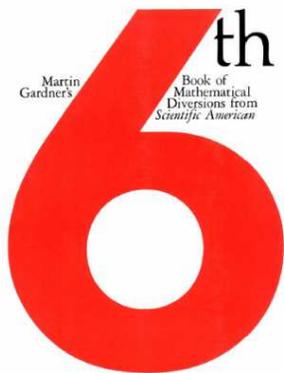


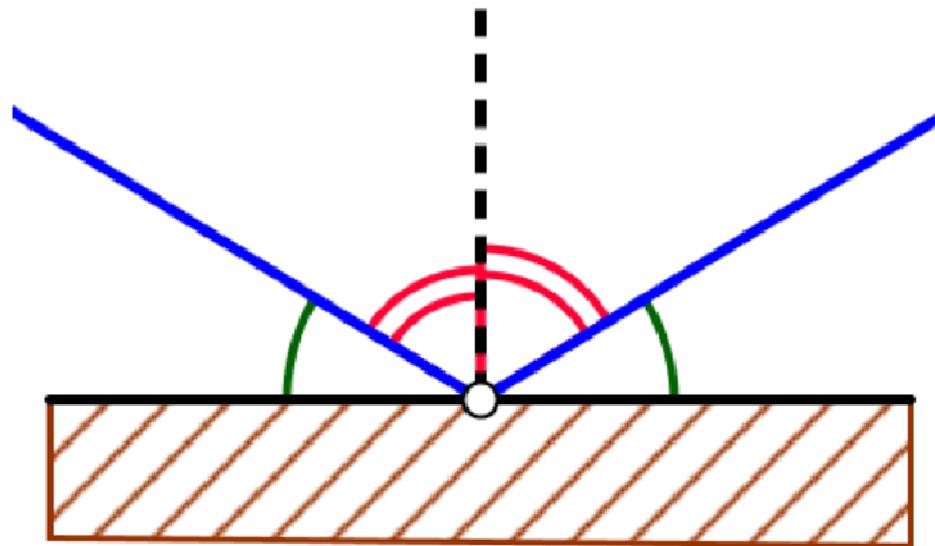


Opérations sur le billard



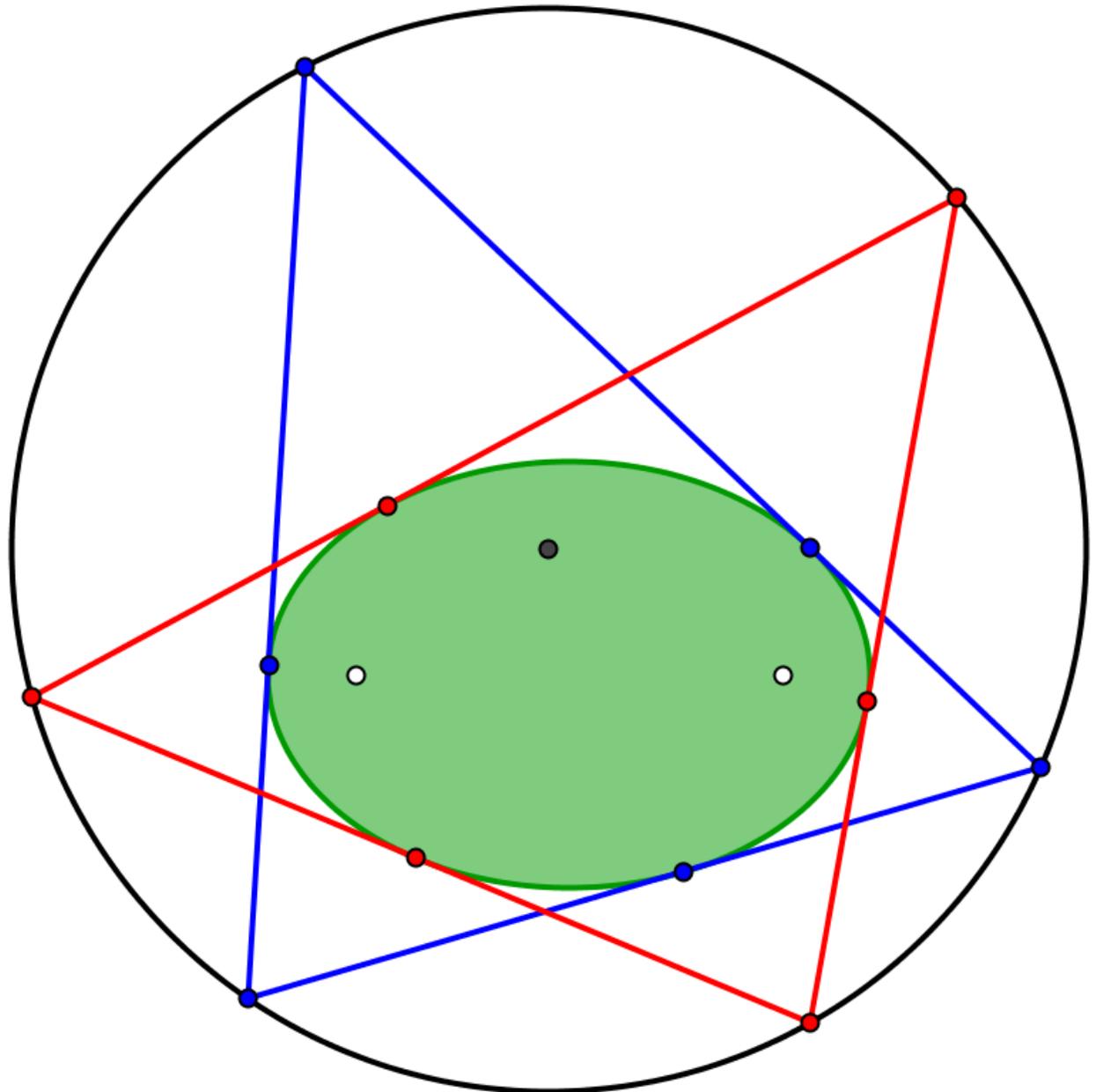


Courbe fermée quelconque Rebond spéc(tac)ulaire d'une bille ponctuelle

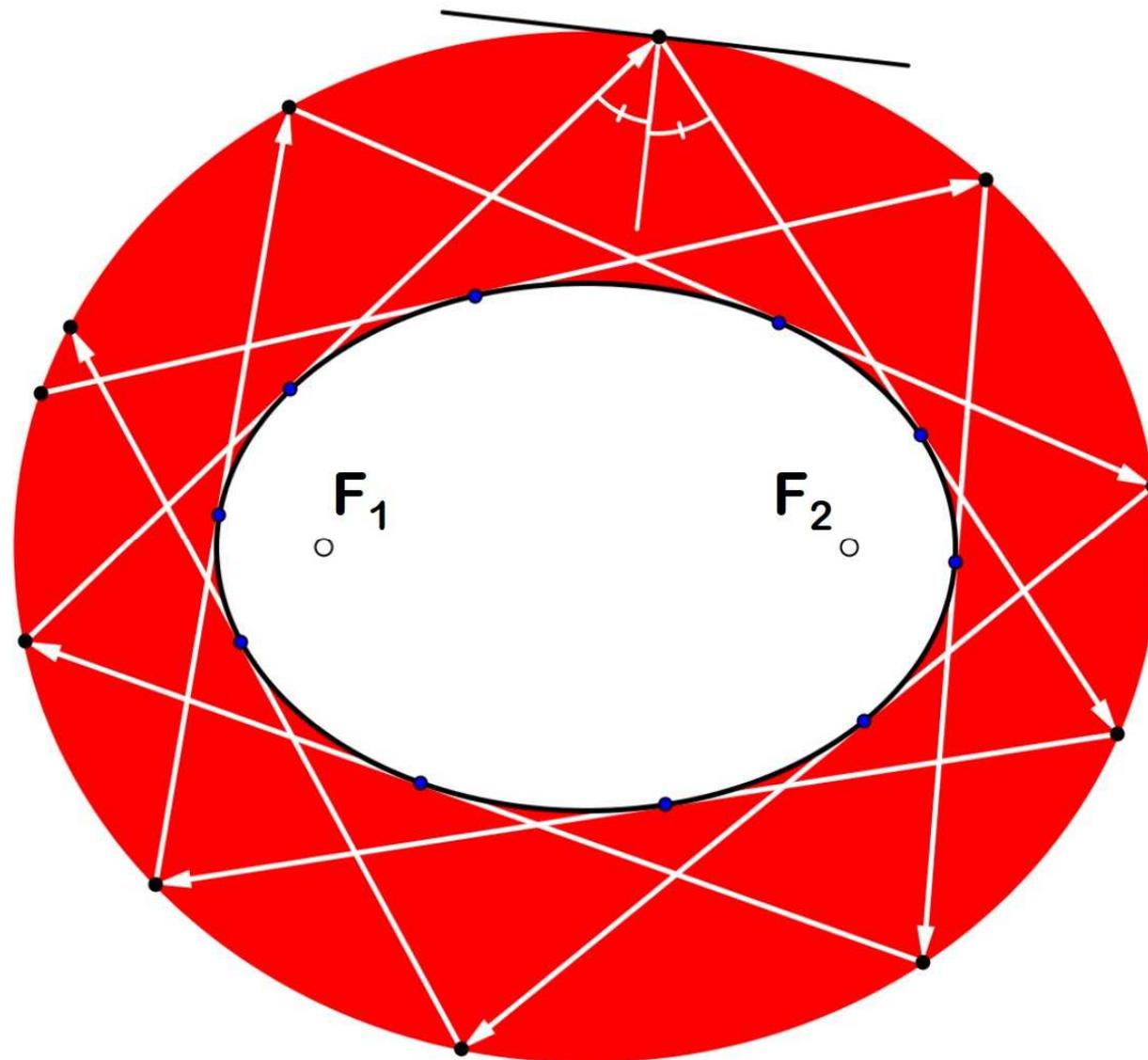




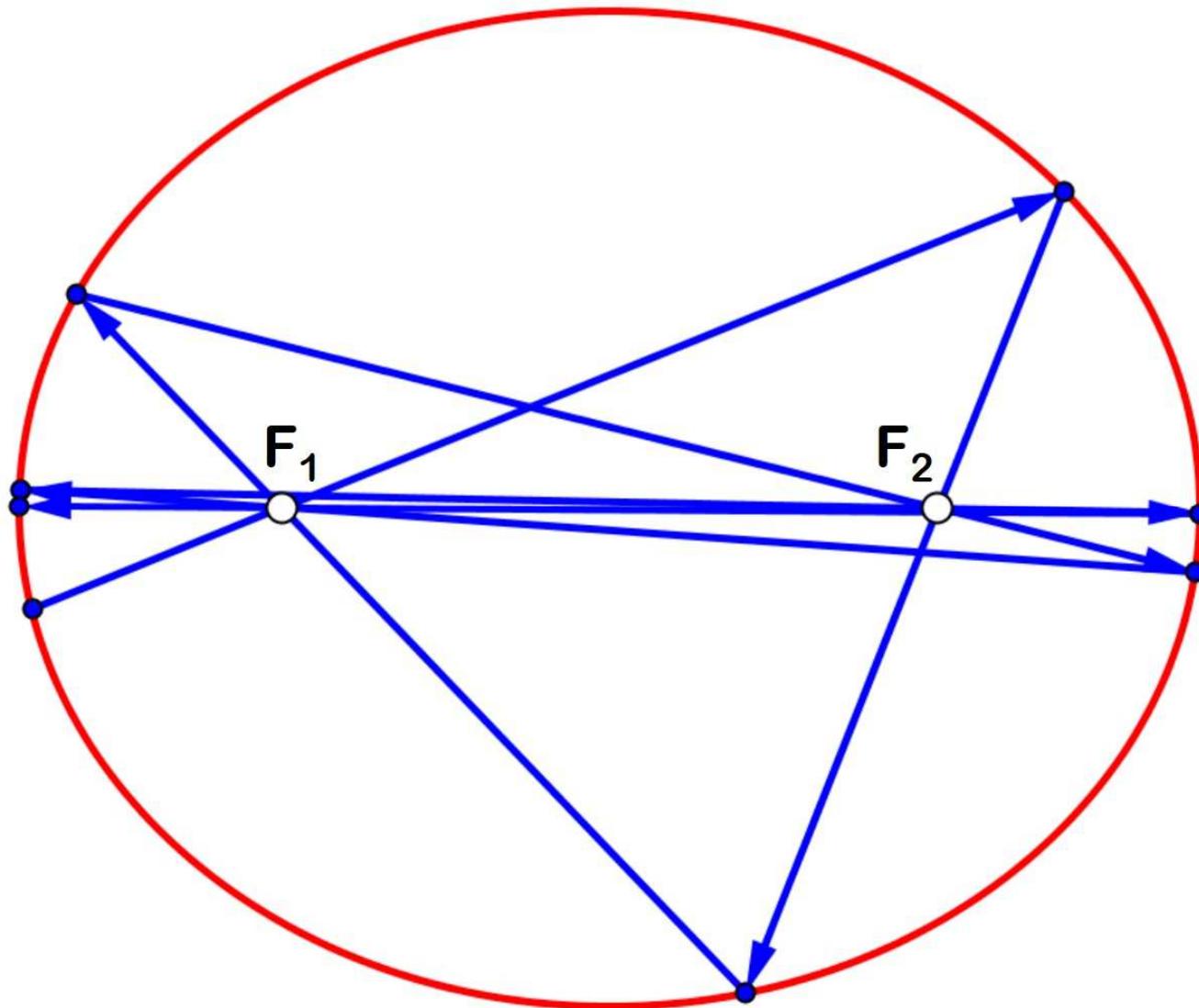
Porisme:
Propriété
géométrique
indépendante des
conditions initiales
(Poncelet, Steiner)



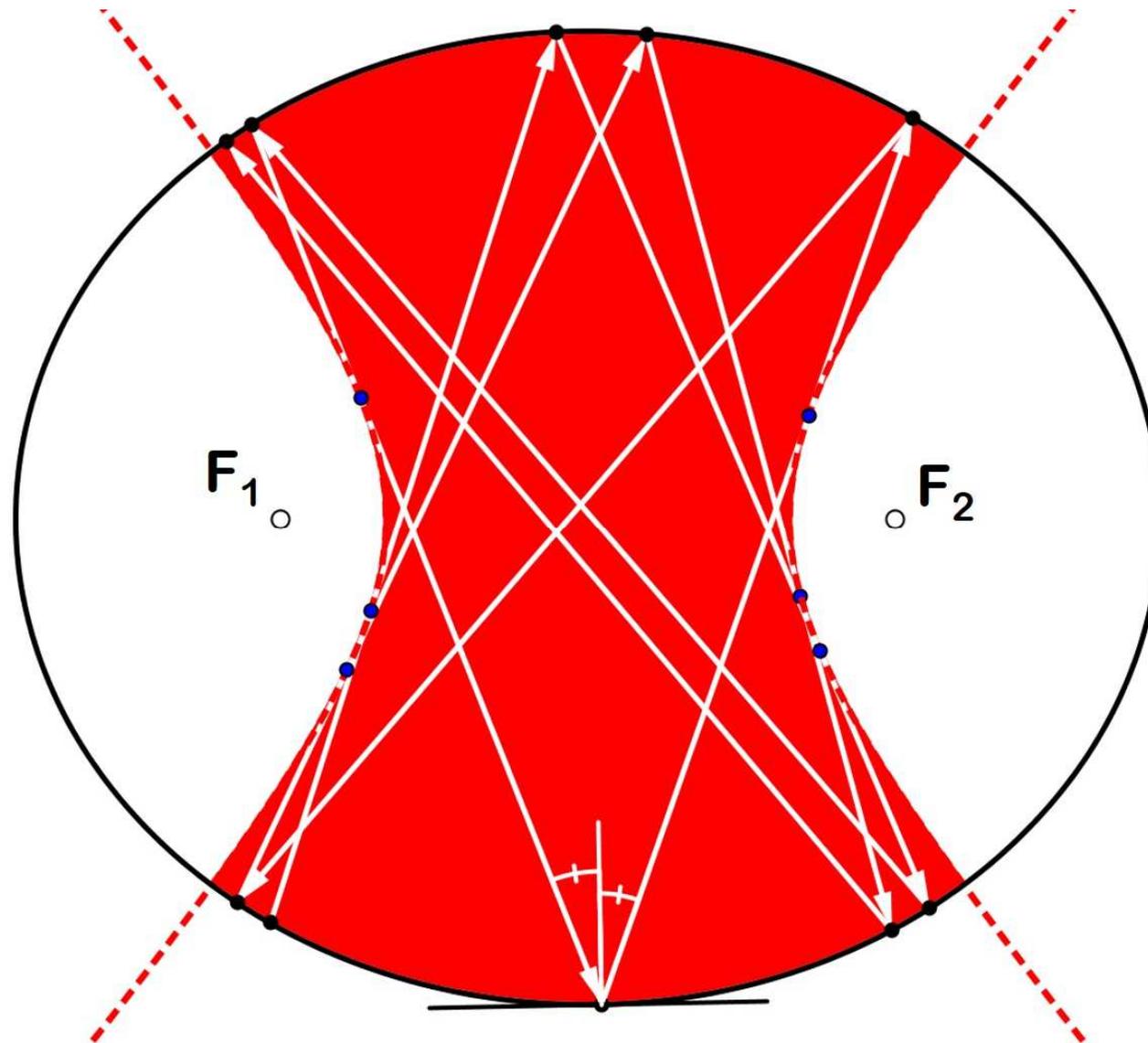
Des billiards de trajectoires



Des billiards de trajectoires



Des billiards de trajectoires



Trajectoires périodiques

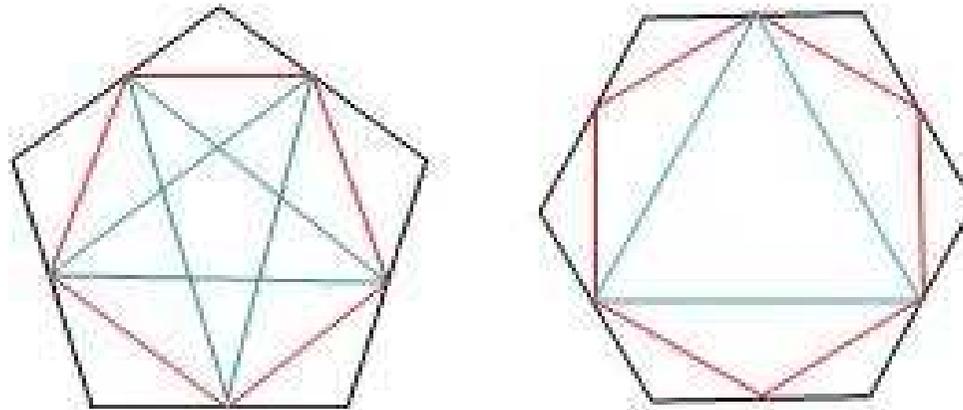


Théorème de Birkhoff:
Pour tout couple d'entiers (m, n) tels que $0 < m < n$,
il existe au moins deux lignes polygonales à n sommets
et de nombre de rotation m qui soient des trajectoires
périodiques du billard (*bien gentil*).

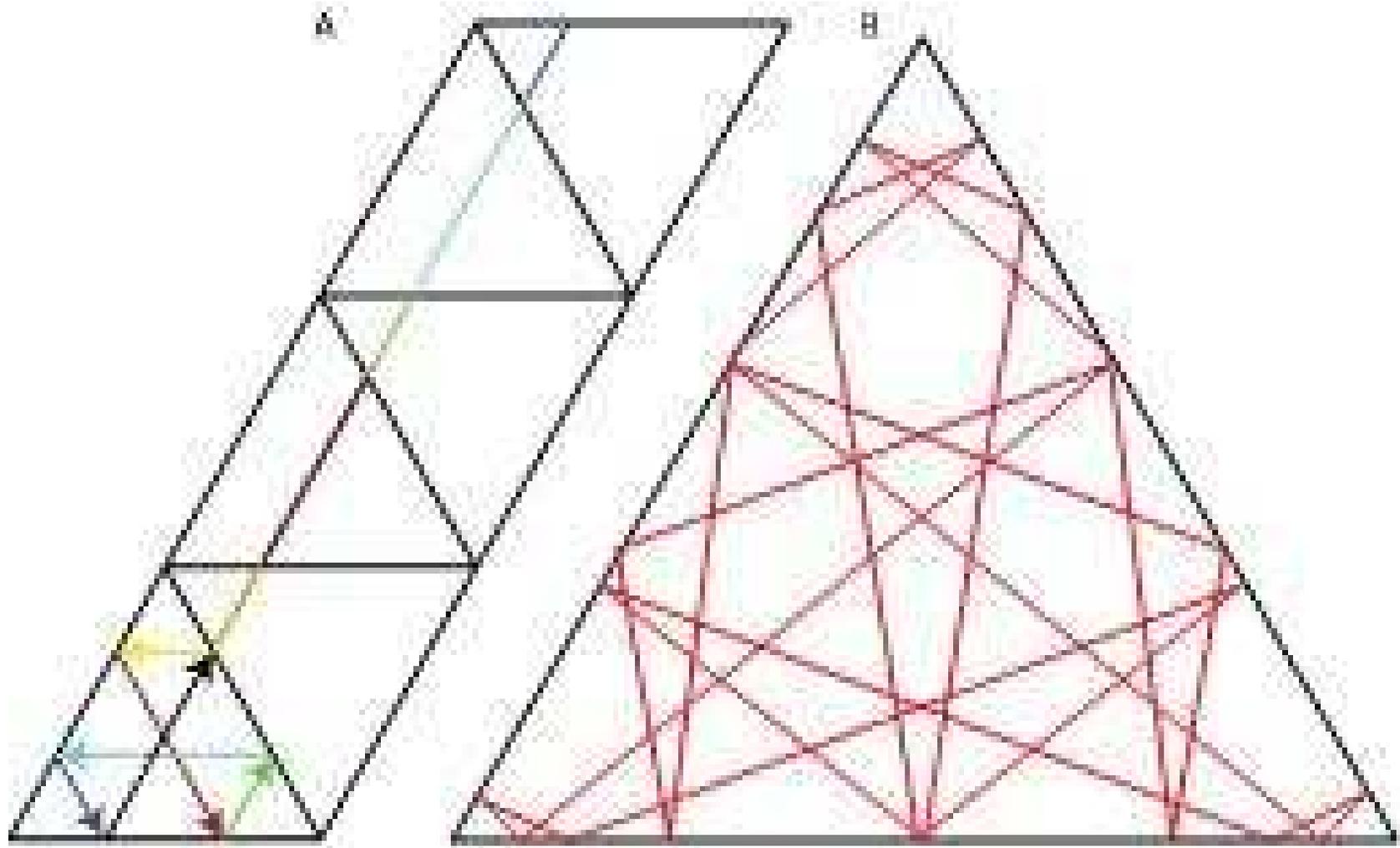
Trajectoires périodiques

Howard Alan Masur (1986):

Il existe une infinité de trajectoires périodiques dans tout polygone rationnel.



Trajectoires périodiques



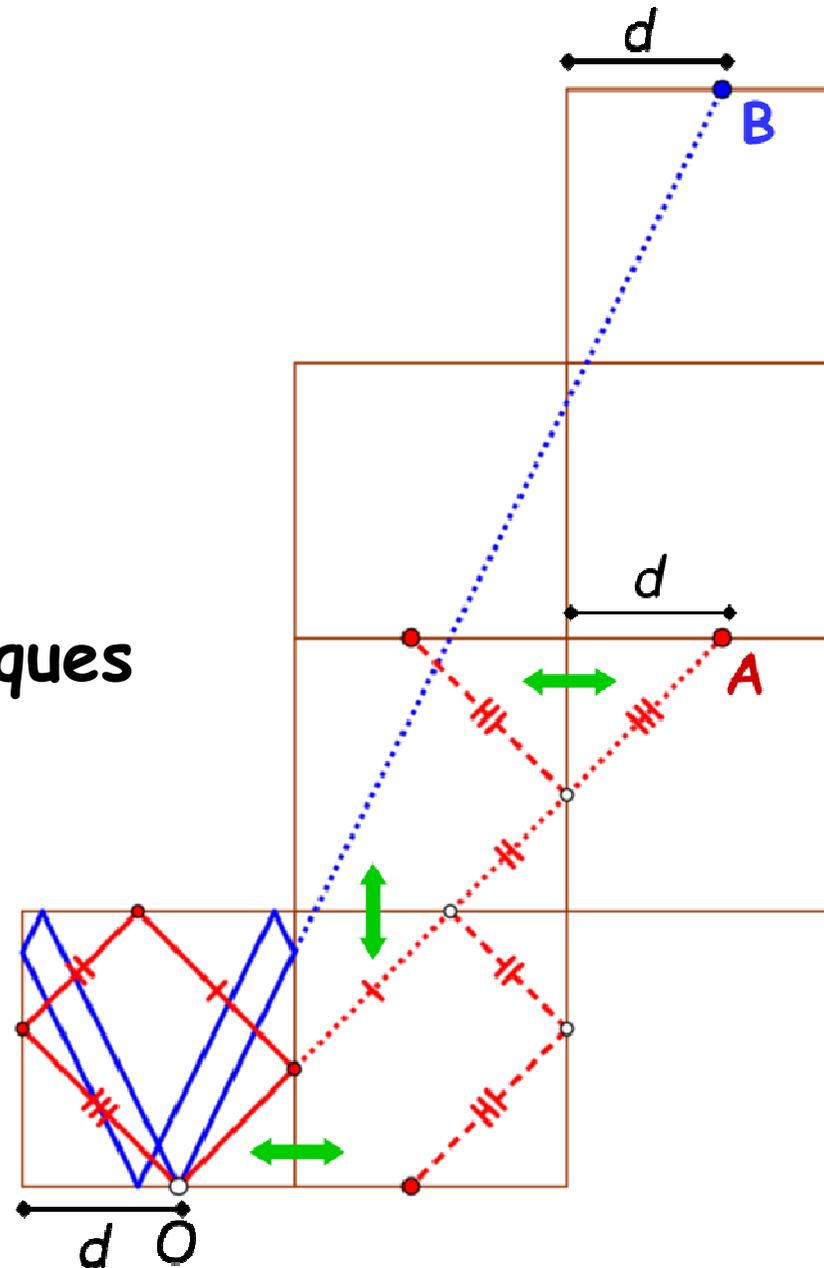
6 rebonds

22 rebonds

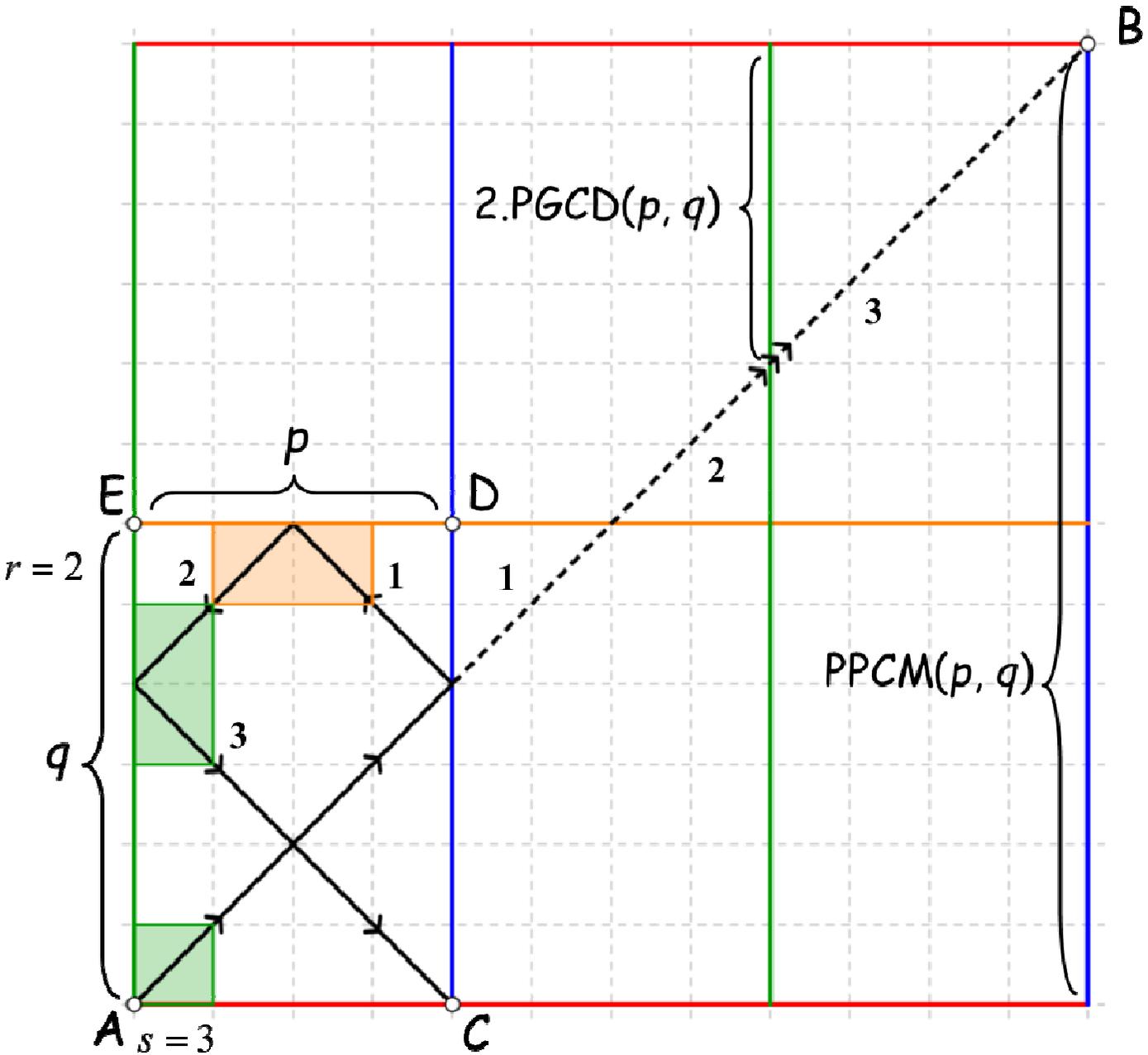
Trajectoires périodiques



Déploiement
de
trajectoires périodiques



Trajectoires encore billards



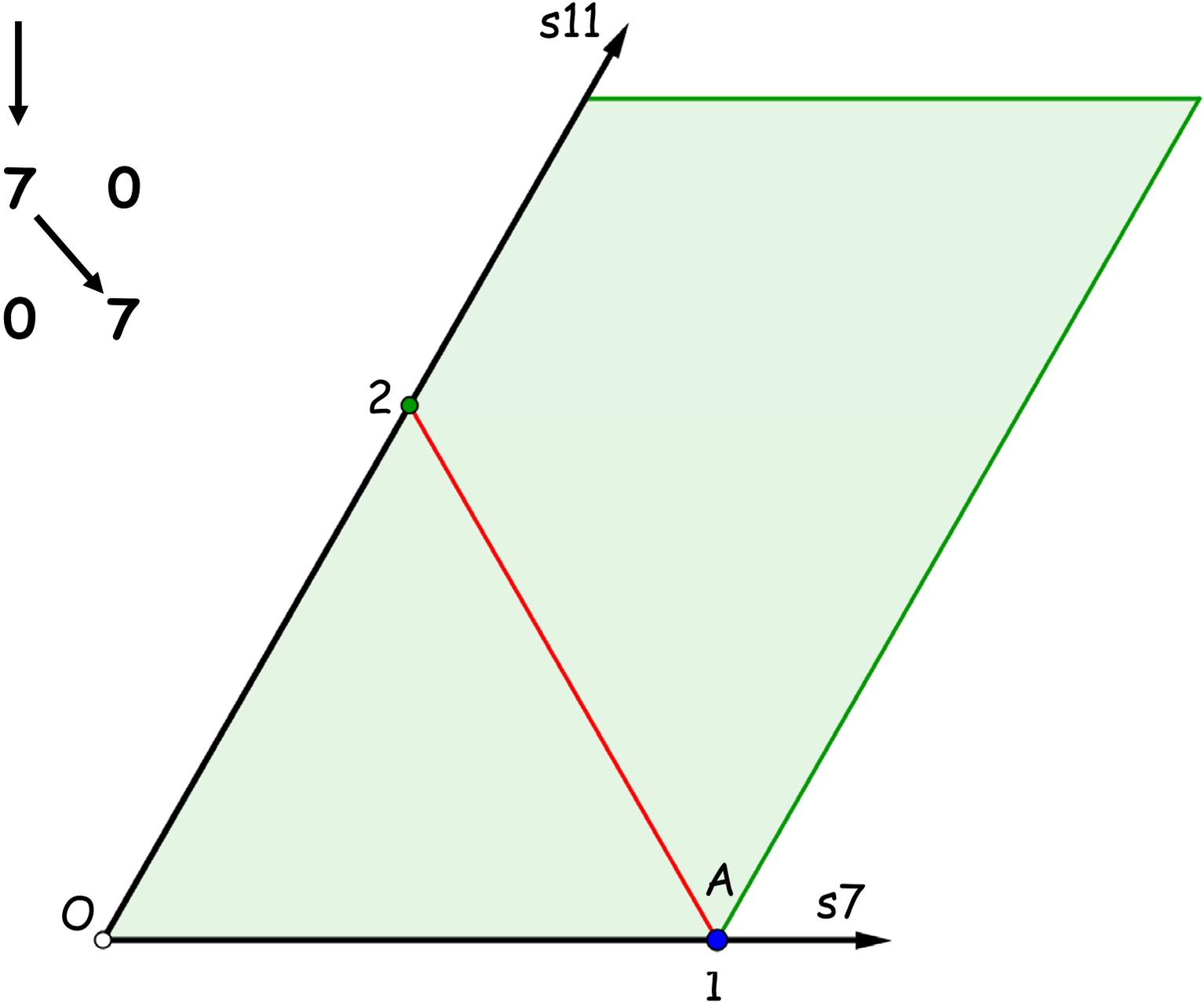


Problème ancien (*Martin dixit*):

**Deux récipients de capacité 7 et 11 litres.
Comment obtenir exactement 2 litres?
(pas de marques, eau à volonté)**

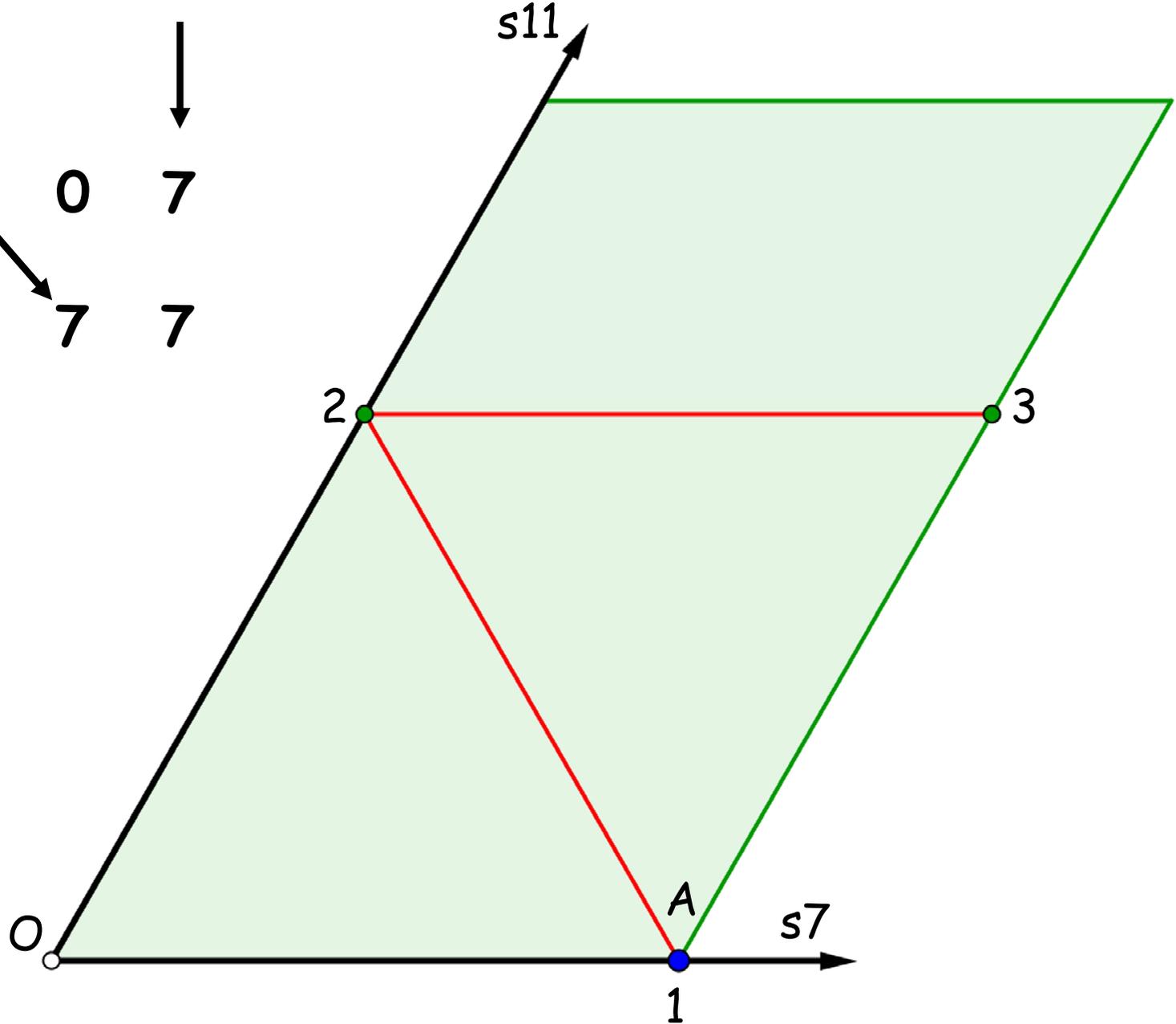
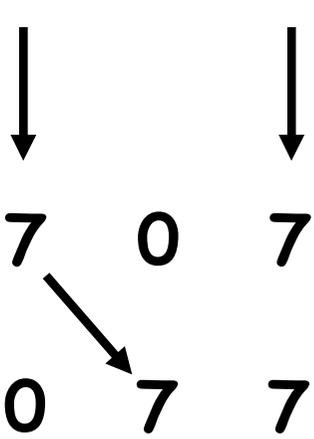
Explication graphique de M.C.K. Tweedie (1939)

Problèmes aqueux

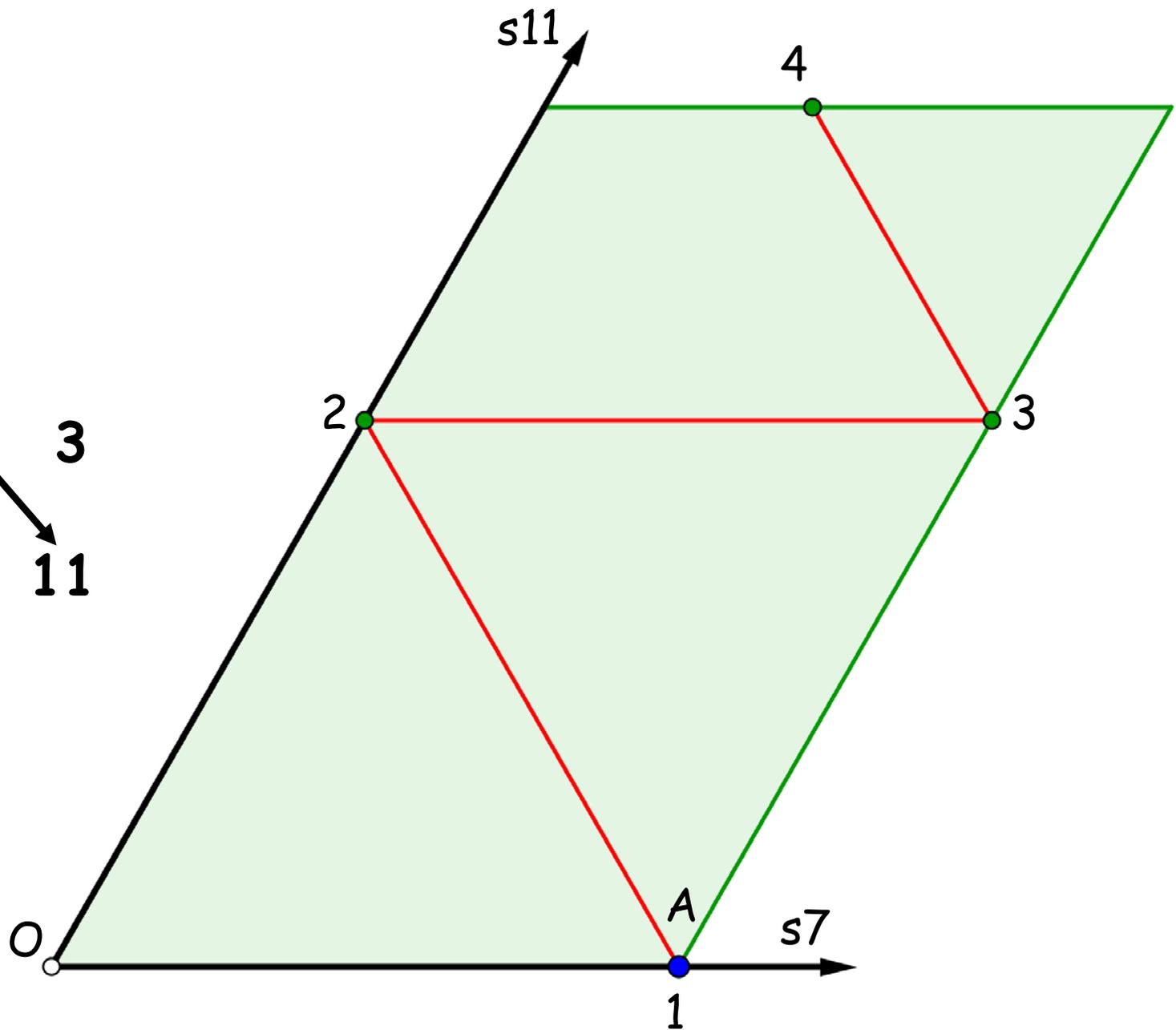
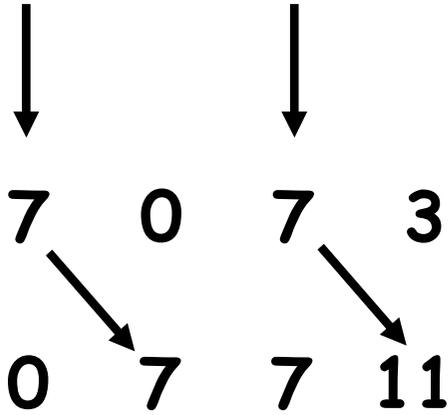


7 0
0 7

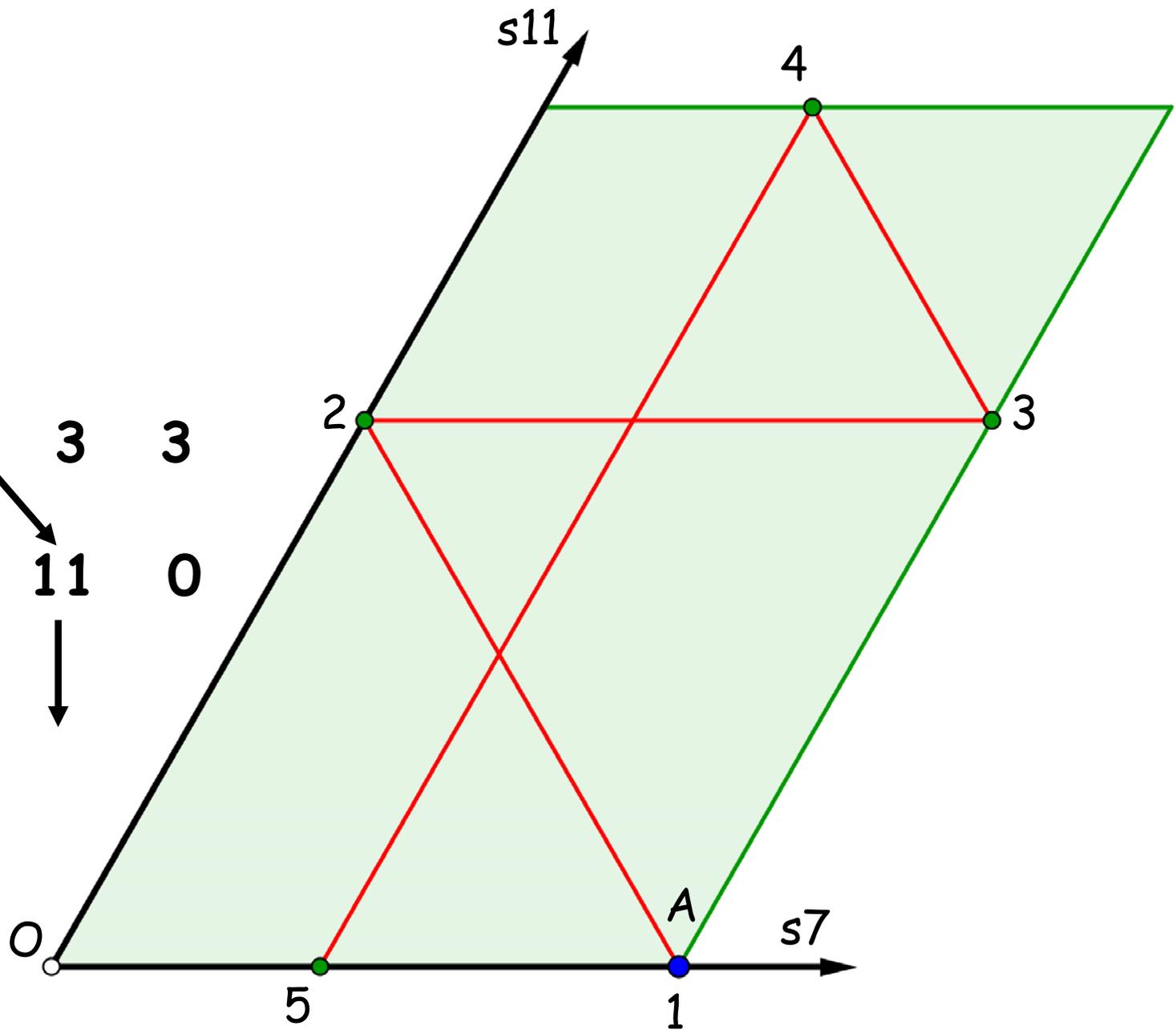
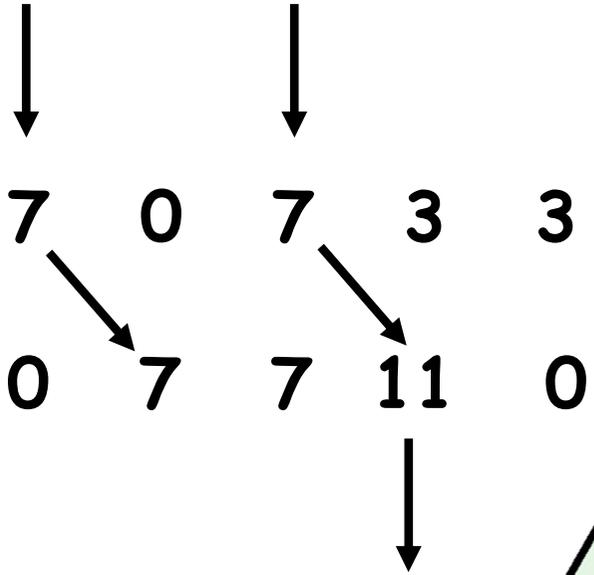
Problèmes aqueux



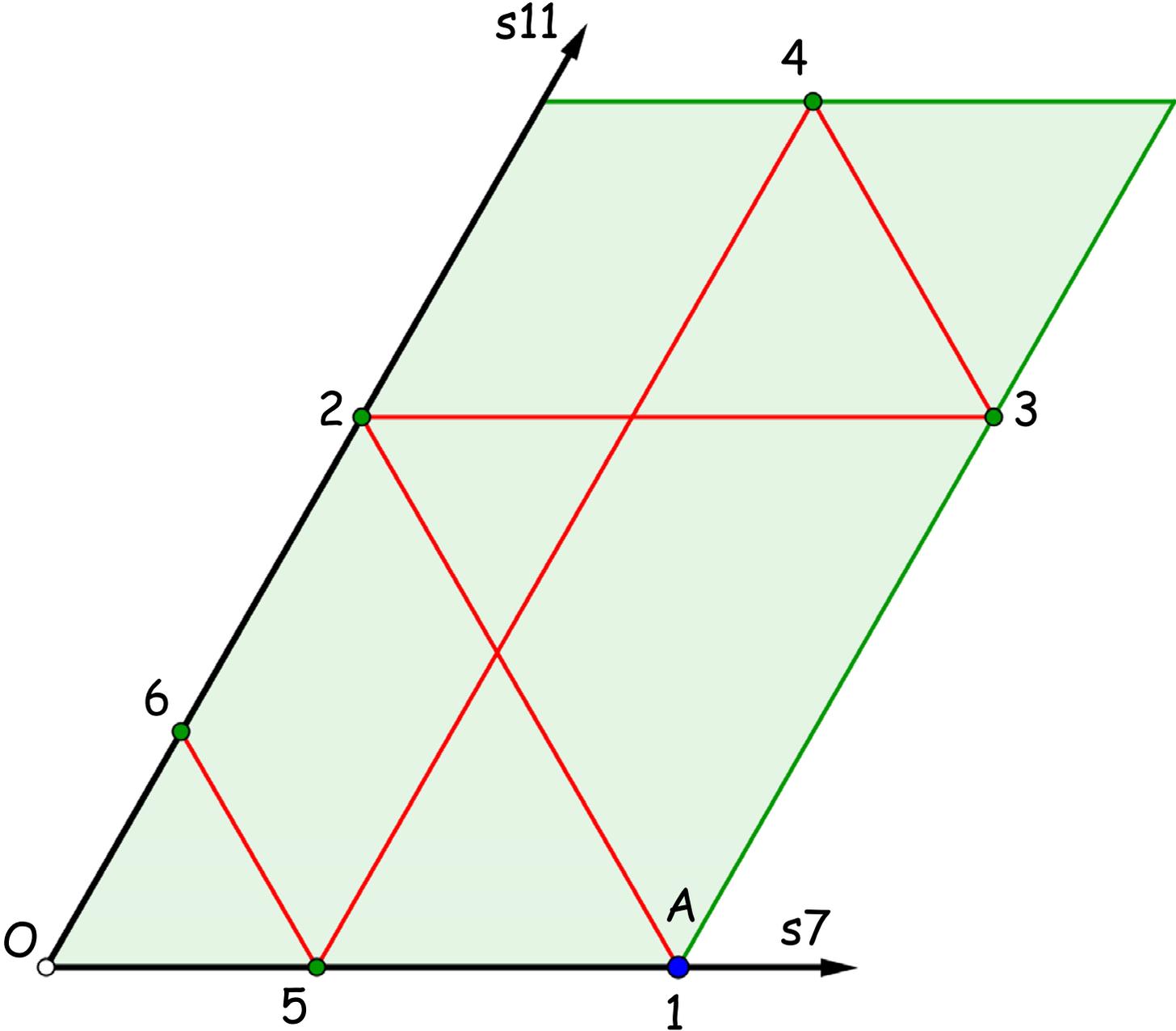
Problèmes aqueux



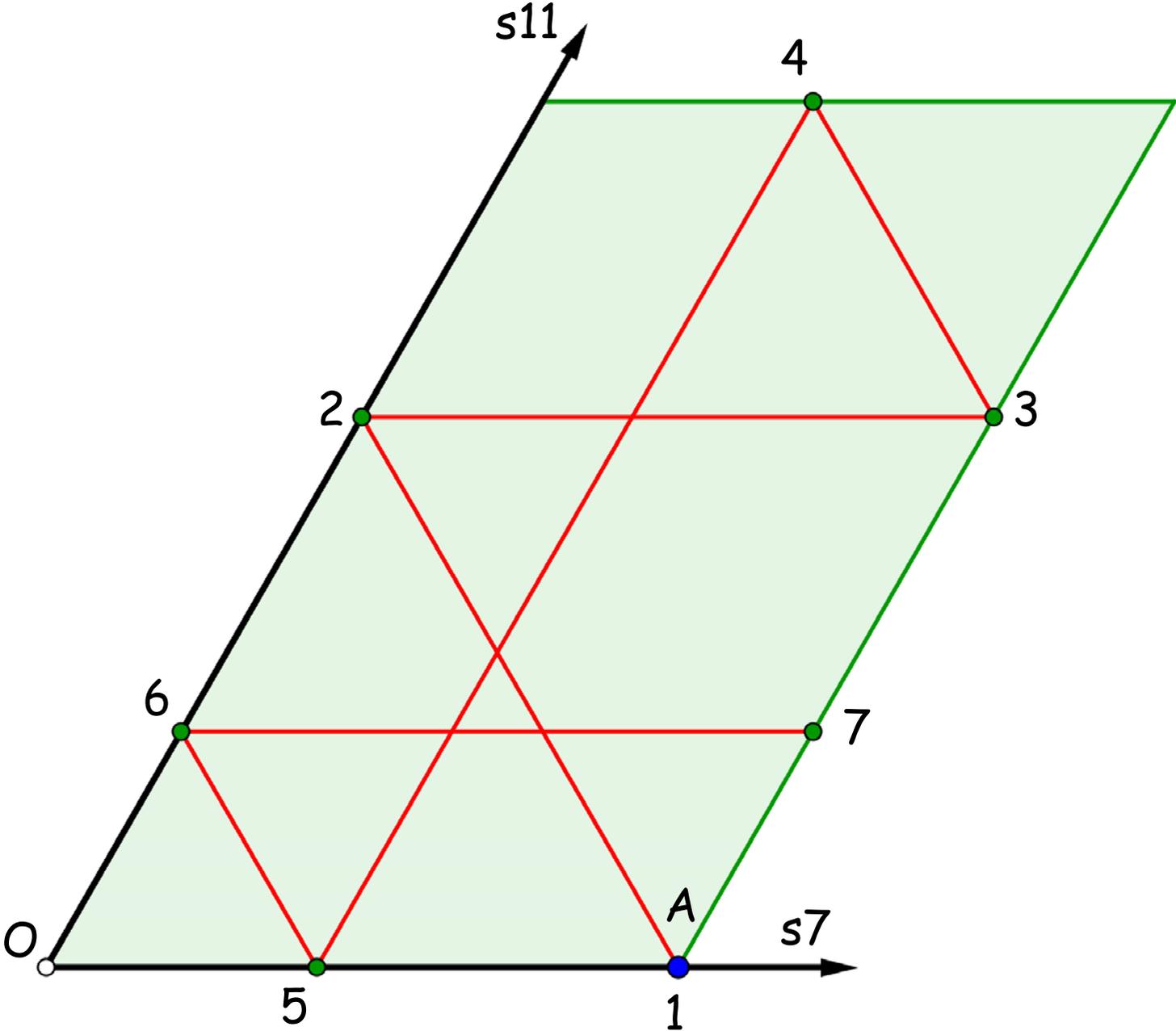
Problèmes aqueux



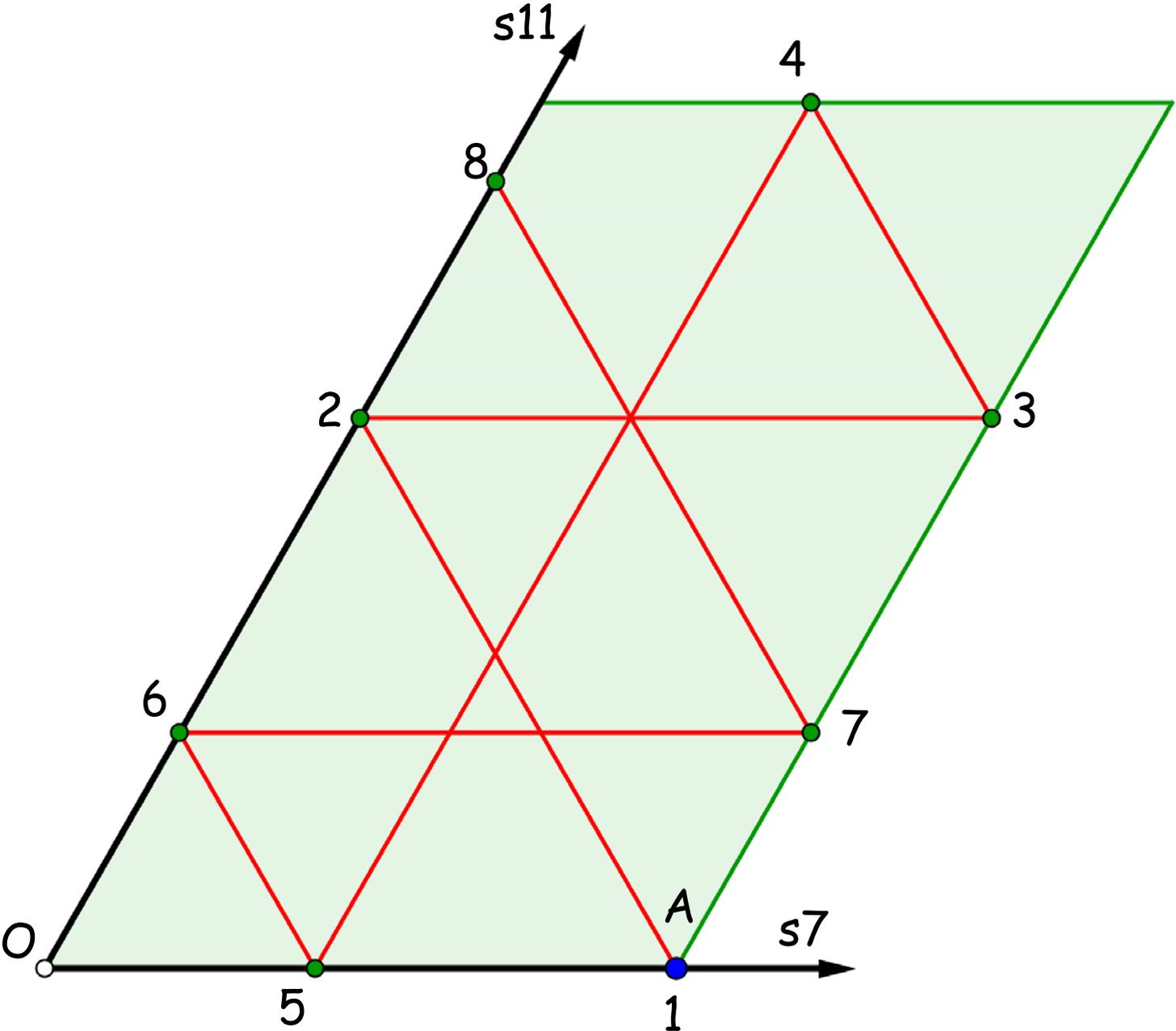
Problèmes aqueux



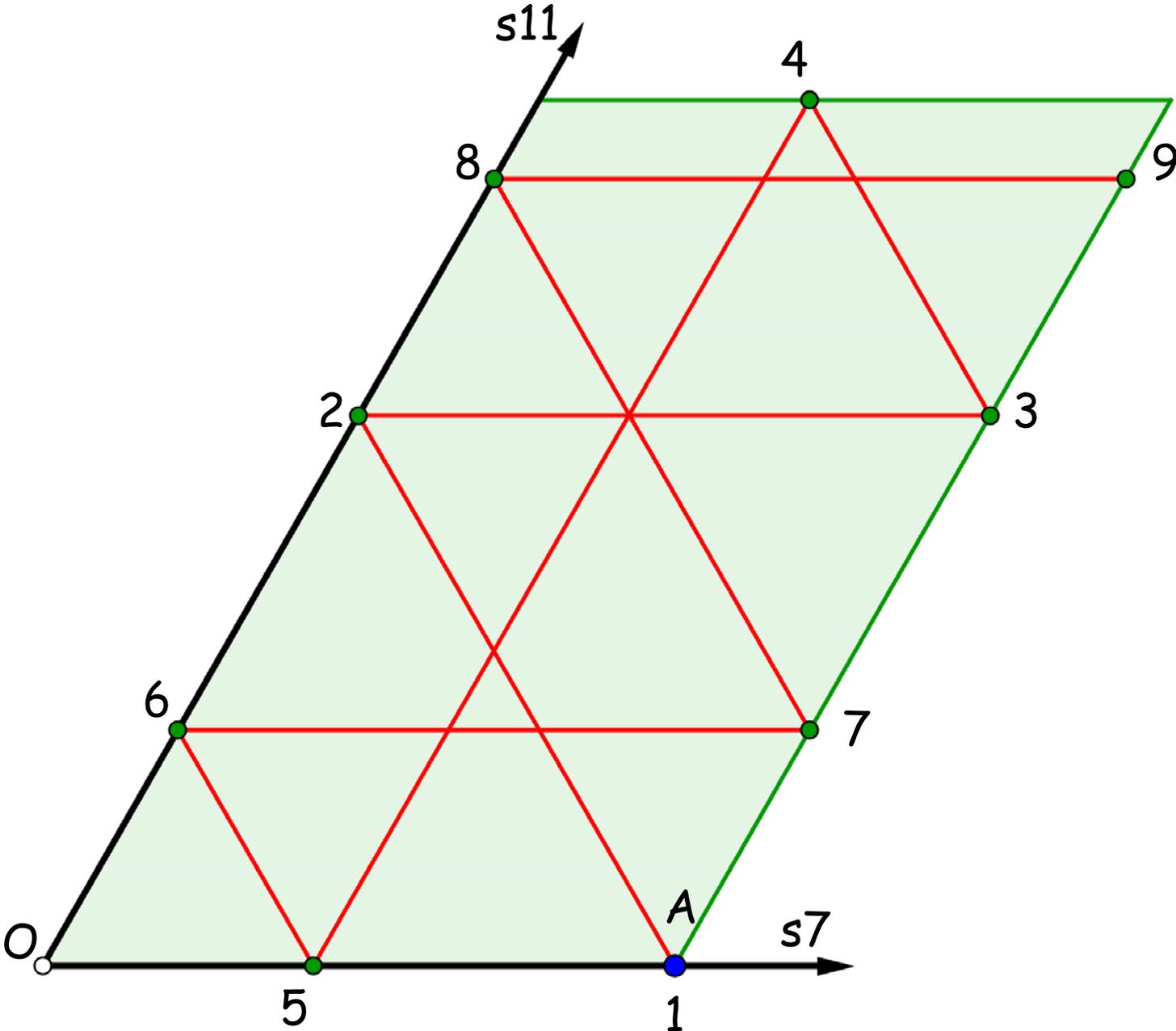
Problèmes aqueux



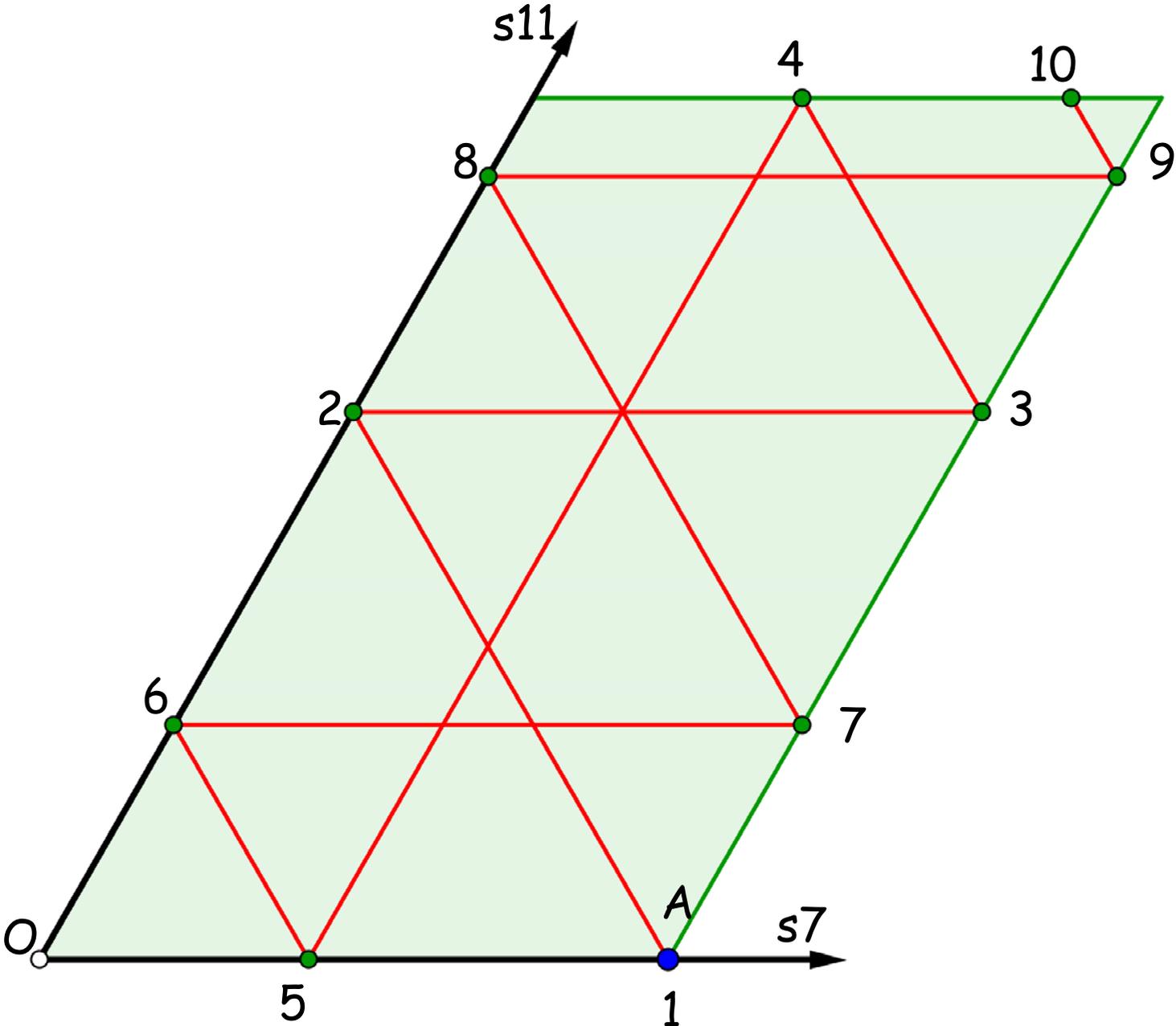
Problèmes aqueux



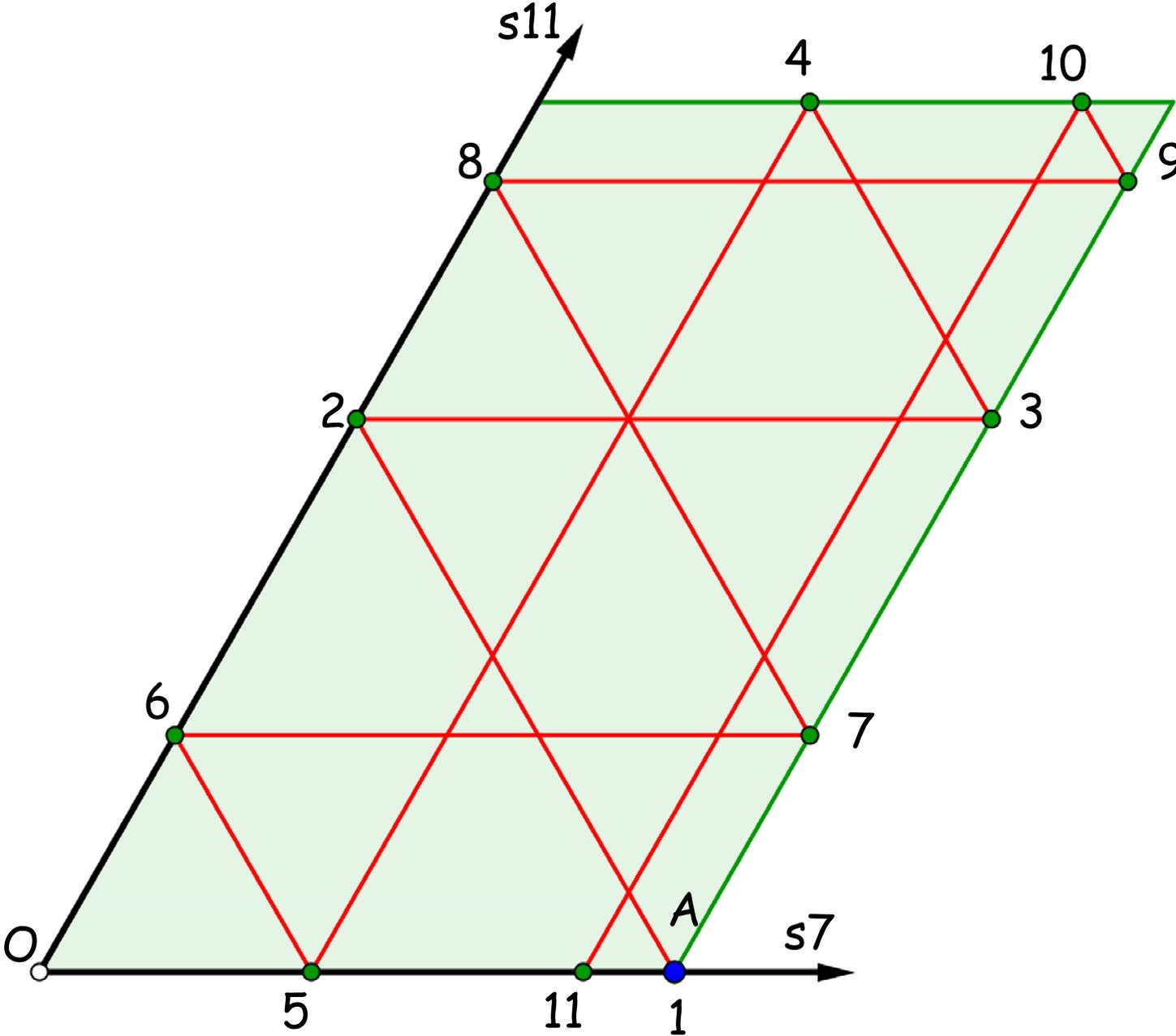
Problèmes aqueux



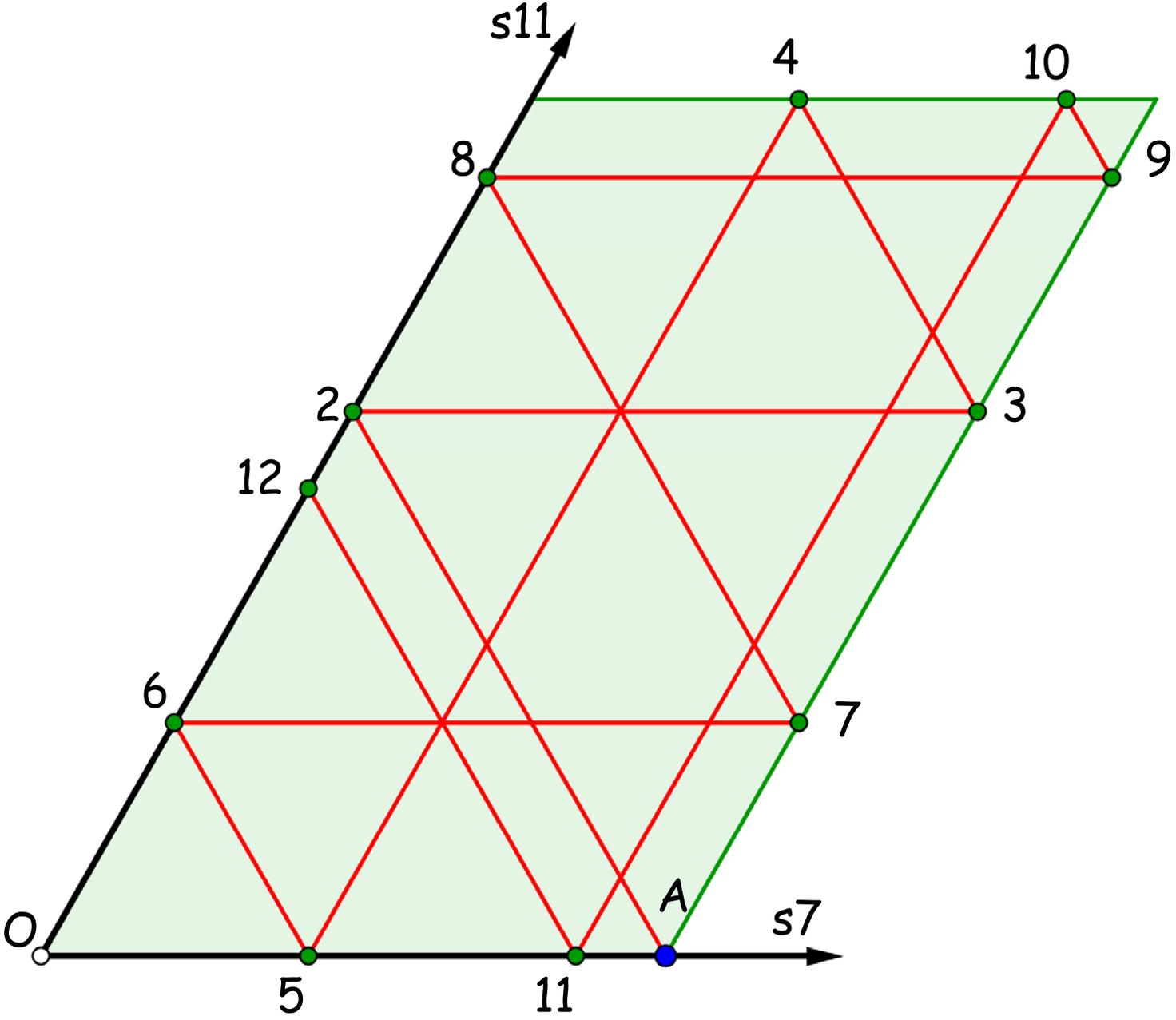
Problèmes aqueux



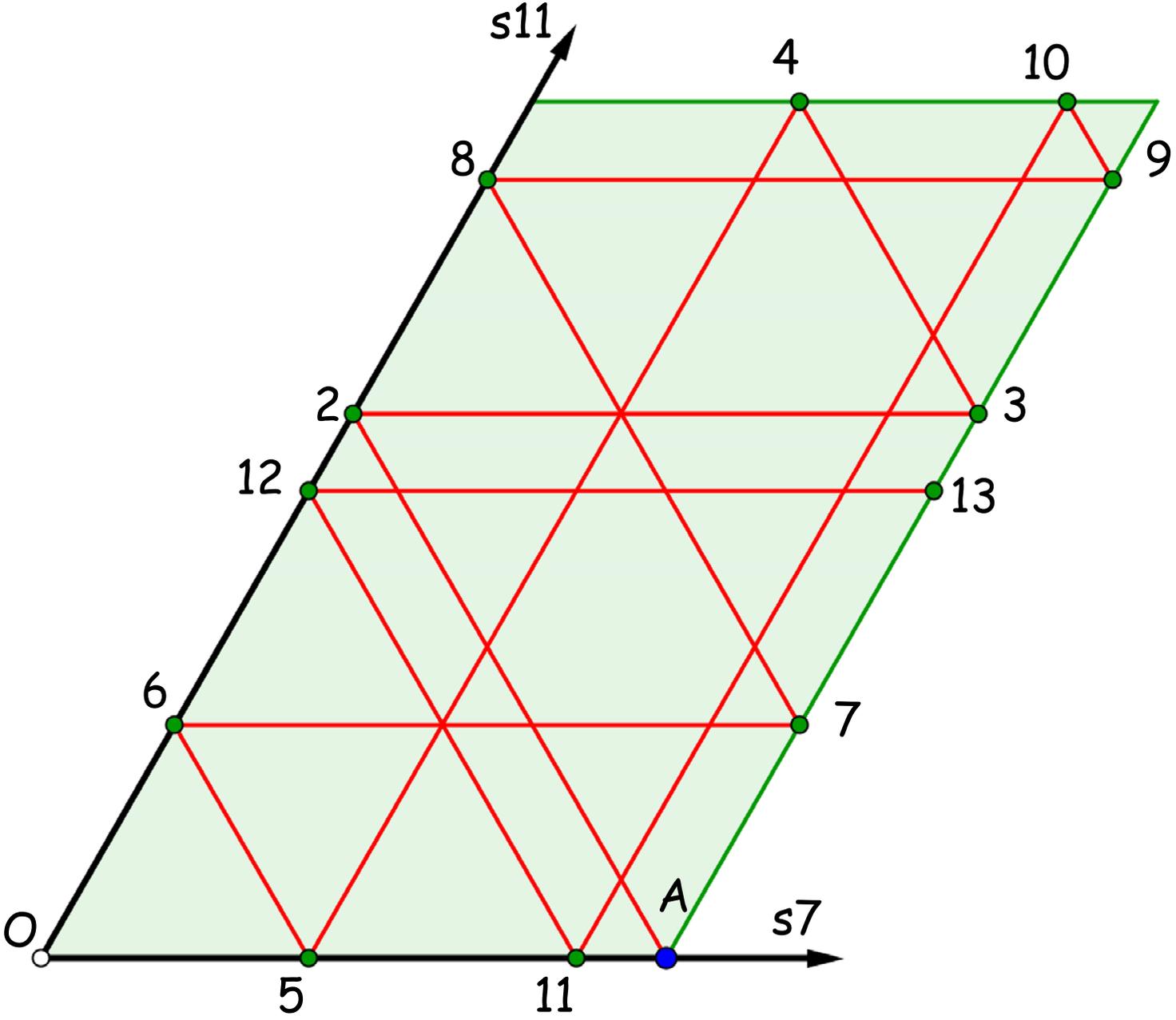
Problèmes aqueux



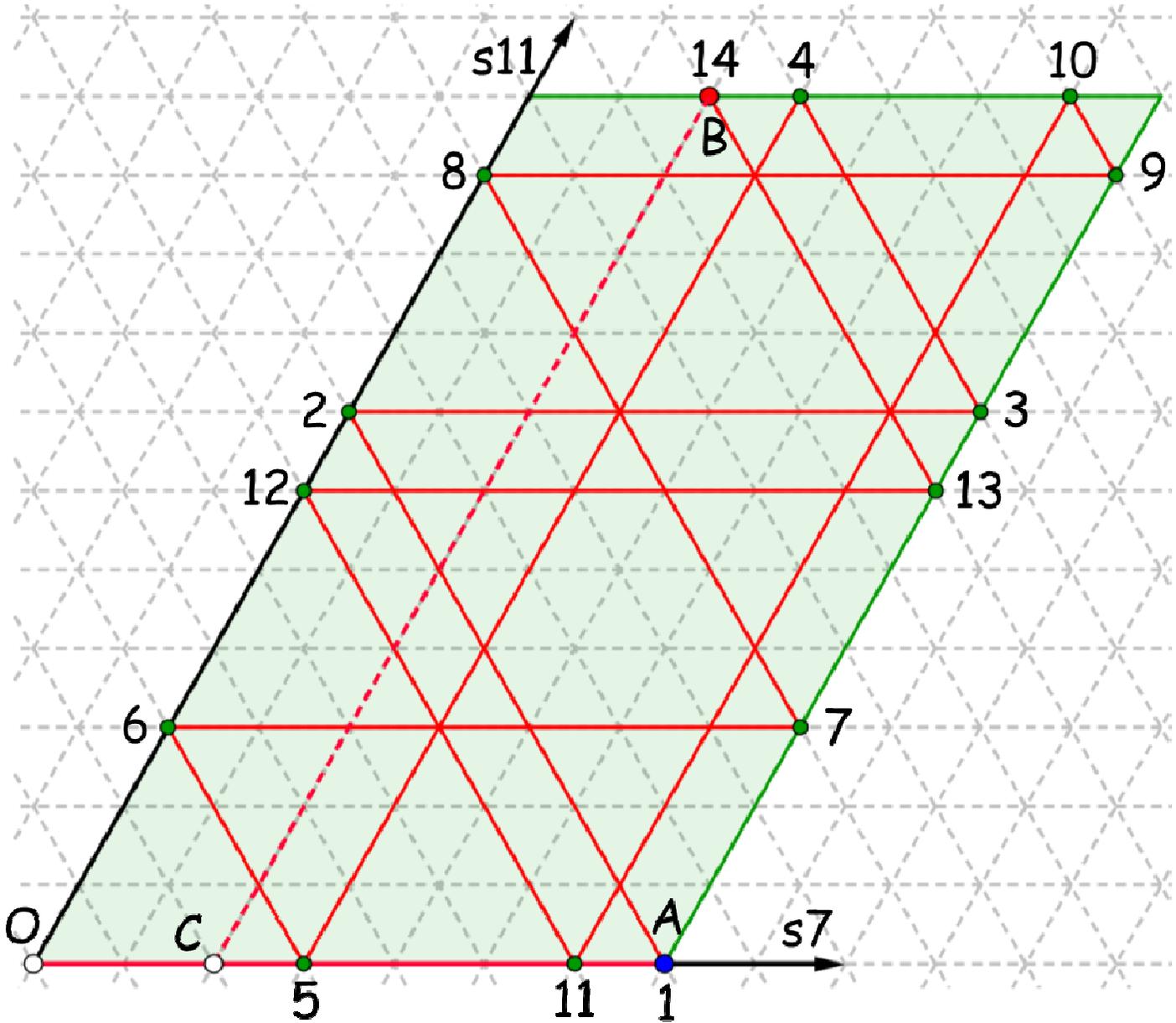
Problèmes aqueux



Problèmes aqueux



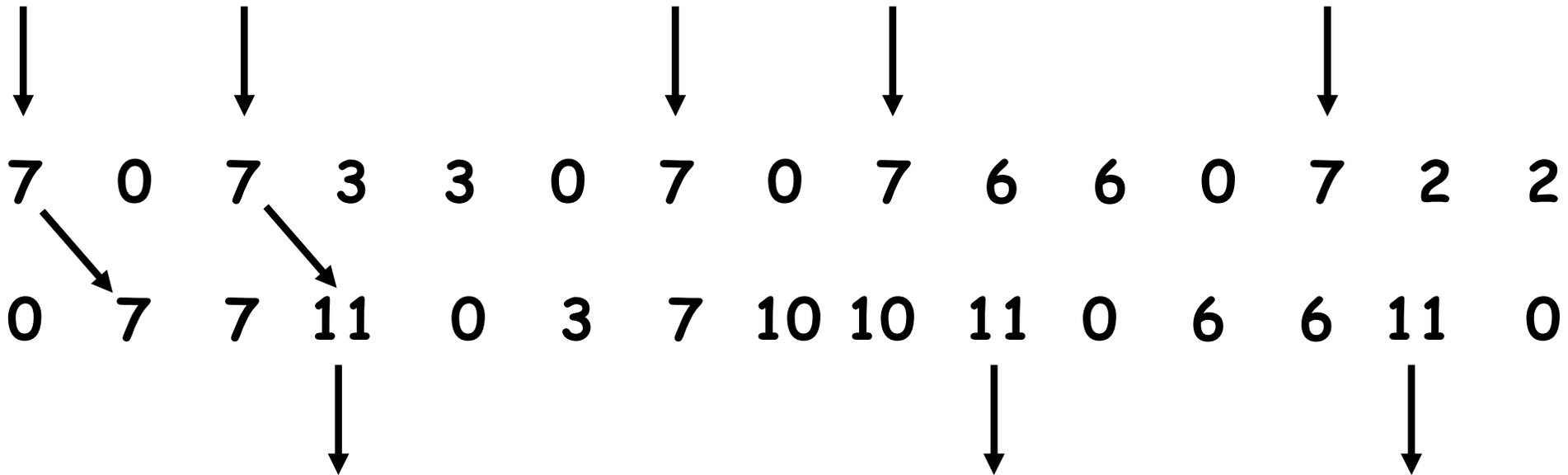
Problèmes aqueux



Problèmes aqueux



Remplissage: 5 fois 7 litres.

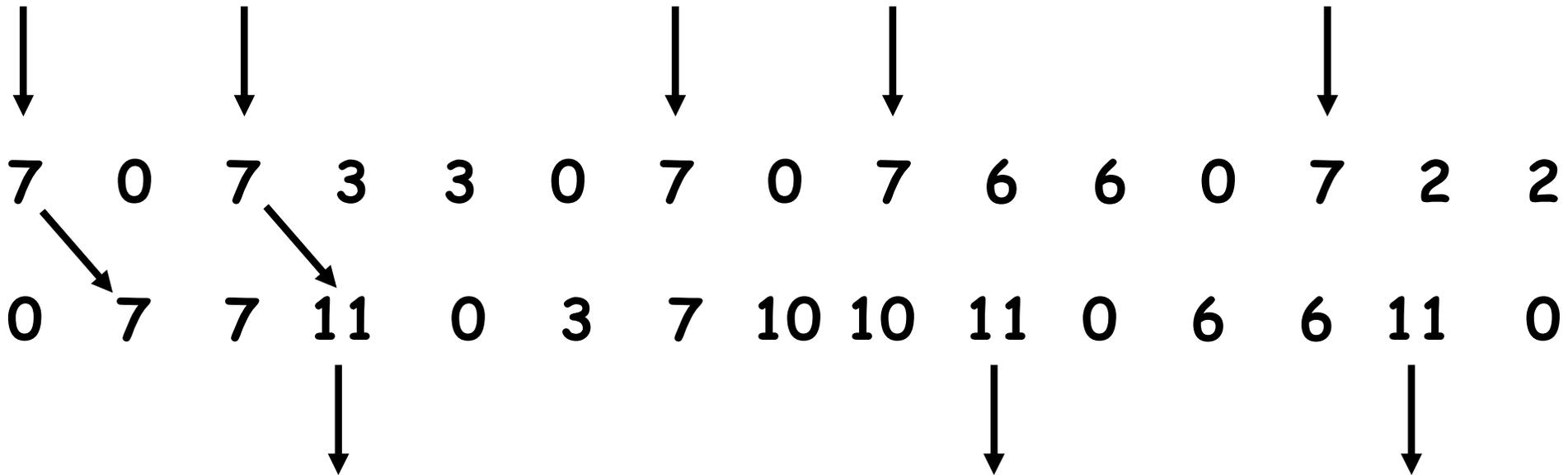


Vidange: 3 fois 11 litres.

Problèmes aqueux



Remplissage: 5 fois 7 litres.



Vidange: 3 fois 11 litres.

$$\text{Bilan: } 5 \times 7 - 3 \times 11 = 2$$

Théorème de seaux



Equation diophantienne: $7x + 11y = 2$

Théorème de Bachet de Méziriac (1581-1638)

Solution générale:

$$x = 5 - 11.k$$

$$y = -3 + 7.k$$

$$k = 0 \quad x = 5 \quad y = -3$$

$$k = 1 \quad x = -6 \quad y = 4$$

Problèmes aqueux

