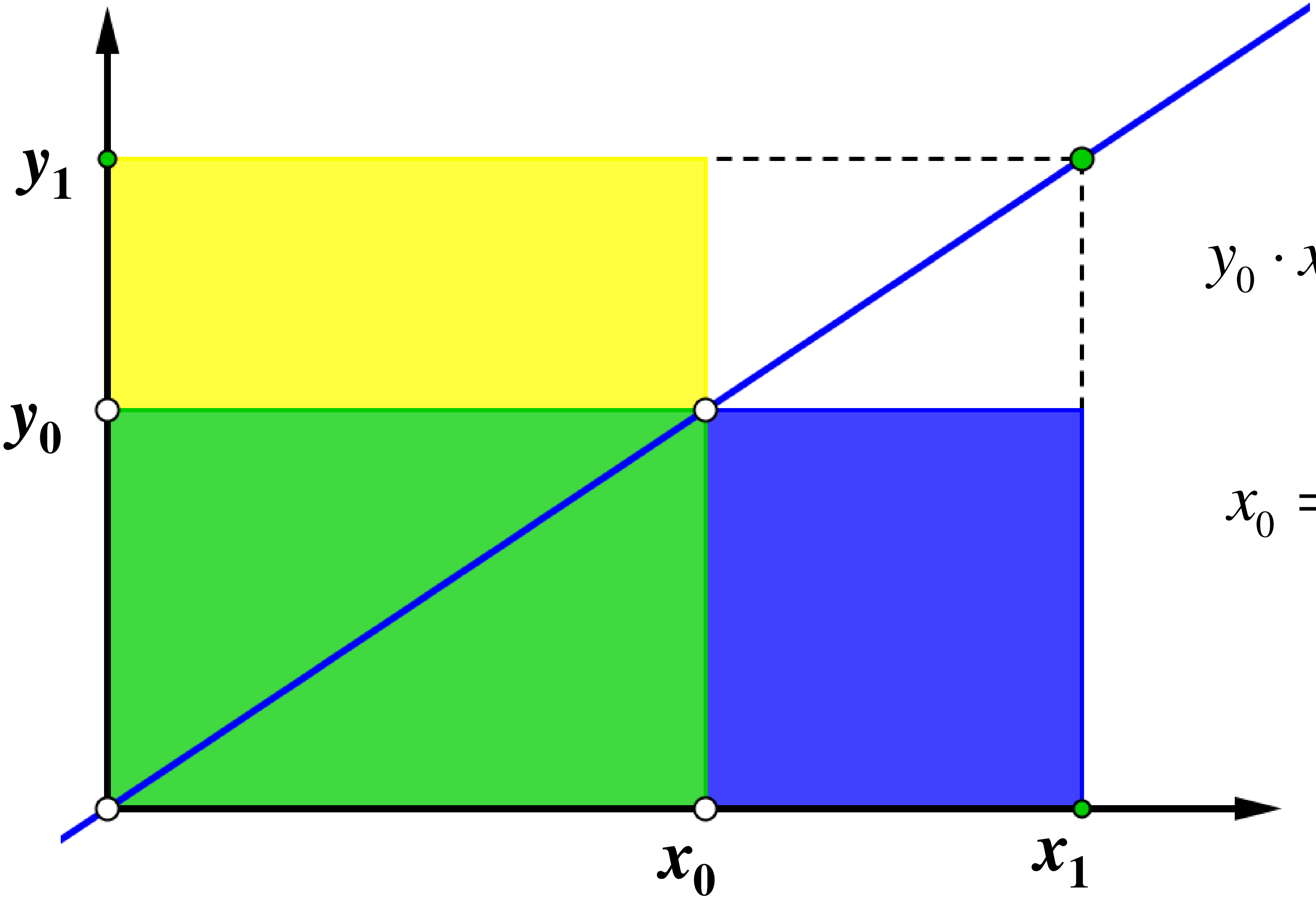
	$
A	12
B	16
C	24
D	48
Proof,	100



Les parallélogrammes découpés dans un parallélogramme par deux parallèles menées à partir d'un point d'une diagonale ont même aire (c'est pépère à démontrer).

Soit vn parallelogramme ABDC, duquel le diametre eſt BC, & la ligne EF couppant iceluy diametre au poinct I, ſoit parallele aux coſtez AC, BD; mais la ligne GH coupant ledit diametre BC au meſme poinct I, ſoit parallele aux coſtés A B, CD. Il eſt manifeſte que tout le parallelogramme eſt diuiſé par leſdités 2 lignes paralleles EF, GH, en quatre autres parallelogrãmes, deux deſquels, ſçauoir A G I F, & DEIH, par leſquels le diametre BC ne paſſe point, ſont appellez par les Geometres complemens, ou ſupplemens des deux autres parallelogrammes B F I H, C E I G, leſquels ſont dits eſtre à l'entour du diametre, à cauſe que par iceux paſſe le diametre

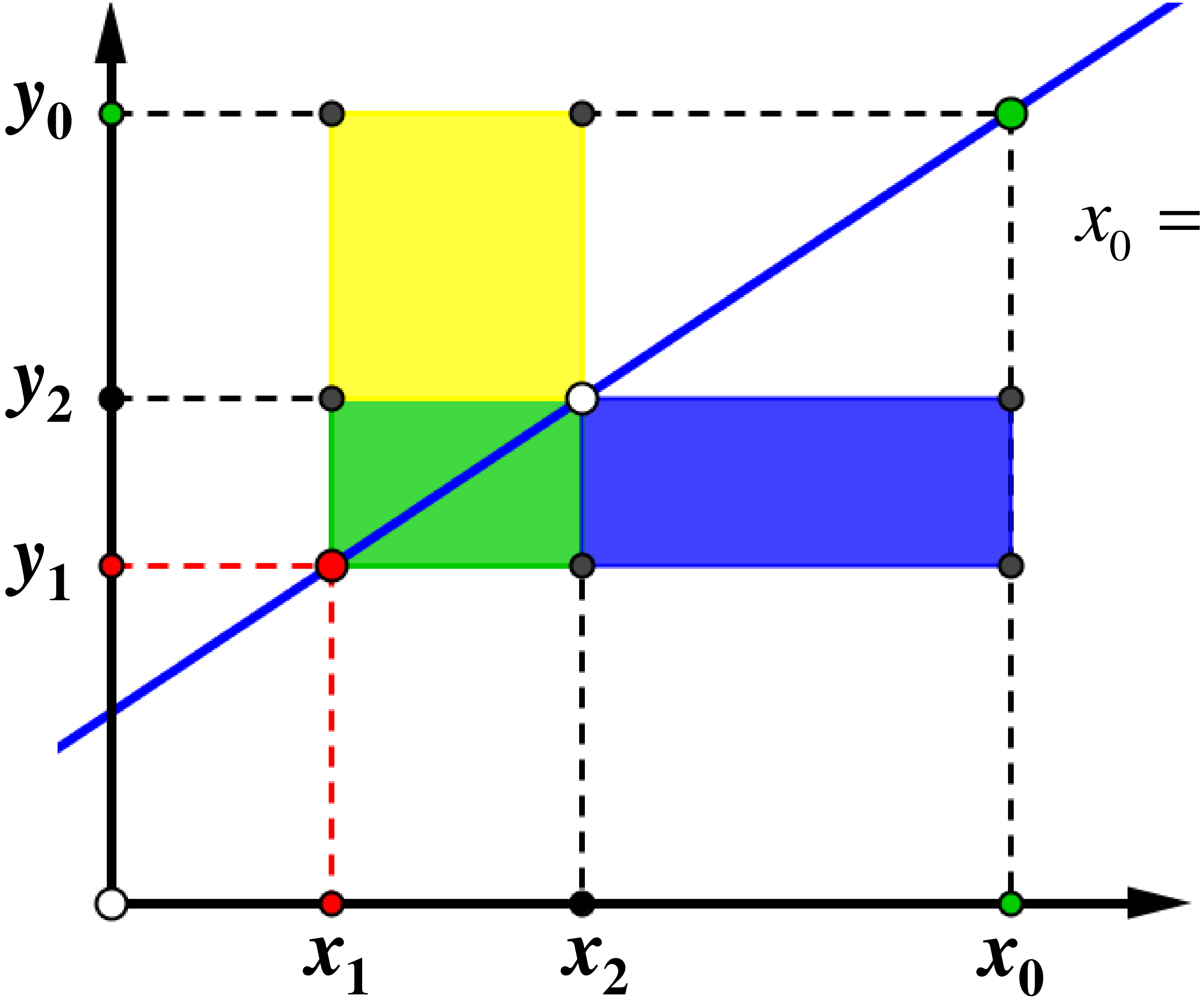




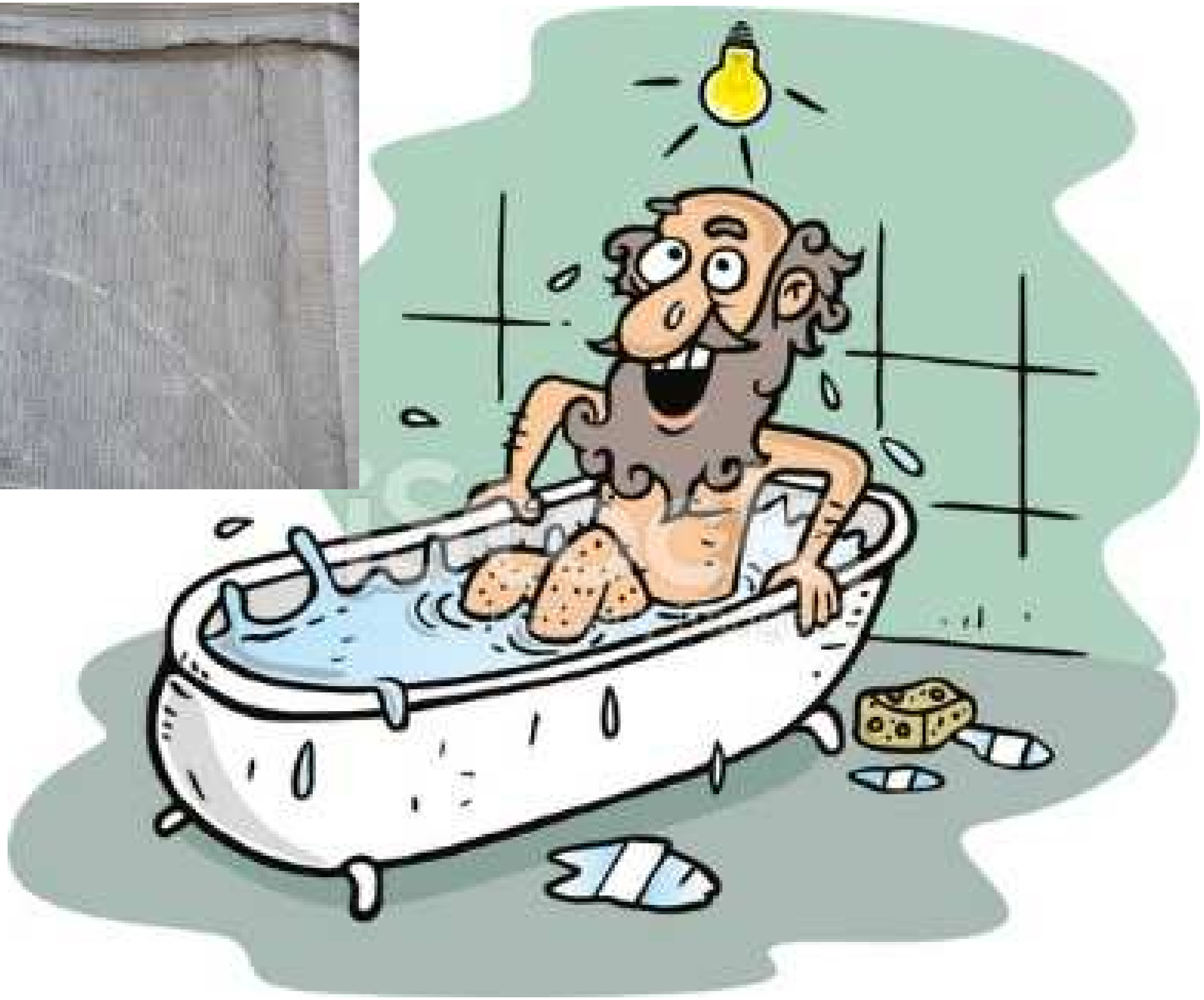
$$y_0 \cdot x_1 = x_0 \cdot y_1$$

$$x_0 = \frac{y_0 \cdot x_1}{y_1}$$

$$(y_0 - y_1)\cdot(x_2 - x_1) = (x_0 - x_1)\cdot(y_2 - y_1)$$



$$x_0 = x_1 + (x_2 - x_1)\cdot\frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1}$$




PROBLEMES
DE ROBINETS

FIBONACCI
cuniculteur

Liber Abaci (1202)
Introduction des chiffres indo-arabes en Occident

Une cuve a quatre ouvertures par lesquelles elle se vide respectivement en un, deux, trois et quatre jours.
En combien de temps se vide-t-elle si les quatre ouvertures sont ouvertes simultanément ?

Une cuve a quatre ouvertures par lesquelles elle se vide respectivement en un, deux, trois et quatre jours.
En combien de temps se vide-t-elle si les quatre ouvertures sont ouvertes simultanément ?

En douze jours, multiple commun des temps donnés, les ouvertures peuvent respectivement vider:

12, 6, 4 et 3 cuves, soit 25 cuves.

Une cuve sera donc vidée en 12/25 jours,

soit 11h 31mn 12s.

Premier livre imprimé en occitan:
Lo compendium de l'abaco
Turin, 1492

Exemple de ſoſtrayre

¶ Item vna lanſa ha la mytat et lo ters en ayga et.9.palms de-
fora. ademandi cant ha de lonc. Reſpoſta pauſa.12.a ton plaſer
et la mytat et lo ters de.12.ſont.10.et reſtã.2. Impero digas en-
ſins. Si.2.ſont vengus de.12.de che venõ.9.et troberas.54. Et
tantos pals ha aquella lanſa et es fach. Et enſins deues fayre to-
tas autras ſemblans.

« Une lance a la moitié et le tiers dans l'eau et neuf paumes à l'extérieur. Il est demandé combien elle a de long. »

Notations modernes: $$x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 9$$

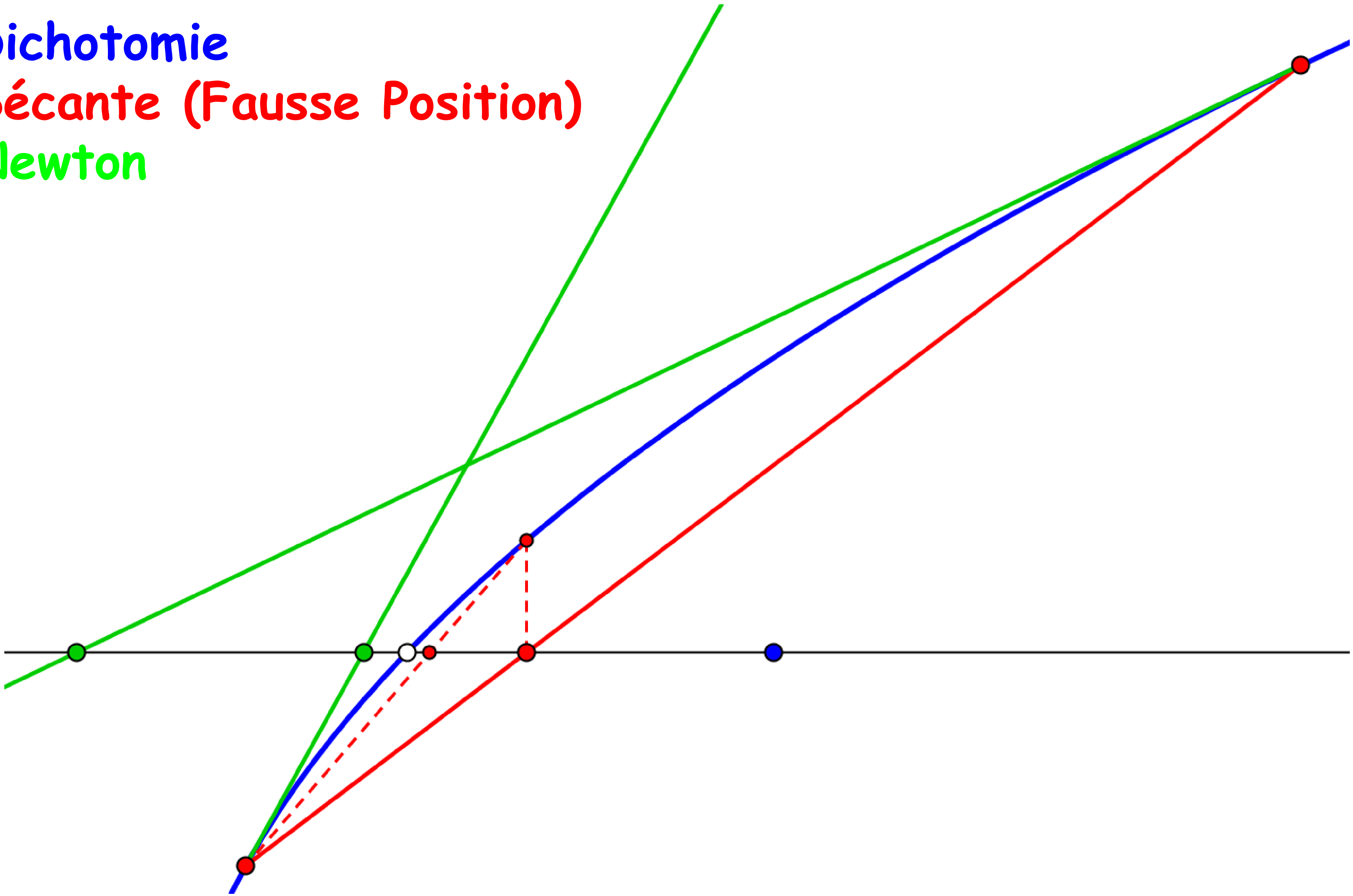
Résoudre $x \cdot a = 9$ **sans calculer** $a = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

Notations modernes: $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 9$

Résoudre $x \cdot a = 9$ **sans calculer** $a = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

Pellos: « La réponse est de poser 12, selon ton bon plaisir, et la moitié et le tiers de 12 sont 10 et restant 2.
Je demande que tu dises ainsi : si 2 sont venus de 12, de quoi sont venus 9 et tu trouveras 54.
Et tant de paumes a cette lance et c'est fait.
Et ainsi dois-tu faire pour tous les autres (problèmes) semblables »

- Dichotomie
- Sécante (Fausse Position)
- Newton



Newton: $x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

Si on remplace $f'(x_n)$ **par** $\dfrac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$

on obtient : $x_{n+1} = x_n - \dfrac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$

Soit $x_{n+1} = \dfrac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$ **= Fausse Position itérée**

Newton: $$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Si on remplace $f'(x_n)$ **par** $\frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$

on obtient : $$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$$

Soit $$x_{n+1} = \frac{x_{n-1} f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$ **= Fausse Position itérée**

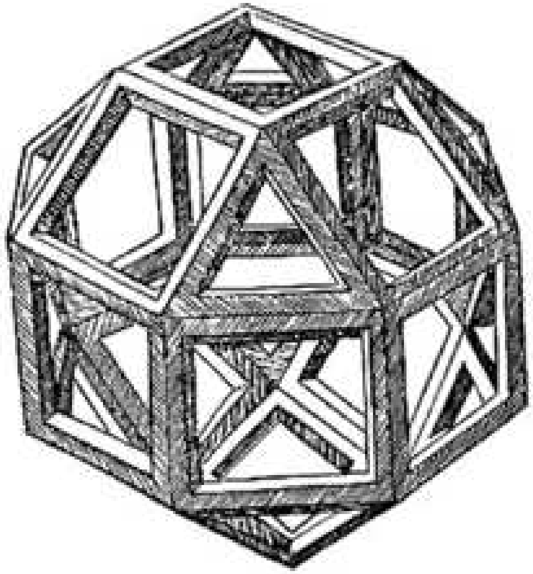
Vitesse de convergence = nombre d'or!

Heinrich Screyber

Né à Erfurt vers 1490.
Auteur en 1518 du premier traité de mathématiques et d'algèbre publié en langue allemande, sous le titre de *Ayn New Kunstlich Buech*, et plusieurs fois réédité ensuite.
Premier mathématicien de langue allemande à avoir utilisé les signes + et – dans la rédaction des formules algébriques.

Henricus Grammateus

Luca Pacioli (1445 – 1517)



De divina proportione

Premières règles algébriques écrites en français

Triparty :

Extraction des racines carrées à la main

Règle de 3

Méthode de la fausse position

Quantités négatives ($\overline{p} = +$, $\overline{m} = -$)

Deux solutions pour les équations du second degré

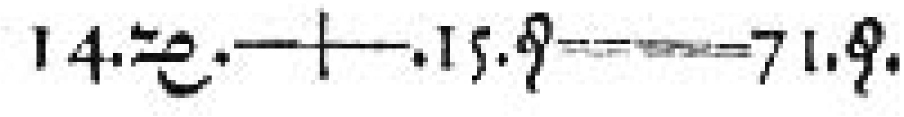
$x^0 = 1$ (pressent les logarithmes)

Echelle longue

Comparaison échelle courte	**Base 10**	**Puissance**	**Chuquet**	**Peletier** [28]	**Préfixe SI**
unité	10^{0}	million ^{0}	unité		[unité]
mille	10^{3}	million $^{0.5}$	mille		kilo
million	10^{6}	million ^{1}	**million**		mega
billion	10^{9}	million $^{1.5}$	mille millions	milliard	giga
trillion	10^{12}	million ^{2}	**bi**llion		tera
quadrillion	10^{15}	million $^{2.5}$	mille billions	billiard	peta
quintillion	10^{18}	million ^{3}	**tri**llion		exa
sextillion	10^{21}	million $^{3.5}$	mille trillions	trilliard	zetta
septillion	10^{24}	million ^{4}	**quadri**llion		yotta

Regula Falsi — Robert Recorde (1512 – 1558)

Mathématicien et Médecin
(spécialiste gallois des varices)



$$14 \cdot x + 15 = 71$$

The Whetstone of Witte, which is the second part of Arithmetike, containing the Extraction of Rootes, the Cossike Practice, with the Rules of Equation, and the Woorkes of Surde Numbers **(London, 1557)**

1 John THE [redacted]

GROVND

16 OF ARTS: 2s

TEACHING THE PER-
fect worke and practiſe of Arithmeticke,
both in whole Numbers and Fractions, after a
more eaſie and exact forme then in former
time hath beene ſet foorth : Made by
Mr. ROBERT RECORD
Dr. in Phyſicke.

Londres, 1618

382 The Rule

The Rule of Falſhood.

The occaſion of the name.

NOw will I briefly alſo teach you ſomewhat of the Rule of Falſe-hood, which beareth his name, not for that it teacheth any fraud or Falſhood, but for that by falſe numbers taken at all aduentures, it teacheth how to find thoſe true numbers that you ſeeke for.

Scholar. So might any other rule bee called the Rule of Falſhood, for they worke by wrong nuumbers, and by them find out the right numbers: ſo doth the Rule of Alligation, the Rule of Fellowſhip, and the Golden Rule partly.

Une cuve cylindrique en partie remplie d'eau met 2 heures pour se vider par le trou T1, 3 heures par le trou T2 et 6 heures par le trou T3.

Combien de temps met-elle à se vider

si les trous T2 et T3 sont ouverts?

Une cuve cylindrique en partie remplie d'eau met 2 heures pour se vider par le trou T1, 3 heures par le trou T2 et 6 heures par le trou T3.

Combien de temps met-elle à se vider

si les trous T2 et T3 sont ouverts?

Essayer avec 6h, solution 2h.

$$1/(1/3+1/6) = 2$$

La même cuve est remplie avec deux fois plus d'eau.

Combien de temps met-elle à se vider
si les trois trous sont ouverts?

La même cuve est remplie avec deux fois plus d'eau.

Combien de temps met-elle à se vider
si les trois trous sont ouverts?

Essayer avec 12h, solution 2h?

$$1/(1/4+1/6+1/12) = 2$$

La même cuve est remplie avec deux fois plus d'eau.

Combien de temps met-elle à se vider
si les trois trous sont ouverts?

FAUX

Vitesse d'écoulement fonction de la pression,
donc de la hauteur

Problème de la pertinence d'un modèle (pas des Maths)
Climat…

Jérôme Gavin *collège Voltaire, Genève*

Alain Schärling *Université de Lausanne*

Longtemps avant l'algèbre: la fausse position

Ed. presse Poly Univ. Romandes, 2012

Les neuf Chapitres
Le classique mathématique de la Chine ancienne
et ses commentaires

Karine Chemla, Guo Shuchun

Ed. DUNOD, 2004