pi tout rond

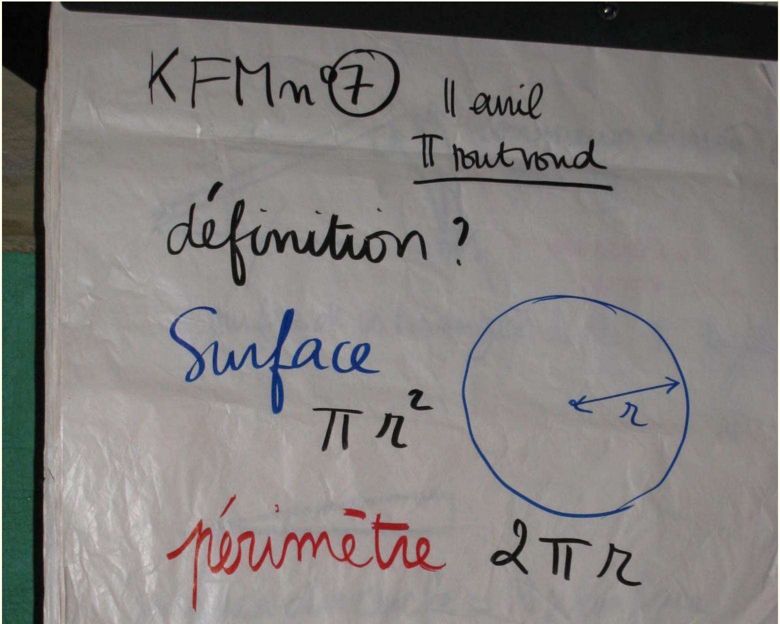
François Dubois*

Kafemath
Café des Arts, Poitiers

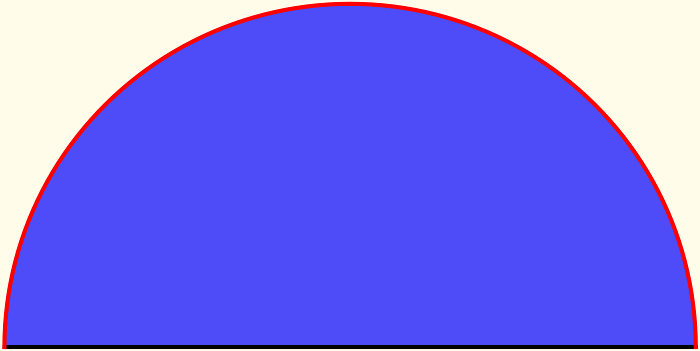
12 octobre 2019

* Créateur et animateur du Kafemath.

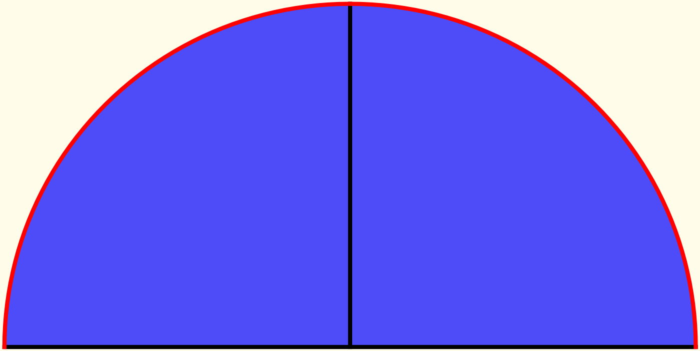
au café-restaurant “Mam’Bia” le 11 avril 2005



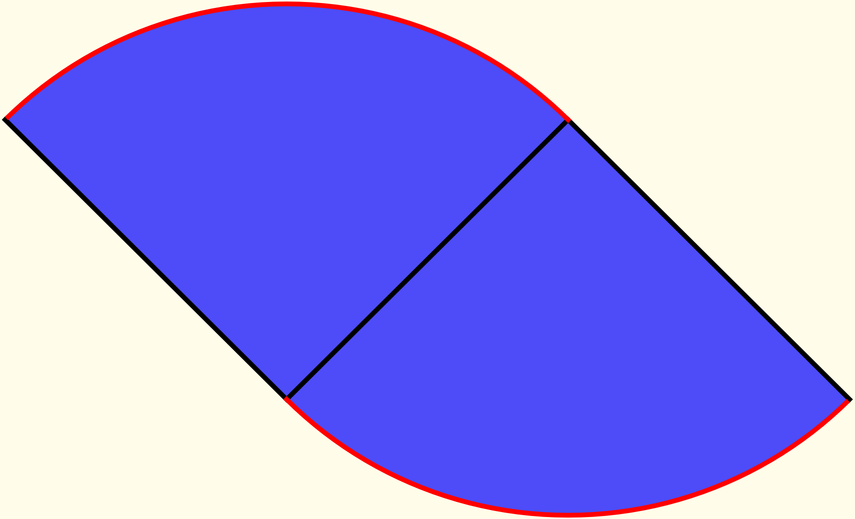
demi-cercle-disque de rayon unité



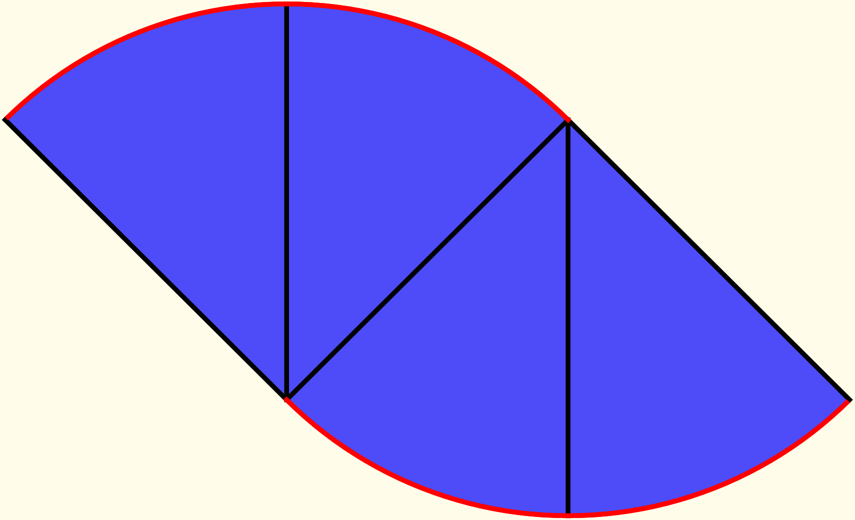
couper le demi-disque en deux



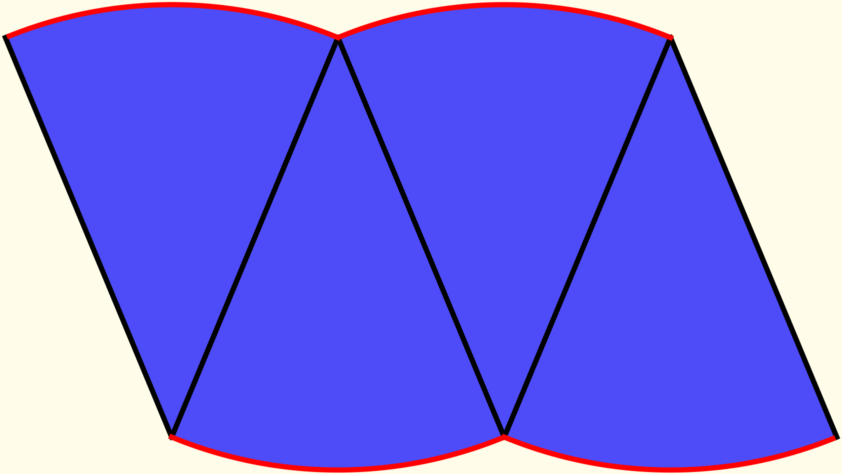
placer les deux morceaux tête-bêche



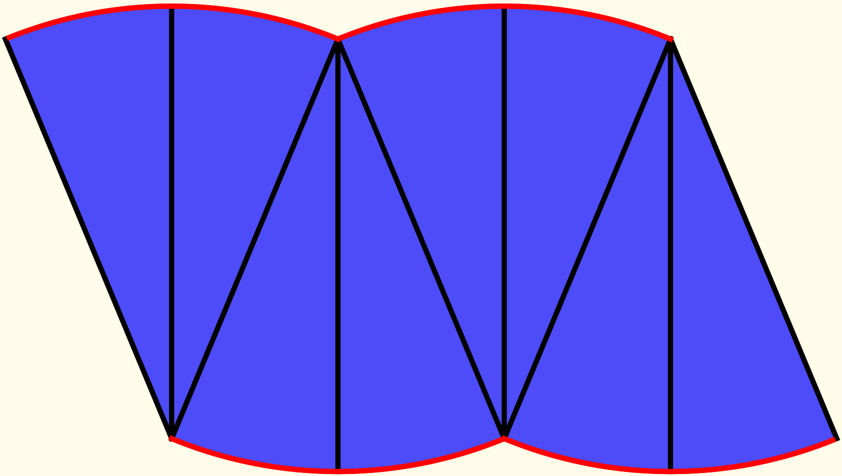
recouper en deux chacun des deux morceaux



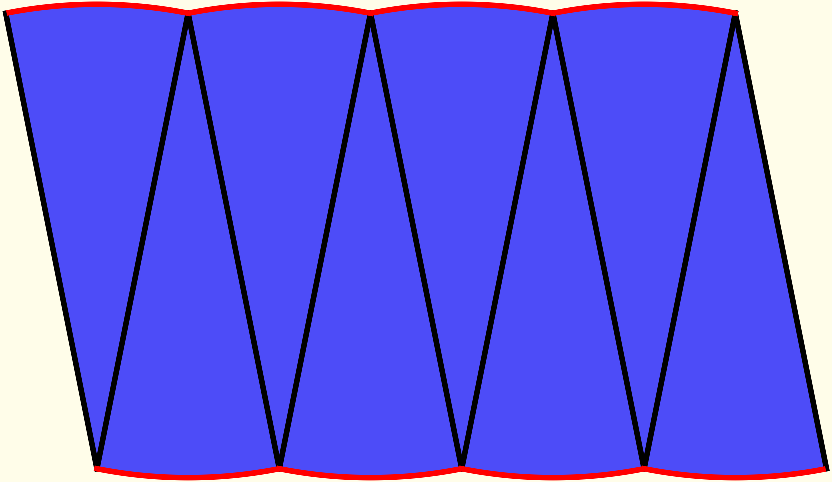
placer les quatre morceaux en face les uns des autres



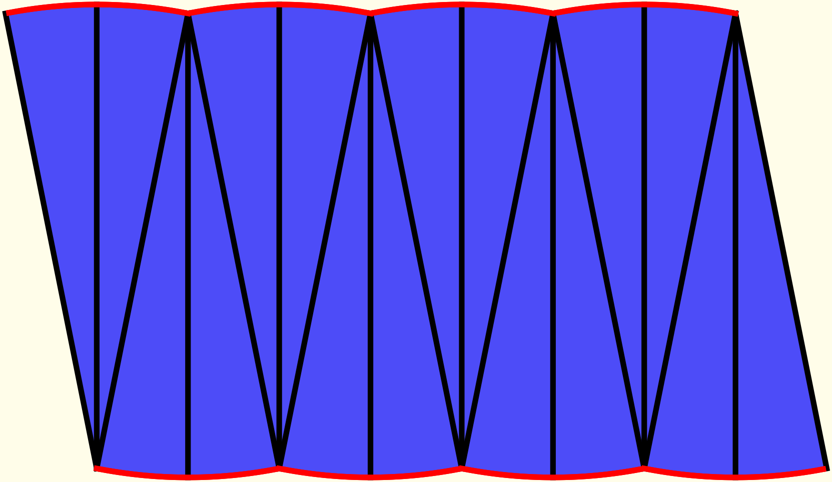
recouper en deux chacun des quatre morceaux



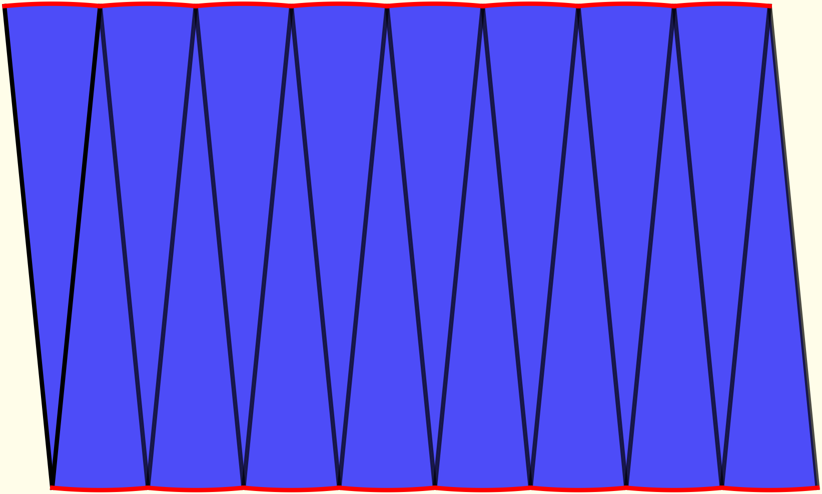
placer les huit morceaux en face les uns des autres



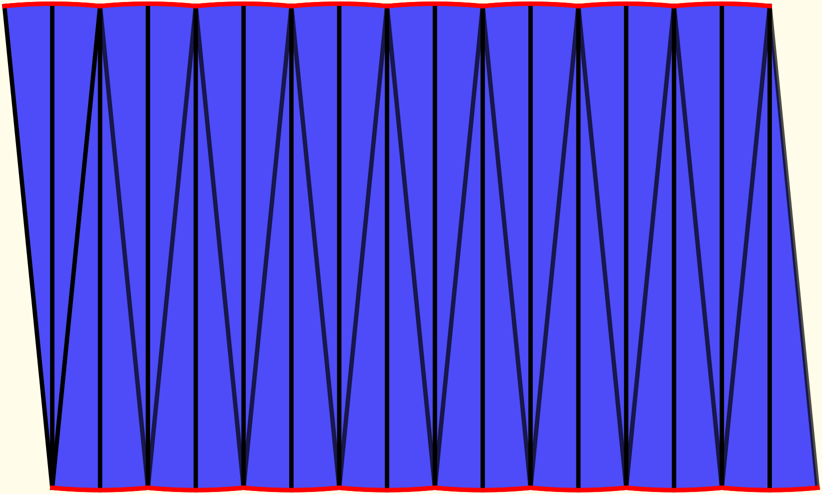
recouper en deux chacun des huit morceaux



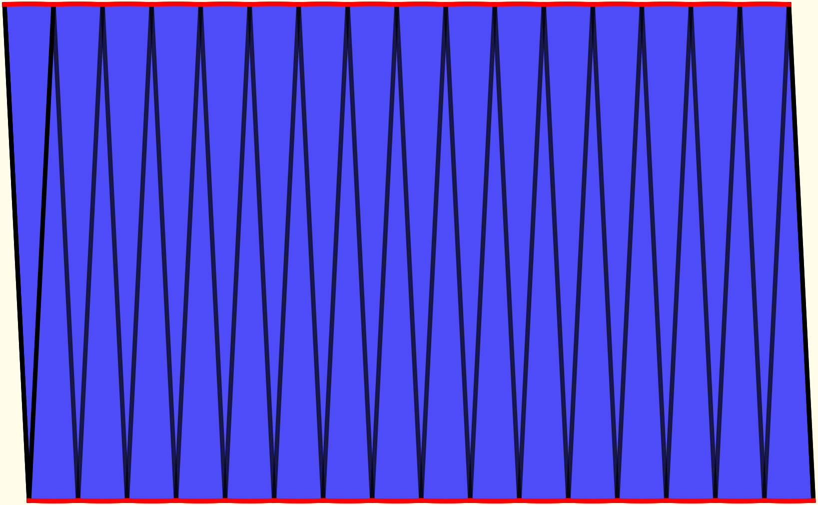
placer les seize morceaux en face les uns des autres



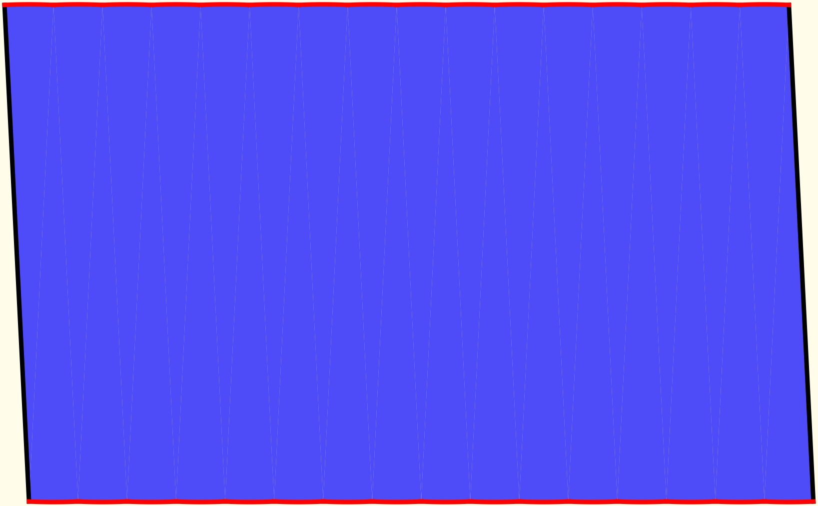
recouper en deux chacun des seize morceaux



placer les 32 morceaux en face les uns des autres



enlever les traits de construction



passer à la limite...

la surface du demi-cercle unité est égale au quart du périmètre

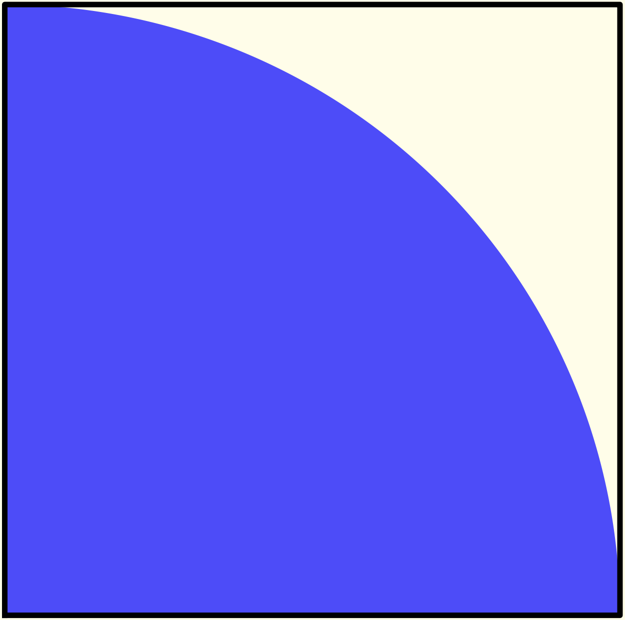
merci à Archimède (287 à 212 avant J.-C.) !

parc Pincio, Rome, 2019.

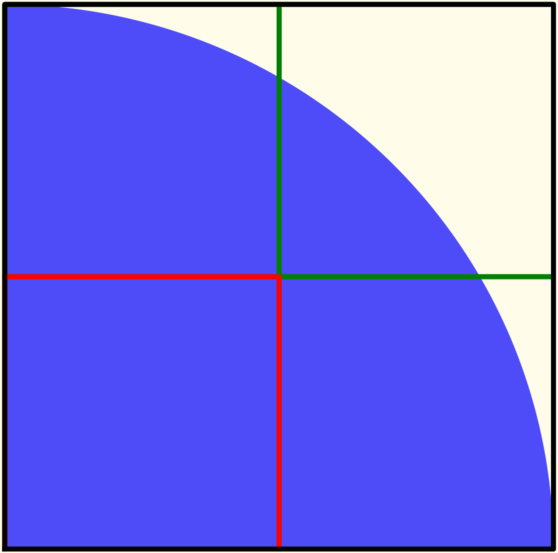
"De la mesure du cercle"

Palimseste d'Archimède, découvert à Constantinople en 1906
publié à partir de photographies par le danois
Johan Heiberg (1854–1928)
traduit du grec en anglais par Thomas Heath (1861–1940).

un premier calcul de π très naïf

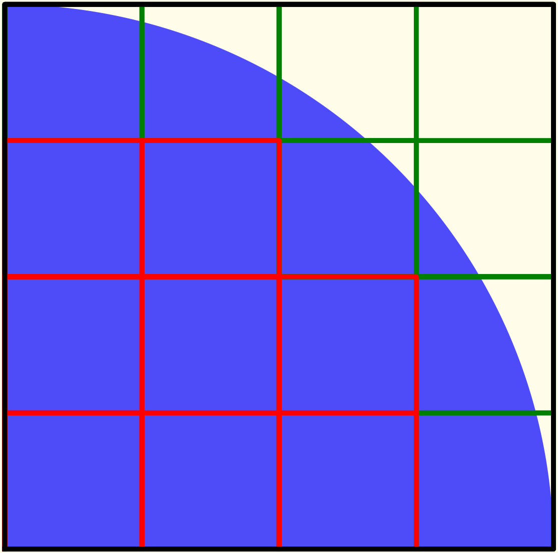


on divise le carré unité en quatre morceaux



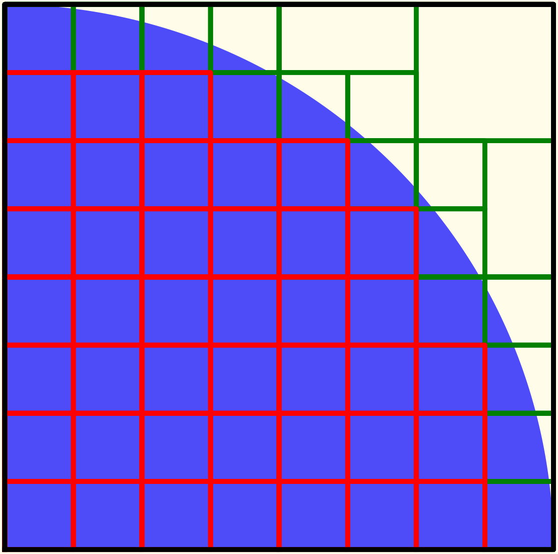
$\frac{1}{4} \leq \frac{\pi}{4} \leq 1$, c'est à dire $1 \leq \pi \leq 4$

on divise le segment unité en quatre morceaux



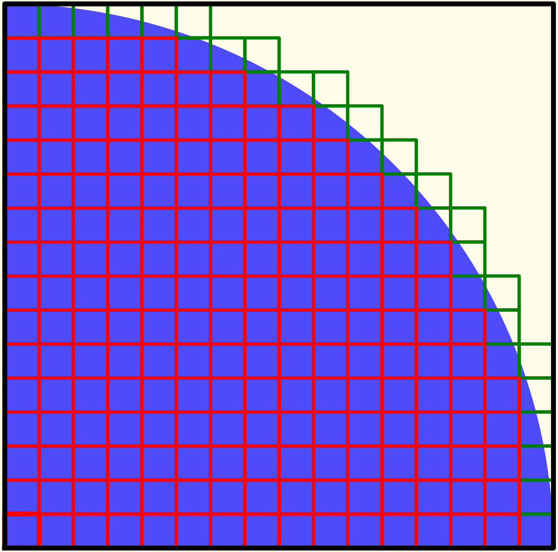
$$2 \leq \pi \leq \frac{15}{4} = 3,75$$

on divise le segment unité en huit morceaux



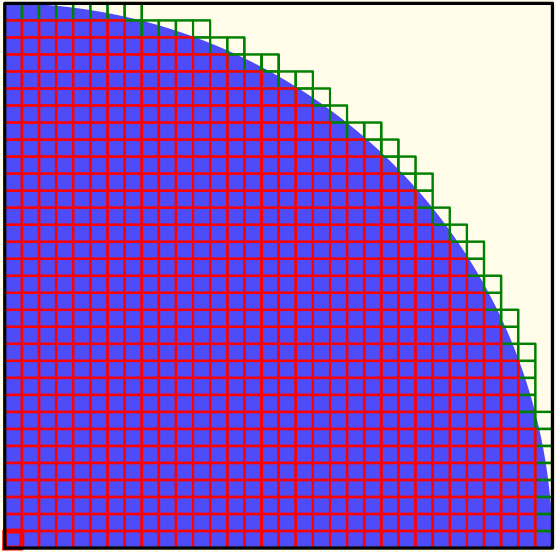
$2,56 \leq \pi \leq 3,5$

on divise le segment unité en seize morceaux



$$2,86 \leq \pi \leq 3,34$$

on divise le segment unité en 32 morceaux



la convergence est très lente : $3,01 \leq \pi \leq 3,25$

Papyrus Rhind

Écrit par le scribe Ahmès en écriture hiératique dans la deuxième période intermédiaire de la civilisation égyptienne (entre -1650 et -1550).

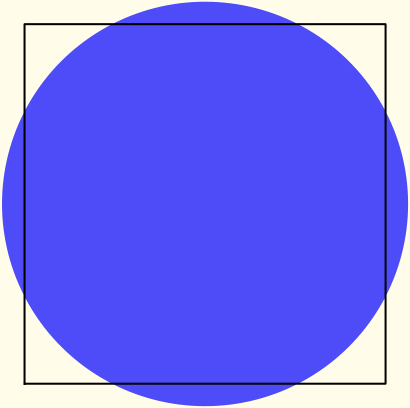
Plus de cinq mètres de longueur et 32 centimètres de large.

Ahmès indique que le papyrus est en partie une copie de résultats plus anciens, remontant au moyen empire (vers -2000).

Le papyrus contient 87 problèmes résolus d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie et d'arpentage.

Son nom vient de l'Écossais Alexander Rhind qui l'acheta en 1858 à Louxor. Conservé au British Museum depuis 1865.

approximation de π très astucieuce (problème 48)

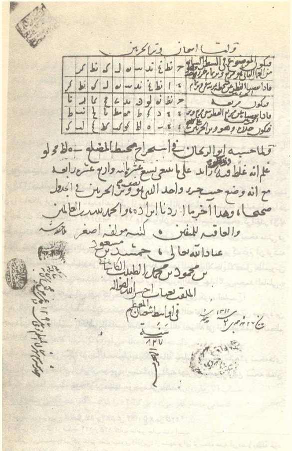


la surface du cercle de diamètre 9

est voisine de celle du carré de côté 8

$$\pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 \simeq 8^2 \quad \text{donc} \quad \pi \simeq \frac{256}{81} \simeq 3,16$$

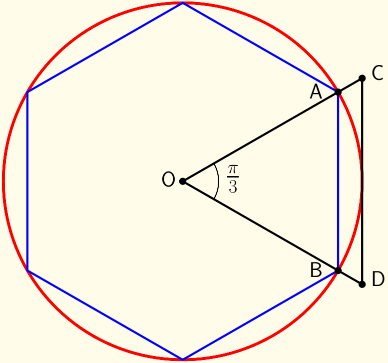
le record d'Al Kashi (Samarcande, 1424)



Risala al-mouhitiyy *Traité de la circonférence*

10 chiffres sexagésimaux de π, soit 16 chiffres décimaux exacts

première estimation de π avec le périmètre



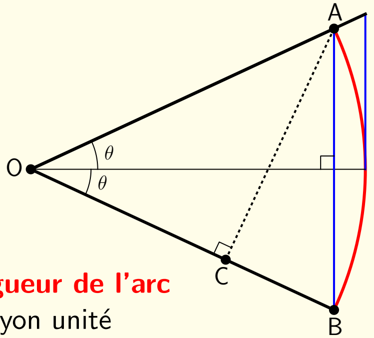
l'angle est la longueur de l'arc sur le cercle de rayon unité

$$AB \leq \frac{\pi}{3} \leq CD$$

Or $AB = 2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$, $CD = 2\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$

donc $1 \leq \frac{\pi}{3} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$ et $3 \leq \pi \leq 2\sqrt{3} \simeq 3{,}46$

méthode des polygones d'Archimède *(ii)*



l'angle est la **longueur de l'arc**
sur le cercle de rayon unité

écrire $AB = 2\sin\theta \leq 2\theta \leq 2\tan\theta$ pour de tout petits angles

calcul du sinus de l'angle moitié

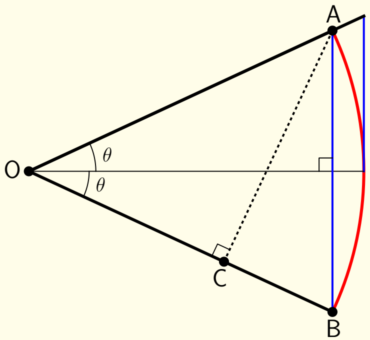
$AB^2 = AC^2 + CB^2$

c'est à dire $(2\sin\theta)^2 = \sin(2\theta)^2 + (1-\cos(2\theta))^2$

$4\sin^2\theta = \sin(2\theta)^2 + 1 - 2\cos(2\theta) + \cos(2\theta)^2$

$\sin^2\theta = \frac{1}{2}\left[1-\cos(2\theta)\right]$ et $\sin\theta = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-\sin^2(2\theta)}\right)}$

méthode des polygones d'Archimède *(iii)*



écrire à nouveau l'estimation précédente $2 \sin\theta \leq 2\,\theta \leq 2 \tan\theta$

en divisant l'angle par deux à chaque fois

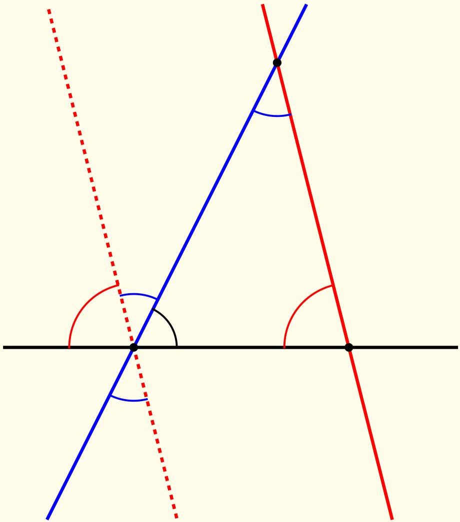
on itère le processus 24 fois en gardant toujours

16 chiffres significatifs dans l'extraction des racines carrées

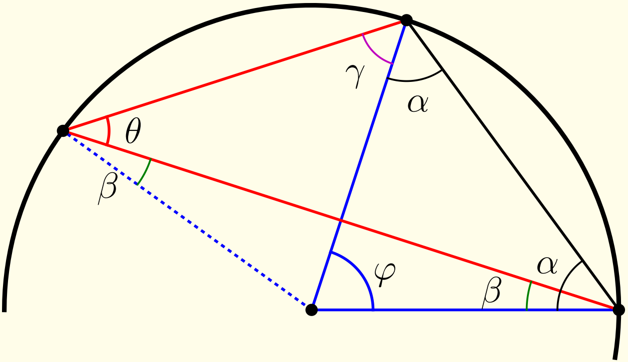
on trouve $3.1415926535897\textcolor{red}{2} \leq \pi \leq 3.1415926535897\textcolor{red}{4}$

16 chiffres exacts de π et une erreur d'une unité sur la 16e décimale !

la somme des angles d'un triangle est égale à π



l'angle au centre est le double de l'angle inscrit

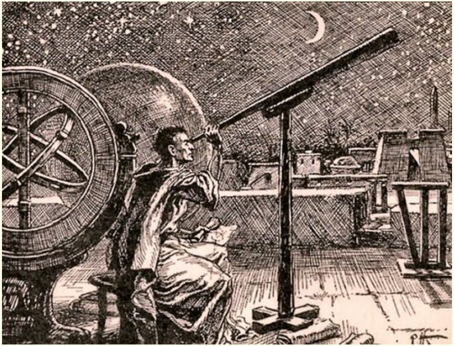


$\gamma = \beta + \theta, \qquad \theta + \gamma + \alpha + (\alpha - \beta) = \pi \qquad$ donc $2\,\theta + 2\,\alpha = \pi$

or $\qquad \varphi + 2\,\alpha = \pi$

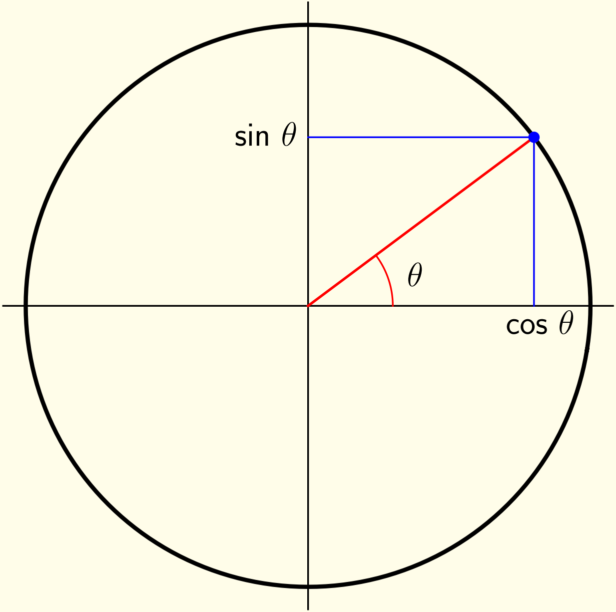
$$\varphi = 2\,\theta$$

Hipparque (Nicée -190, Rhodes -120)

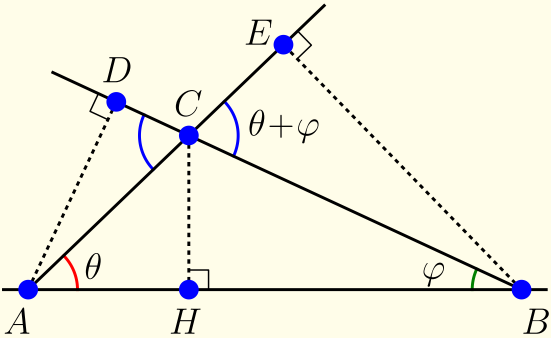


un très grand astronome d'observation de l'Antiquité
création de modèles quantitatifs et précis du mouvement
de la lune et du soleil
créateur de tables trigonométriques ?

cercle trigonométrique



la trigonométrie : une algèbre bien compliquée !



$\cos\theta = \frac{AH}{AC}$, $\sin\theta = \frac{HC}{AC} = \frac{BE}{AB}$, $\cos\varphi = \frac{BH}{BC}$, $\sin\varphi = \frac{HC}{BC} = \frac{AD}{AB}$

$\sin(\theta+\varphi) = \frac{BE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{\alpha\, BE + \beta\, AD}{\alpha\, BC + \beta\, AC}$, $\alpha = \frac{BH}{BC}$, $\beta = \frac{AH}{AC}$

comme $\alpha\, BC + \beta\, AC = BH + AH = AB$, il vient

$$\sin(\theta+\varphi) = \frac{BE}{AB}\frac{BH}{BC} + \frac{AD}{AB}\frac{AH}{AC} = \sin\theta \ \cos\varphi + \sin\varphi \ \cos\theta$$

de même, $\cos(\theta+\varphi) = \cos\theta \ \cos\varphi - \sin\varphi \ \sin\theta$

mnémotechnie

première version qui donne dix décimales de π :

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5

la seconde en donne trente :

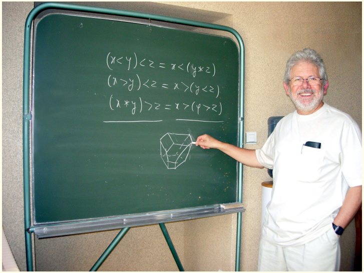
Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !	3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5
Immortel Archimède, artiste ingénieur	8 9 7 9
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?	3 2 3 8 4 6 2 6
Pour moi, ton problème eut de pareils avantages.	4 3 3 8 3 2 7 9

mnémotechnie *(ii)*... 126 décimales !

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
Immortel Archimède, artiste ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?
Pour moi, ton problème eut de pareils avantages.
Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
Ô quadrature ! Vieux tourment du philosophe
Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez
Défié Pythagore et ses imitateurs.
Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
Former un triangle auquel il équivaudra ?
Nouvelle invention : Archimède inscrira
Dedans un hexagone ; appréciera son aire
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra :
Dédoublera chaque élément antérieur ;
Toujours de l'orbe calculée approchera [...]

dyslexie

une erreur dans un sujet d'examen
qui nous avait été rapportée par



Jean-Louis Loday (1946–2012)

"on prendra $\pi = 3,14116$" … ce qui n'est pas correct !

trois, quatorze, cent seize — 3, 14 116

ou trois, quatorze cent, seize ? — 3, 1 416

le nom de π (William Jones, 1706)

William Jones (1675-1749, Pays de Galles)

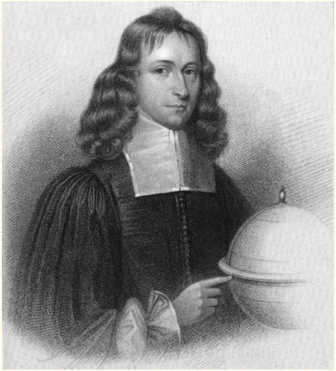
il nomme le nombre "π"

première lettre des mots grecs $\pi\varepsilon\rho\iota\varphi\acute{\varepsilon}\rho\iota\alpha$ [périphérie]

et $\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\zeta$ [périmètre]

fonction arc tangente

James Gregory (1638–1675, Écosse)



Gottfried Leibniz (1646–1716)
philosophe et mathématicien allemand

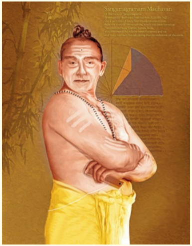
$\theta = \tan\theta - \frac{1}{3}\tan^3\theta + \frac{1}{5}\tan^5\theta + \dots$

donc $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots$

fonction arc tangente *(ii)*

Madhava de Sangamagrama (1350–1425)

mathématicien indien (Kerala)



https://www.famousmathematicians.net

$\theta = \tan\theta - \frac{1}{3}\,\tan^3\theta + \frac{1}{5}\,\tan^5\theta + \ldots$

La série avec $\theta = \frac{\pi}{4}$ converge avec une lenteur de tortue,

donc n'est pas exploitable pour calculer des décimales de π.

Choix judicieux : $\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\,\frac{1}{3\,3} - \frac{1}{7}\,\frac{1}{3^3} + \ldots\right)$

donc $\pi \simeq 3,14159265359$ avec 11 décimales correctes (vers 1400)

quelques séries connues de Madhava de Sangamagrama

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots \qquad \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots$$

$$\arctan x = x - \tfrac{1}{3}\,x^3 + \tfrac{1}{5}\,x^5 - \tfrac{1}{7}\,x^7 + \dots$$

$$\sin x = x - \tfrac{1}{3!}\,x^3 + \tfrac{1}{5!}\,x^5 - \tfrac{1}{7!}\,x^7 + \tfrac{1}{9!}\,x^9 + \dots$$

$$\cos x = 1 - \tfrac{1}{2!}\,x^2 + \tfrac{1}{4!}\,x^4 - \tfrac{1}{6!}\,x^6 + \tfrac{1}{8!}\,x^8 + \dots$$

backwaters (Kerala), janvier 2019

fonction arc tangente *(iii)*

John Machin (1680–1751) Brook Taylor (1685–1731)

mathématiciens anglais

$\frac{\pi}{4} = 4 \text{ arctan } \frac{1}{5} - \text{arctan } \frac{1}{239}$

on la vérifie ?

$\tan\left(\text{arctan } 1 + \text{arctan } \frac{1}{239}\right) = \tan(4 \text{ arctan } \frac{1}{5})$?

$\tan(\arctan x) \equiv x \qquad \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \, \tan\beta}$

$\tan(\arctan a + \arctan b) = \frac{a+b}{1-a\,b} \qquad \tan(2 \arctan a) = \frac{2\,a}{1-a^2}$

$$\tan(4 \arctan a) = \frac{2 \tan(2 \arctan a)}{1 - \tan^2(2 \arctan a)} = \frac{2\,\frac{2\,a}{1-a^2}}{1 - \frac{(2\,a)^2}{(1-a^2)^2}} = \frac{4\,a\,(1-a^2)}{(1-2\,a-a^2)\,(1+2\,a-a^2)}$$

fonction arc tangente *(iv)*

$$\tan\left(\arctan 1 + \arctan \tfrac{1}{239}\right) = \tan(4 \arctan \tfrac{1}{5}) \ ?$$

$$\tan\left(\arctan 1 + \arctan \tfrac{1}{239}\right) = \frac{1+\frac{1}{239}}{1-\frac{1}{239}} = \frac{240}{238} = \frac{120}{119} = \frac{5\times 24}{7\times 17}$$

$$\tan(4 \arctan \tfrac{1}{5}) = \frac{\frac{4}{5}\left(1-\frac{1}{25}\right)}{\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{25}\right)\left(1+\frac{2}{5}-\frac{1}{25}\right)} = \frac{4\times 5\times 24}{(25-10-1)\,(25+10-1)}$$

$$= \frac{4\times 5\times 24}{14\times 34} = \frac{5\times 24}{7\times 17}$$

$$\arctan x = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2\,k+1}}{2\,k+1}$$

Il ne reste plus qu'à prendre environ 70 termes dans les séries de $\arctan \frac{1}{239}$ et $\arctan \frac{1}{5}$ pour calculer π avec 100 décimales exactes

Theref. *the* (*Radius is to* $\frac{1}{2}$ *Periphery, or*) *Diameter is to the Periphery, as* 1.000, &c. *to* 3.141592653.58979323 84.6264338327.9502884197.1693993751.0582097494.4592307816.4062862089.9862803482.5342117067.9 +, True to above a 100 Places; as Computed by the Accurate and Ready Pen of the Truly Ingenious Mr. *John Machin*: Purely as an Inſtance of the Vaſt advantage *Arithmetical Calculations* receive from the *Modern Analyſis*, in a Subject that has bin of ſo Engaging a Nature, as to have employ'd the Minds of the moſt Eminent Mathe-

John Machin (1706)

fonction arc tangente *(v)*

tentative mise en œuvre moderne du calcul de John Machin

$$\arctan x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \, \frac{x^{2\,k+1}}{2\,k+1}, \qquad \frac{\pi}{4} = 4 \ \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

nombre de bits pour le calcul nn = 342
nombre d iterations dans l arc tangente nbiter = 71

```
unsur5 = 1.n(nn)/5.n(nn) ; us239 = 1.n(nn)/239.n(nn)
atan1s5 = 0.n(nn) ; atan1s239 = 0.n(nn) ; sgn = 1.n(nn)
for k in range(0, nbiter) :
    zz = 1.n(nn)/(2*k+1).n(nn)
    atan1s5   = atan1s5 + sgn*zz*(unsur5**(2*k+1))
    atan1s239 = atan1s239 + sgn*zz*(us239**(2*k+1))
    sgn = -sgn
pimachin = 4.n(nn)*(4.n(nn)*atan1s5 - atan1s239)
erreur = pi.n(nn) - pimachin
```

fonction arc tangente *(vi)*

nombre de bits pour le calcul = 342
nombre d iterations dans l arc tangente = 71

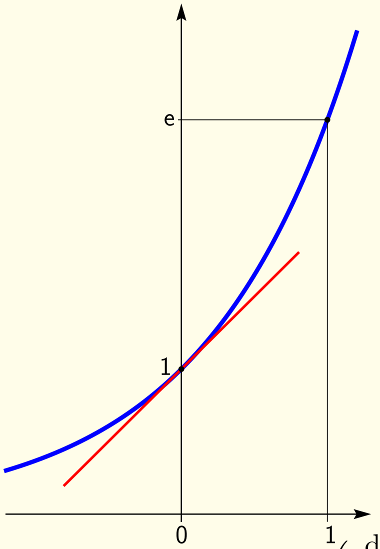
pimachin = 3.141592653589793238462643383279502884197169399
37510582097494459230781640628620899862803482534211706799

pi sage = 3.141592653589793238462643383279502884197169399
37510582097494459230781640628620899862803482534211706798

erreur = -1.16 e-101

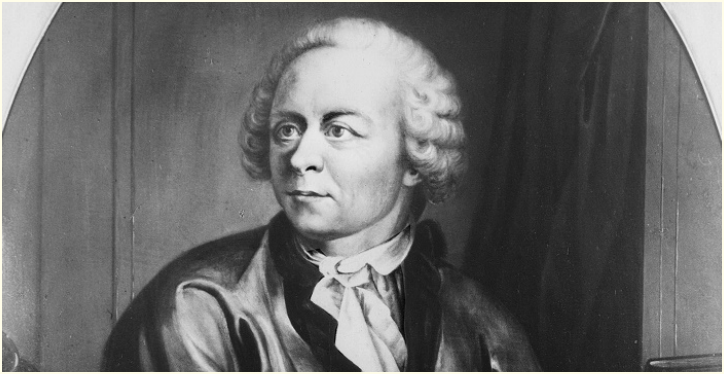
www.sagemath.org

fonction exponentielle



$$\exp(0) = 1\,, \quad \exp(x+y) = \exp(x)\,\exp(y)\,, \quad \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\exp(x)\right)(0) = 1$$

Leonhard Euler (1707-1783, Suisse)



$$\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

en particulier, $\exp(1) = e \simeq 2,718\,281\ldots$ le nombre "e" d'Euler !

Leonhard Euler *(ii)*

On remplace la variable réelle x par la variable imaginaire pure $i\,\theta$:

$$\exp(i\,\theta) = 1 + i\,\theta - \frac{\theta^2}{2!} - i\,\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \cdots + i^n\,\frac{\theta^n}{n!} + \ldots$$

on sépare partie rélle et partie imaginaire :

$$\exp(i\,\theta) \equiv C(\theta) + i\,S(\theta)$$

avec $C(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \cdots + (-1)^k\,\frac{\theta^{2k}}{(2\,k)!} + \ldots$

$$S(\theta) = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \cdots + (-1)^k\,\frac{\theta^{2k+1}}{(2\,k+1)!} + \ldots$$

On a alors : $C(0) = 1,\ S(0) = 0$

La relation $exp\big(i\,(\theta+\varphi)\big) = \exp(i\,\theta)\,\exp(i\,\varphi)$

entraîne $C(\theta+\varphi) = C(\theta)\,C(\varphi) - S(\theta)\,S(\varphi)$

et $S(\theta+\varphi) = S(\theta)\,C(\varphi) + C(\theta)\,S(\varphi)$

Leonhard Euler *(iii)*

De plus,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} C(\theta) = -S(\theta), \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta} S(\theta) = C(\theta)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\theta^2} C(\theta) + C(\theta) = 0, \quad \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\theta^2} S(\theta) + S(\theta) = 0, \textit{ etc.}$$

finalement, on n'a pas le choix : $C(\theta) = \cos(\theta)$ et $S(\theta) = \sin(\theta)$

donc $\exp(i\,\theta) = \cos(\theta) + i\,\sin(\theta)$

$\exp(i\,\theta) = \cos(\theta) + i\,\sin(\theta)$ pour tout nombre réel θ

en particulier avec $\theta = \pi$, $\cos(\pi) = -1$ et $\sin(\pi) = 0$

Leonhard Euler *(iv)*

$$e^{i\pi} = -1$$

le nombre π est-il un nombre rationnel ?

A-t-on $\pi = \dfrac{a}{b}$ pour deux nombres entiers a et b ?

approximations classiques :

$$\pi \simeq \frac{22}{7} \simeq 3,1428$$

$$\pi \simeq \frac{333}{106} \simeq 3,141509$$

$$\pi \simeq \frac{355}{113} \simeq 3,1415929$$

$$\pi \simeq \frac{103993}{33102} \simeq 3,14159265301$$

Le résultat $\pi = \dfrac{a}{b}$ peut-il être exact

pour des valeurs bien choisies des entiers a et b ?

$\pi \in \mathbb{Q}$?

le nombre π est-il un nombre rationnel ? *(ii)*

décomposition de π en fraction continue

$$\pi = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \ldots}}}}$$

Jean-Henri Lambert (1728-1777, France)

Théorème :

condition de non rationalité d'une fraction continue (1766)

le nombre π est-il un nombre rationnel ? *(iii)*

développement en fraction continue (généralisée !)
de la fonction “tangente” :

$$\tan(x) = \cfrac{x}{1 - \cfrac{x^2}{3 - \cfrac{x^2}{7 - \cfrac{x^2}{9 - \cfrac{x^2}{11 - \ldots}}}}}$$

Lambert en déduit le résultat suivant :
si x est un nombre rationnel,
le nombre $\tan(x)$ n'est pas rationnel. Or $1 = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

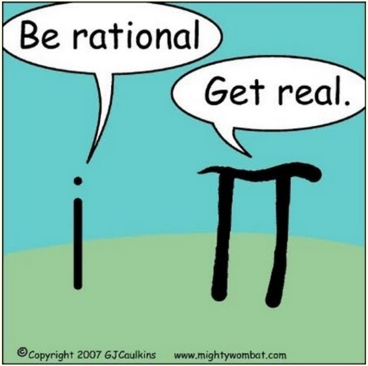
donc le nombre π n'est pas rationnel ; il est irrationnel

le nombre π est-il un nombre rationnel ? *(iv)*

Ivan Niven (1915-1999, Canada et USA)

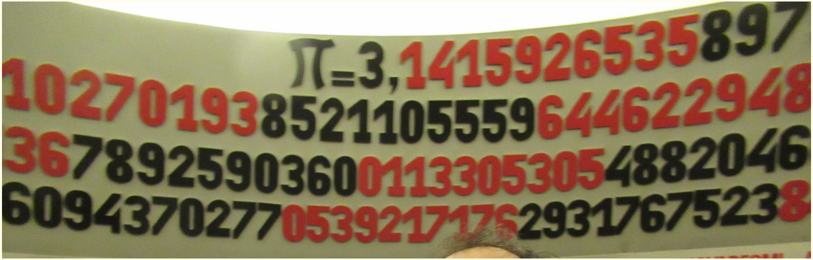
En 1947, preuve en une page de la propriété $\pi \notin \mathbb{Q}$.

le nombre π est-il un nombre rationnel ? *(v)*



dessin de Gordon J. Caulkins, http://www.mightywombat.com
sur cette présentation avec sa permission !

les décimales de π au Palais de la Découverte



Il y en a 707 affichées dans la “salle π”

Depuis 1873, on connaissait 707 décimales grâce au calcul (qui a duré 20 ans !) de l’anglais William Shanks (1812-1882)

Premier calcul de π avec une calculatrice mécanique en 1945.

“1889. Evaluation of π. Are Shanks’ Figures Correct?”

Daniel F. Ferguson, *The Mathematical Gazette*, 1946

Erreur à partir de la 528e décimale chez Shanks ...

Les 179 dernières décimales ont été modifiées dans les années 50...

la course aux décimales de π

www.nemokennislink.nl

Ludolf van Ceulen (1540-1610), Allemagne et Pays-Bas

itérer 32 fois l'algorithme d'Archimède

fournit plus de 20 décimales de π.

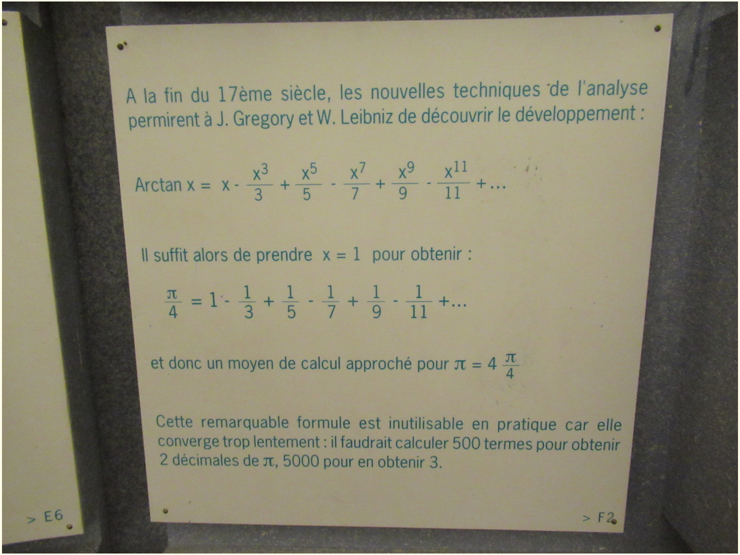
1596 : *Van den circkel* (Sur le cercle)

15 décimales supplémentaires entre 1603 et 1610

... aller jusqu'à la 57e étape de l'algorithme d'Archimède

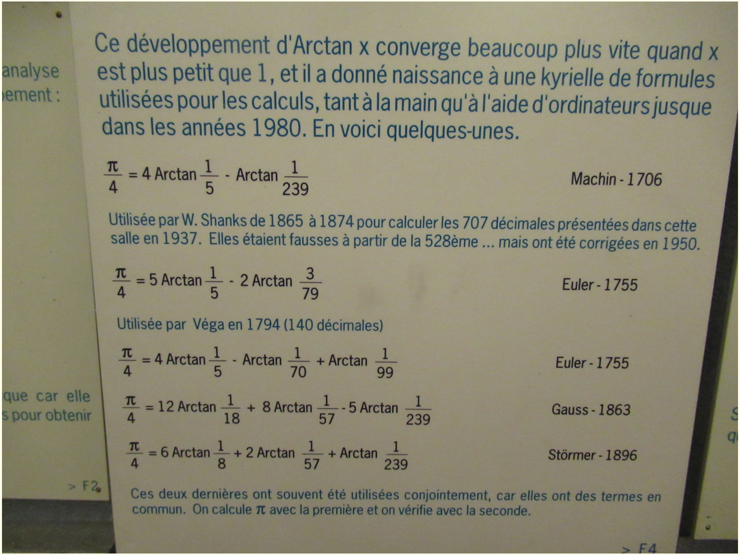
$\pi \simeq 3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,502\,88$

la course aux décimales de π *(ii)*



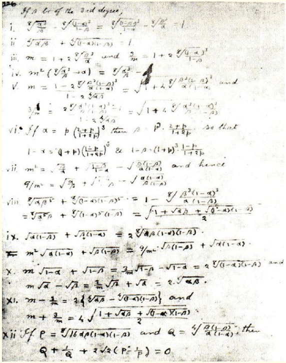
Palais de la Découverte, juillet 2019

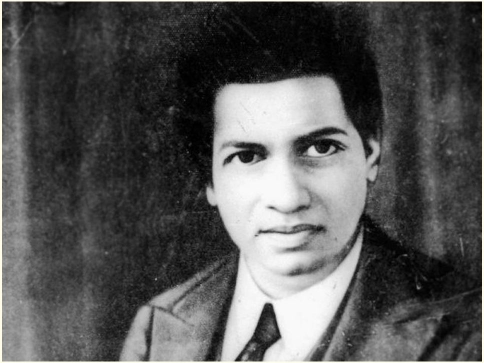
la course aux décimales de π *(iii)*



Palais de la Découverte, juillet 2019

Srinivasa Ramanujan (1887-1920, Inde)





pi314.net thehindu.com

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4\,n)!}{(n!)^4} \, \frac{1103 + 26390\,n}{(4 \times 99)^{4\,n}} \qquad (1910)$$

avec un seul terme, $\pi \simeq 3,1415927300133 1$

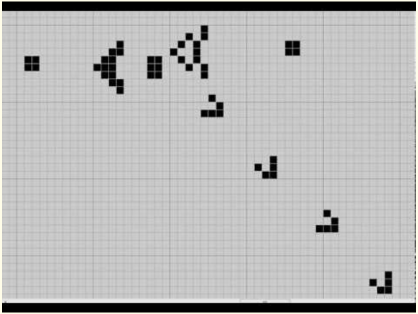
soit quasi 7 décimales exactes !

on ajoute 8 décimales correctes à chaque itération...

Srinivasa Ramanujan *(ii)*

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4\,n)!}{(n!)^4} \; \frac{1103 + 26390\,n}{(4 \times 99)^{4\,n}}$$

formule utilisée par Gosper (né en 1943, USA) pour le calcul record de 17 millions de décimales de π en 1985



Bill Gosper est aussi l'auteur du canon à gliders dans le jeu de la vie de Conway (1970)

Srinivasa Ramanujan *(iii)*

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4\,n)!}{(n!)^4} \, \frac{1103 + 26390\,n}{(4 \times 99)^{4\,n}}$$

Formule démontrée seulement à la fin des années 80 par
Jonathan Borwein (1951–2016, Ecosse, Australie) (en haut)
et Peter Borwein (né en 1953)

www.innovation.ca

Bailey-Borwein-Plouffe (1997)

Calculer les décimales de pi en base 16



David Bailey (né en 1948, USA)

Peter Borwein (Écosse)

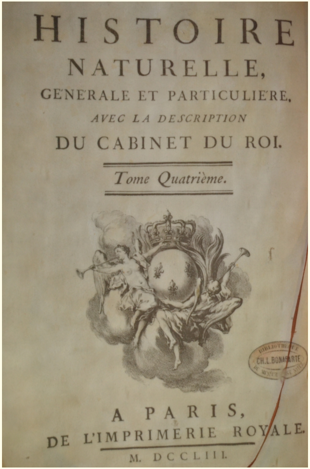
Simon Plouffe (né en 1956, Canada)

"On the Rapid Computation of Various Polylogarithmic Constants", *Mathematics of Computation*, 1997.

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left[\frac{4}{8\,n+1} - \frac{2}{8\,n+4} - \frac{1}{8\,n+5} - \frac{1}{8\,n+6} \right]$$

attention : ce n'est pas si simple en pratique...

une très mauvaise méthode pour calculer π

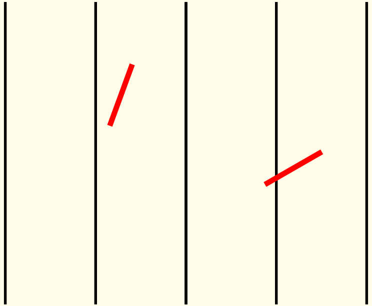


Georges Louis Leclerc (1707–1788, France)

Histoire Naturelle

Sur le jeu du franc carreau, *Essai d'arithmétique morale*, 1777

l'aiguille de Buffon sur les lattes de parquet



Les lattes de parquet sont distantes de a

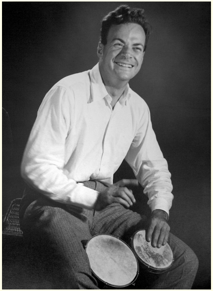
Avec quelle probabilité une aiguille de longueur $\ell \leq a$

lancée au hasard (en position et en angle)

coupe-t-elle une rainure du parquet ?

réponse : $\dfrac{2\,\ell}{\pi\, a}$

Richard Feynman (1918–1988, USA) et le nombre π



théoricien de l'électrodynamique quantique,

inventeur de l'intégrale de chemin, dite "de Feynman"

et encore mal comprise des mathématiciens,

prix Nobel de physique (1965), co-auteur du

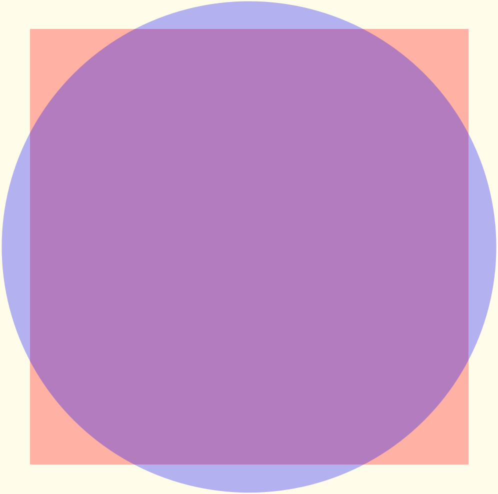
"cours de physique de Feynman" (1961 - 1963),

a eu l'idée de l'ordinateur quantique (1982)

Si une formule mathématique utilise le nombre π,

sa question favorite : "Où est le cercle ?"

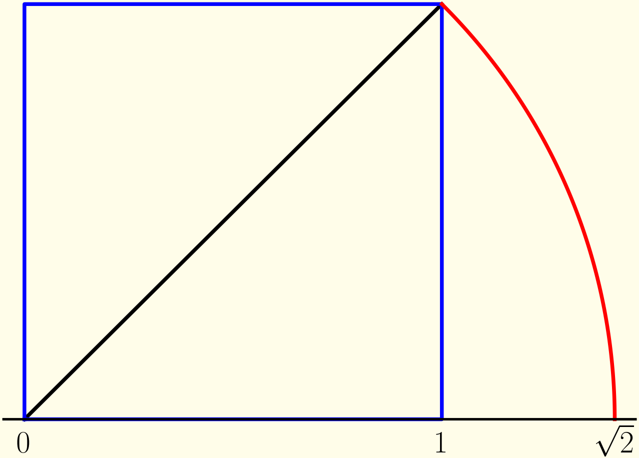
quadrature du cercle



construire à la règle et au compas un carré

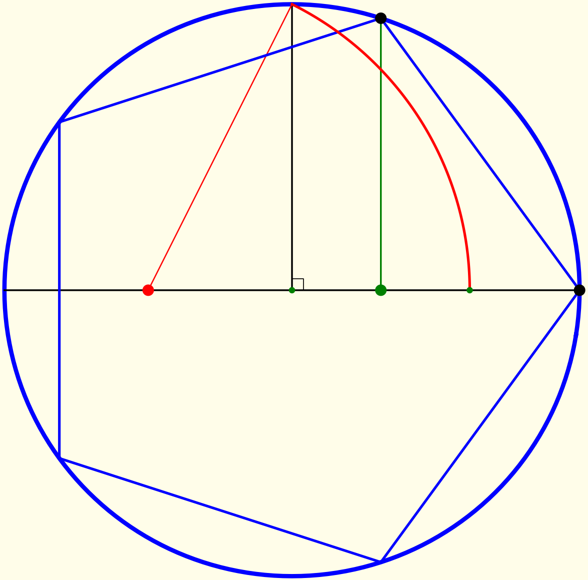
de même surface qu'un cercle donné

la diagonale du carré est constructible

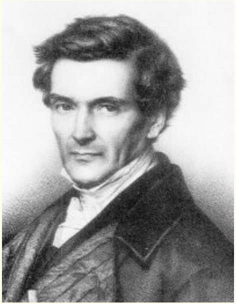


le nombre $x = \sqrt{2}$ est solution de l'équation $x^2 - 2 = 0$

Construction de Ptolémée (100–168) du pentagone



on doit recommencer indéfiniment ce type d'opération



Pierre-Laurent Wantzel (1814–1848, France)

Théorème de constructibilité à la règle et au compas (1837)

À chaque étape, résoudre une équation au plus du second degré qui utilise les nombres associés à l'étape précédente

conséquence : la duplication du cube et la trisection de l'angle ne sont pas réalisables en général à la règle et au compas.

nombres algébriques

plonger la question dans une problématique plus vaste

nombre algébrique :
solution d'une équation polynômiale à coefficients entiers

$x^2 - 2 = 0$ donc $\sqrt{2}$ est algébrique

$x^2 + 1 = 0$ donc i est algébrique

$x^2 - x - 1 = 0$ donc le nombre d'or est algébrique

$x^5 - x - 1 = 0$ ce nombre qui ne peut être exprimé par radicaux est algébrique

nombre transcendant : n'est pas solution d'une équation polynômiale à coefficients entiers

Nombres de Liouville (1844)

Construire des nombres
qui sont très bien approchés
par des rationnels, c'est à dire :

pour tout entier n et tout réel $A > 0$,
il existe des entiers $q > 1$ et p tels que
$0 < |x - \frac{p}{q}| < \frac{A}{q^n}$

Joseph Liouville
(1809-1882, France)

exemple : $L = \sum_{k=1}^{\infty} 10^{-k!}$ (constante de Liouville)

$L \simeq 0,110001000000000000000000100\ldots$

Ce sont les premiers nombres transcendants connus...

théorème de Hermite-Lindemann

Charles Hermite (1822–1901, France)

Ferdinand von Lindemann (1852–1939, Allemagne)

le nombre e est transcendant (Hermite, 1873)

le nombre π est transcendant, car $\exp(i\,\pi) + 1 = 0$

(von Lindemann, 1882)

Pour tout nombre complexe non nul z, l'un au moins des deux nombres z et $\exp(z)$ est transcndant

Solution du 7e problème de Hilbert (1934)

Transcendence de α^β et de $\frac{\log(\alpha)}{\log(\beta)}$
si α et β sont algébriques et β irrationnel

Alexander Gelfond (1906–1968, Russie)
Theodor Schneider (1911–1988, Allemagne)

Exemples $2^{\sqrt{2}} = 2,665\,144\,142\,6\ldots$

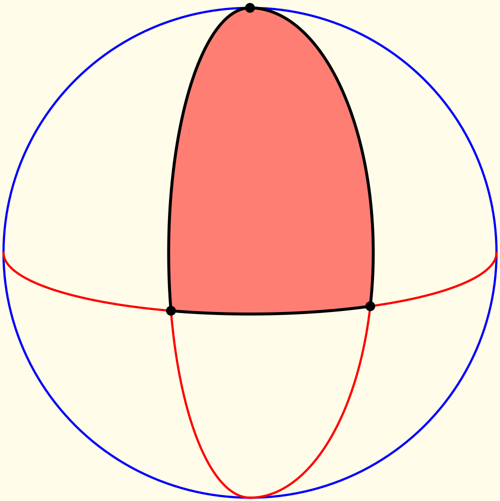
$\exp(\pi\sqrt{163}) = 262\,537\,412\,640\,768\,743,999\,999\,999\,999\,25\ldots$

pi tout plat !

"La Terre est bleue comme une orange"

Paul Éluard, *L'amour la poésie*, 1929

π tout plat !

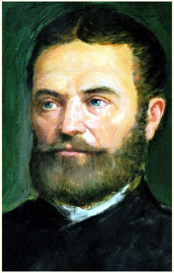


la somme des angles de ce triangle curviligne est supérieure à π

géométrie “non euclidienne” d’un espace avec courbure

1813 1829 1832 1867





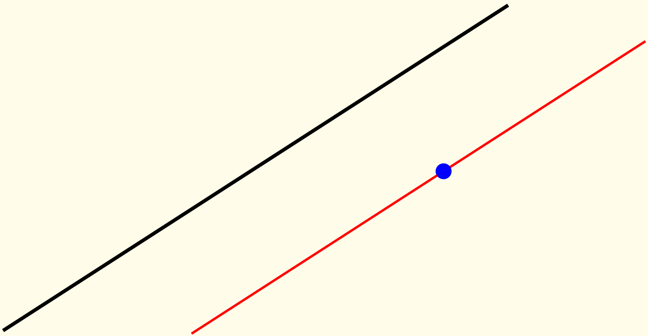

Carl Friedrich Gauss (1777–1855, Allemagne)

Nikolai Lobachevsky (1792–1856, Russie)

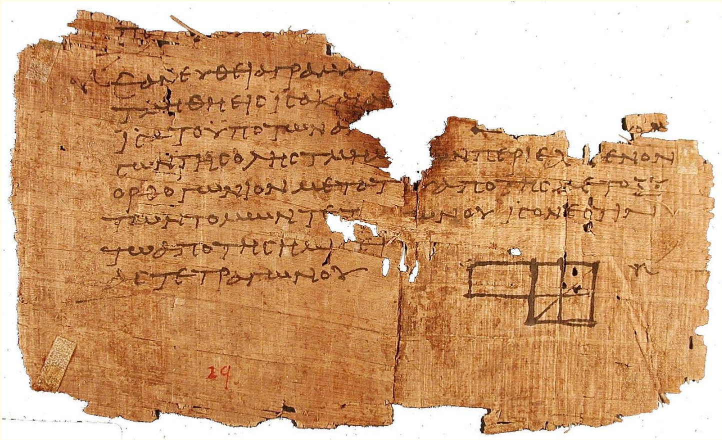
János Bolyai (1802–1860, Hongrie)

Bernhard Riemann (1826–1866, Allemagne)

le “cinquième postulat” d’Euclide est indémontrable



Euclide d'Alexandrie (-300)



"Éléments" (-300), composés de 13 livres
Papyrus Oxyrhynchus 29 : extrait du deuxième livre
découvert par Bernard Grenfell et Arthur Hunt en 1897
à Oxyrhynchus (Égypte) ; daté entre 75 et 125

Références indispensables...

Alain Bouvier, Michel George et François Le Lionnais
Dictionnaire des mathématiques
Presses Universitaires de France, 2005.

Amy Dahan-Dalmedico et Jeanne Peiffer
Une histoire des mathématiques. Routes et Dédales
Editions du Seuil, Paris, 1986.

Jean-Paul Delahaye *Le fascinant nombre π*
Pour La Science, Belin, 1997

Albert Ducrocq et André Warusfel
Les mathématiques : plaisir et nécessité,
Vuibert, Paris, 2000.

Pierre Eymard et Jean-Pierre Lafon Autour du nombre π
Hermann, Paris, 1999

Michel Waldschmidt
Nombres transcendants: résultats récents et problèmes ouverts
webusers.imj-prg.fr/∼michel.waldschmidt/index2.html

Kafemath

Bienvenue sur le site de Kafemath !

Le Kafemath est un essai de café mathématique.
Un café mathématique est aux mathématiques ce que le "café-philo" est à la philosophie !

jeudi 26 septembre 2019 : "Les Mots font des Maths"
Christian Dufour, membre de l'association Kafemath,
à "La Coulée Douce", 51 rue du Sahel, Paris 12e **à 20 heures.**
Kafemath, c'est d'abord un café ! Pour remercier notre hôte,
chaque participant s'oblige donc à consommer, au minimum, une boisson.
Possibilité de restauration sur place après la séance, réserver au 0143413662.

samedi 12 octobre 2019 : "Pi tout rond"
François Dubois, fondateur du Kafemath,
"Café des Arts", 5 Place Charles de Gaulle, 86000 Poitiers, tel 05 49 41 14 61 **à 20 heures 30.**

lundi 21 octobre 2019 : "Gathering 4 Gardner"
Martin Gardner (1914-2010) était à la fois un mathématicien, un grand magicien, un illustre amateur de littérature et un esprit éclairé. L'association Kafemath, honore depuis plusieurs années sa mémoire chaque 21 octobre, jour de sa naissance. L'événement se tient simultanément dans de nombreux pays, en liaison avec l'association américaine "Gathering For Gardner". Le temps d'une soirée pour rendre un hommage joyeux et jubilatoire à un personnage hors-normes !

Soirée animée par **Pierre Berloquin**.

Kafemath *(ii)*

précédentes

- 2019-2020
- 2018-2019
- 2017-2018
- 2016-2017
- 2015-2016
- 2014-2015
- 2013-2014
- 2012-2013
- 2011-2012
- 2010-2011
- 2009-2010
- 2008-2009
- 2007-2008
- 2006-2007
- 2005-2006
- 2004-2005

Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes !

En veillant à rester ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble.

Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur !

Sites à visiter

Catalogue
(mai 2019)

Association Kafemath

Bulletin d'adhésion

Kafemath *(iii)*

Les séances du Kafemath en 2018-2019

jeudi 27 juin 2019 : "la Geisha de Tamm ; magie & mathématiques"

J. Proley et Yaniko, magiciens,
à "La Coulée Douce", 51 rue du Sahel, Paris 12e.

Du jeudi 23 au dimanche 26 mai 2019,
le Kafemath a été présent place Saint Sulpice à Paris au "Salon de la culture mathématique".
Avec le catalogue réalisé par Edouard Thomas,
quelques problèmes proposés par Jean Gagnerault
et beaucoup d'autres choses !

jeudi 23 mai 2019 : "Pierre de Fermat et la factorisation des grands nombres"

Jean-Marie De Koninck, Professeur émérite à l'Université Laval
à "La Coulée Douce", 51 rue du Sahel, Paris 12e.

Pierre de Fermat est très connu pour son Grand Théorème, pour son Petit Théorème, pour avoir fondé le calcul différentiel ou, avec Blaise Pascal, le calcul des probabilités. Toutefois, on oublie souvent de

Kafemath *(iv)*

Première séance du "kafemath" en octobre 2004

ASSOCIATION "KAFEMATH"

Art. 1. Fondation

Il est fondé, entre les adhérents aux présents statuts, une association régie par la loi du 1° juillet 1901 ayant pour nom "Kafemath".

Art. 2. Objet

Cette association a pour objet le plaisir à faire des mathématiques, les découvrir, les redécouvrir, les faire aimer, comme l'énonce son texte fondateur, proposé par François Dubois en mars 2005 :

« Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes ! Tout en restant ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble. Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur. »

Les mathématiques sont l'affaire de tous. En faciliter l'accès est l'objet du Kafemath.

Association créée en février 2011...

Merci de votre attention !

Kafemath

jeudi 23 février 2017 : "La pifométrie, science des mesures approximatives",
par Alain Zalmanski, jeux de l'esprit, cuisine des nombres et recettes de cuisine,
à "La Coulée Douce", 51 rue du Sahel, Paris 12e.

vendredi 17 février 2017 : "Jouer avec les triangles", avec François Dubois, créateur du kafemath,
au café "Saint Paul de Vence", 15 place Montierneuf, à Poitiers.

mardi 24 janvier 2017 : "Les mystérieux carnets de Ramanujan"
avec Edouard Thomas, membre de l'association Kafemath, à Saint-Brieuc,
Espace Sciences et Métiers, Technopole, 6 rue Camille Guérin, 22440 Ploufragan.

samedi 21 janvier 2017 : "Evariste Galois : théorie de Galois et résolubilité polynomiale"
avec Herve Stève, membre de l'association Kafemath,
à la médiathèque Jean-Pierre Melville, 79, rue Nationale, Paris 13e.

jeudi 19 janvier 2017 : "Le vin et les maths, vers l'ivresse de l'infini"
avec Jean-Christophe Deledicq, animateur de "La nuit des maths",
à "La Coulée Douce", 51 rue du Sahel, Paris 12e.