



Chiffres arabes ... chiffres romains, Comment écrire les nombres

Hervé Stève

herve.steve@hotmail.fr

Kafemath du 20/10/2018

Café des Arts à Poitiers



Bibliographie

G. Ifrah : Histoires Universelles des CHIFFRES
(2 tomes), edt R. Lafont



PLAN

1. Compter
2. Chiffres romains
3. Chiffres arabes
4. Autres chiffres, bases



Premiers entiers

compter « à vue » :

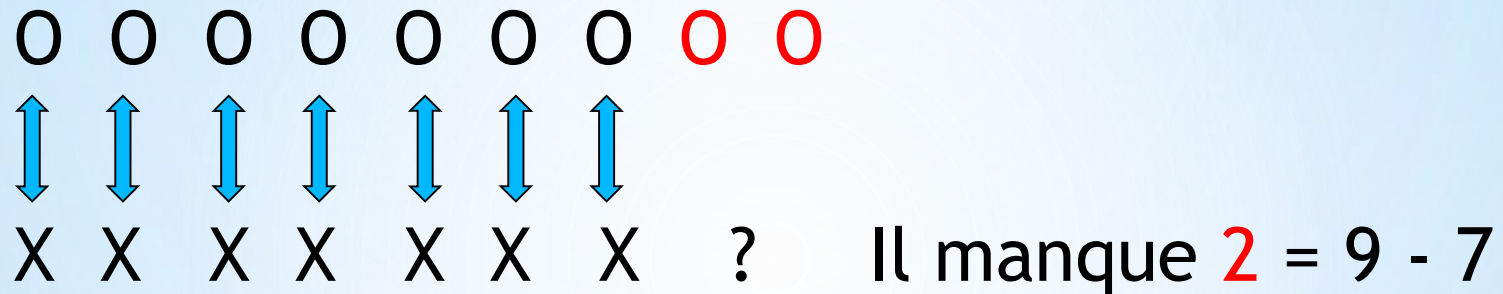
- unité, paire, ... beaucoup
- un, deux, un-deux, deux-deux, ... base 2
- un, deux, trois, quatre, ... beaucoup
- I II III IIII V VI VII VIII VIII VIII VV
... base 5
- I II III III III III ... base 3
I II III



Appariement

compter « sans compter » : support

par exemple : un troupeau de X



avec/sur des objets

sur le corps : doigts de la main, ...



Nombre cardinal/ordinal

Nombre cardinal : « ensemble » intrinsèque

1 lune, 2 ailes, 3 lobes trèfle, 4 pattes,
5 doigts, ...

Nombre ordinal : position, ordre, succession

numéro : premier symbole, second
symbole, troisième symbole, ...

construction des nombres (entiers)



symboles / base

Nombre de symboles : **infini !**

base fini : moins de symboles pour les grands nombres

base 2 : 1=un, 2=deux, 3=deux+un, 4=deux+deux, 5
deux+deux+un, 6 deux+deux+deux, ...

base 10 : 10 symboles 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,
10+1,10+2,...,10+9,10+10,10+10+1,...

numération de position : unité 1 , dizaine 10 , centaine
100, ...



Systeme decimal ?

Langage du corps : 2 mains à 5 cinq doigts

Base 10 = 2 x 5
Base 12 = 3 x 4 = 2 x 6 } **pour le commerce**

Base 7, 11 : **nombre premier**

Base 2 : **peu de symboles** mais beaucoup de chiffres ! $627 = 512 + 64 + 32 + 16 + 2 + 1 = 1\ 001\ 110\ 011$

Bases 20 et 60 : beaucoup plus de symboles, problème pour la mémoire ...

Optimal entre 10 et 12

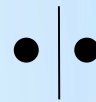


Entiers

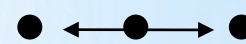
Le premier des entiers est 1 l'unité



Le second est 2 ou l'autre 1 : parité



Puis 3 : la trinité avec 1 et 2



Les suivants de 1 (naturels) : 2, 3, ..., n, n+1, ...
jusqu'à ... l'infini ∞

Les précédents (relatifs) : n, n-1, ..., 1 et plus
rien ... le zéro 0 et puis -1, -2, ..., $-\infty$



Grands entiers

Paquets de p :

multiplication : $n + n + \dots + n = p \times n = m$

division : $n = m : p = m / p$

division euclidienne : $m = n \times p + \text{reste } (<p)$

Puissance :

$n \times n \times \dots \times n = n^p$ (n exposant p)

combien de grains de riz sur l'échiquier ?

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 \approx 18 \cdot 10^{18}$$

18 milliards de milliards !



Compter en “base dix” avec les Romains

de un à cinq : la première main...

de six à dix : la première main plus des doigts de la seconde main...

Le nombre “cinq”, nombre de doigts d'**une main**,
joue un rôle intermédiaire



minirinette.over-blog.fr

un comptage naturel : I II III IIII

le nombre cinq est représenté chez les Romains par le symbole V

suite du comptage naturel : VI VII VIII IIIII

puis un nouveau symbole pour représenter “dix” : X

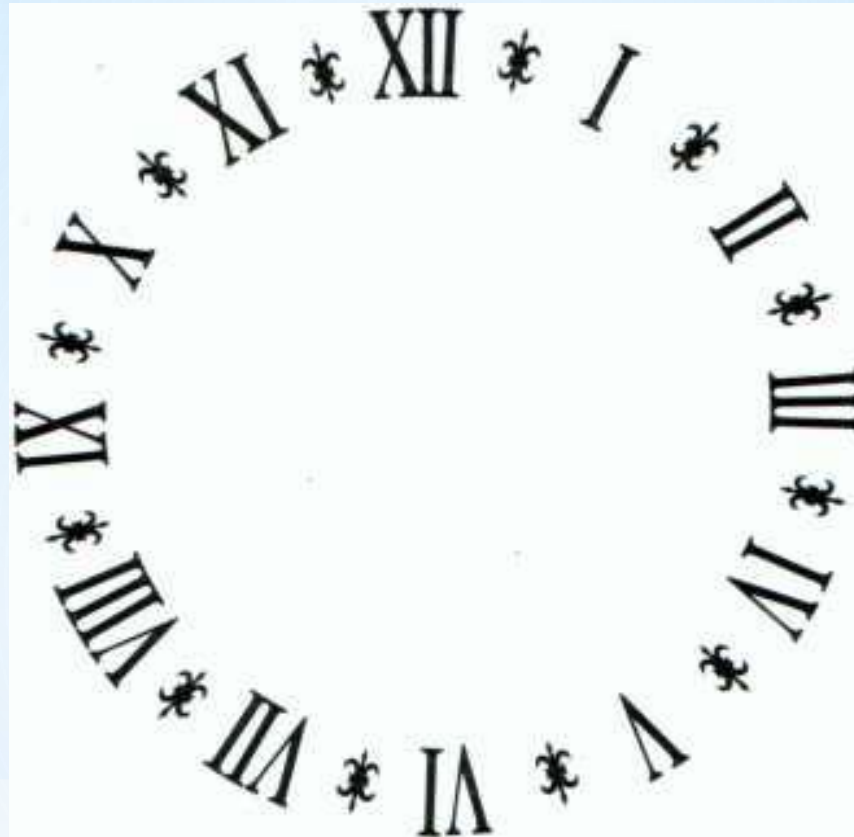
petite astuce pour diminuer le nombre de symboles :

quatre est égal à “cinq moins un” : on le note “un avant cinq”, soit IV

neuf est égal à “dix moins un” : on le note “un avant dix”, soit IX



Chiffres romains



source : onveutout.com



Compter en “base dix” avec les Romains

- I un
- II deux
- III trois
- V cinq
- IV quatre égale cinq moins un
- VI six égale cinq plus un
- VII sept égale cinq plus deux
- VIII huit égale cinq plus trois
- X dix
- IX neuf égale dix moins un
- XI onze égale dix plus un
- XII douze égale dix plus deux



Compter en “base dix” avec les Romains

les premiers nombres représentés par les Romains :

I II III IV V VI VII VIII IX X

On considère deux paquets de dix (vingt) : XX

trois paquets de dix (trente) : XXX

cinq paquets de dix (cinquante) : L

quatre paquets de dix (quarante) : XL

six paquets de dix (soixante) : LX

sept paquets de dix (septante) : LXX

huit paquets de dix (octante) : LXXX

dix paquets de dix (cent) : C

neuf paquets de dix (nonante) : XC

les premières dizaines représentées par les Romains :

X XX XXX XL L LX LXX LXXX XC C

Cent est le résultat de dix paquets de dix...



Compter en “base dix” avec les Romains

On continue avec cette nouvelle échelle.

On considère deux paquets de cent : **CC**

trois paquets de cent : **CCC**

cinq paquets de cent : **D**

quatre paquets de cent : **CD**

six paquets de cent : **DC**

sept paquets de cent : **DCC**

huit paquets de cent : **DCCC**

dix paquets de cent : **M**

neuf paquets de cent : **CM**

les premières centaines représentées par les Romains :

C CC CCC CD D DC DCC DCCC CM M

On continue cette logique ; deux paquets de mille : **MM**

trois paquets de mille : **MMM**



Compter en “base dix” avec les Romains

Un total de sept symboles

un I

cinq V

dix X

cinquante L

cent C

cinq cent D

mille M

année deux mille dix-sept : **MMXVII**

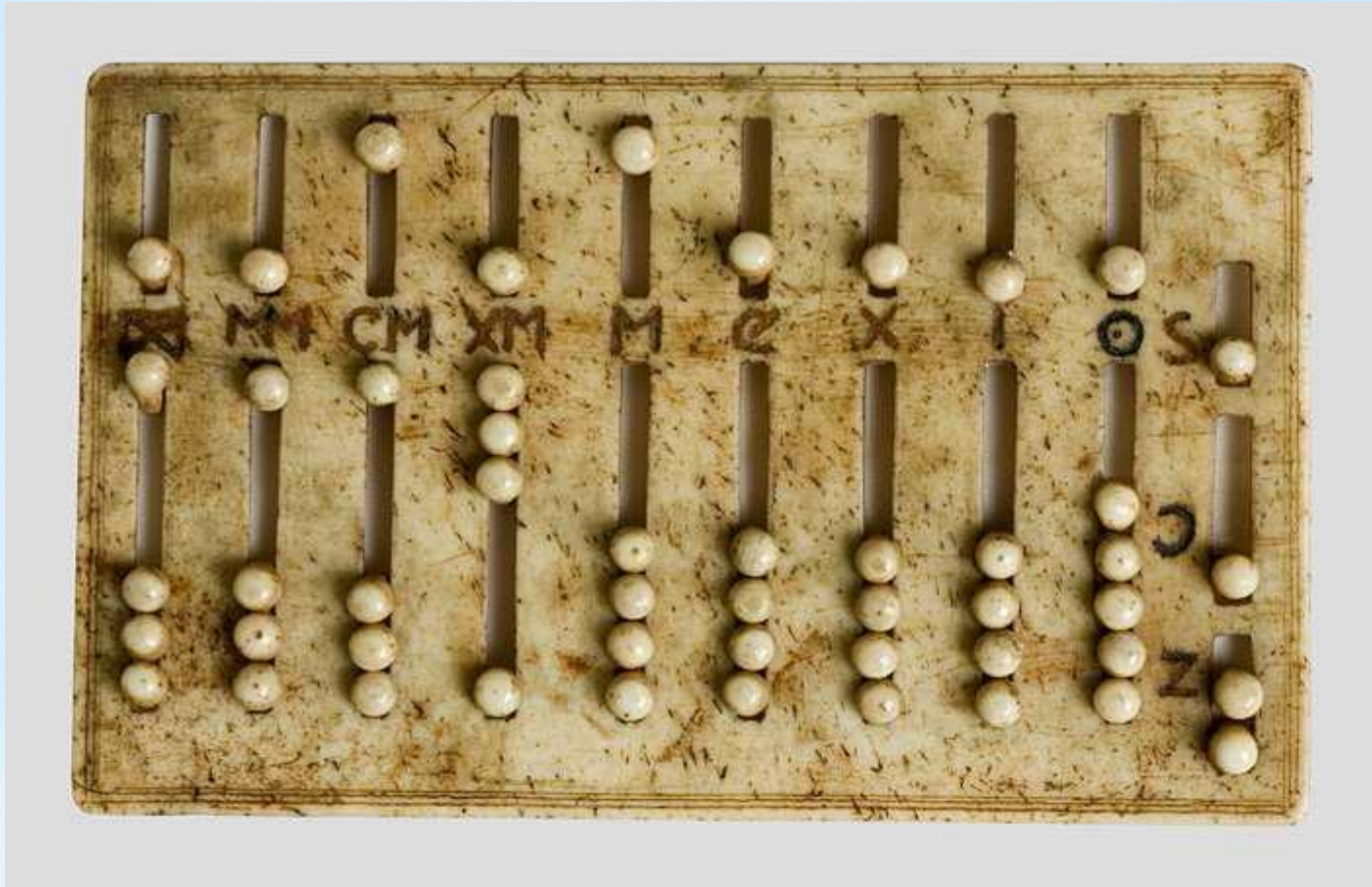
on ne peut pas compter au-delà de
quatre mille neuf cent quatre vingt dix neuf !

MMMMDCCCXCIX



Calculer avec les chiffres romains

pourquoi compter si on a une ... machine qui donne le résultat ?



abaque romain (boulrier !)

source : interstices.info



Calculer avec les chiffres romains

Les nombres sont représentés en France avec des chiffres romains pendant tout le moyen-âge pour les usages courants...



source : ask.com

Gerbert d'Aurillac (945 - 1003), qui deviendra Sylvestre II, pape de l'an mille, rapporte les chiffres arabes d'Espagne.



Compter en base dix avec les chiffres arabes

les neuf premiers nombres demandent chacun un symbole :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Puis on a dix, qui forme un “paquet de dix”

On ajoute un nombre de un à neuf `a cette première dizaine :

11 12 13 14 15 16 17 18 19

Un nombre se présente comme une suite de chiffres

le chiffre de droite désigne le nombre d'unités

puis à sa gauche, le nombre de dizaines

puis à sa gauche, le nombre de centaines

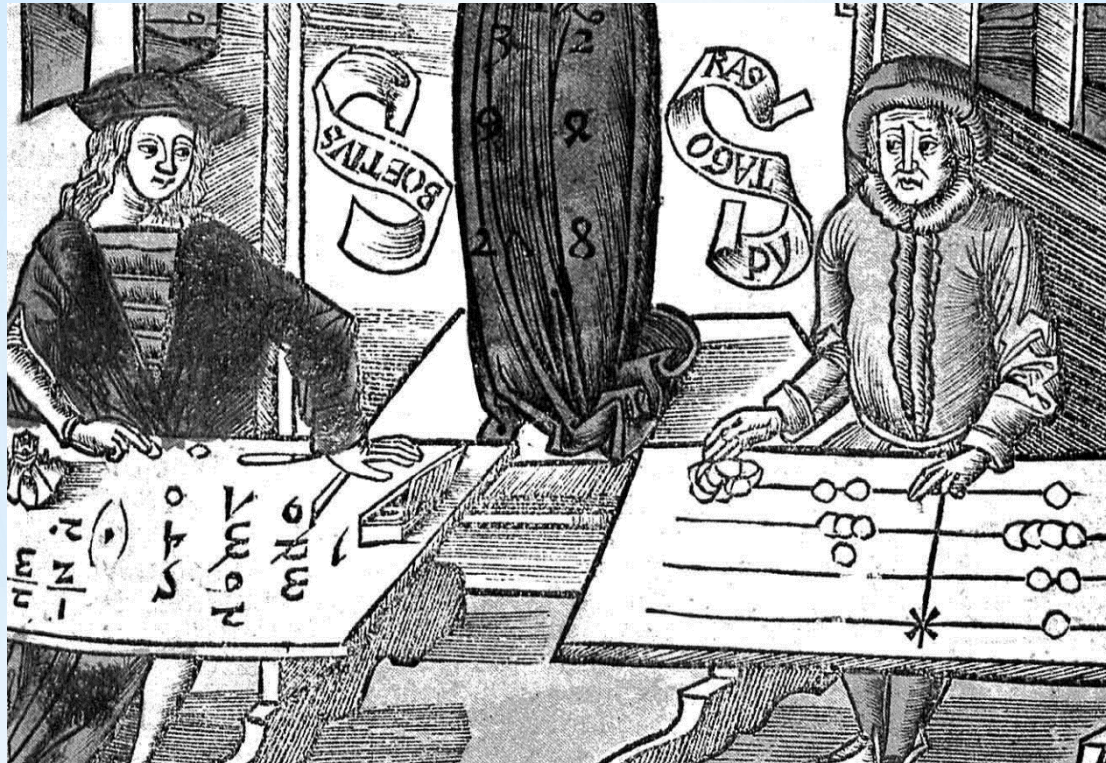
puis à sa gauche, le nombre de milliers, etc.

deux mille trois cent douze : 2 312



Abacistes et algoristes

grande querelle (cinq siècles ! jusqu'à la fin du XVIIIème siècle) entre les partisans des chiffres romains traditionnels et des calculs avec des abaques et les partisans des chiffres arabes et des calculs avec un “**algorithme**”...



source : maths-rometus.org



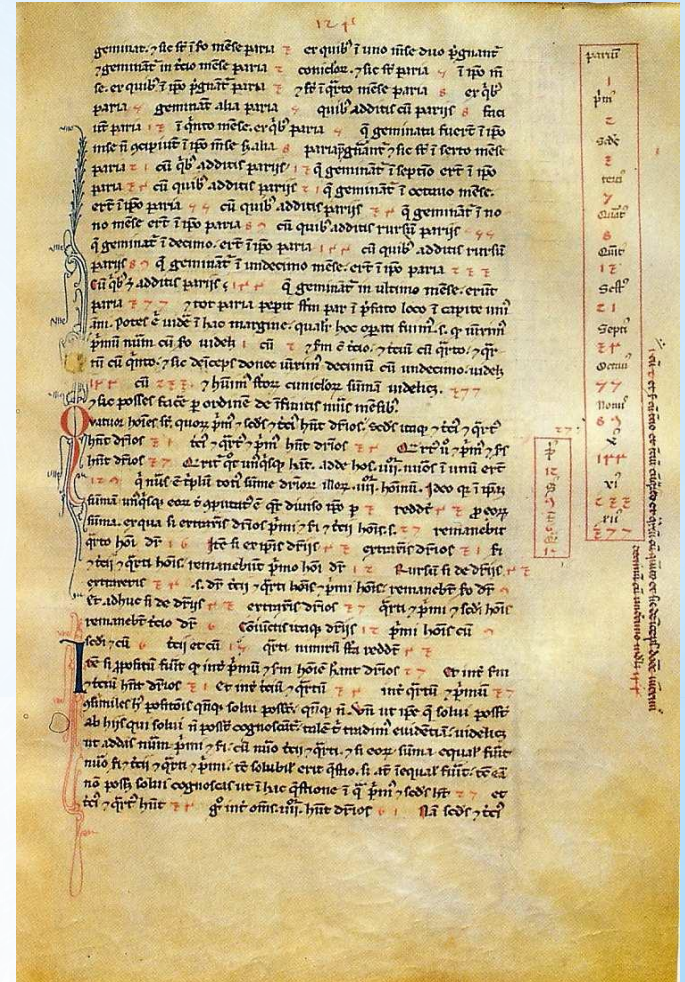
Compter en base dix avec les chiffres arabes

Comment faire quand l'une des colonnes d'un abaque n'a pas de jeton ?

Notion de "jeton pointé" pour exprimer qu'il n'y a pas de jeton dans la colonne correspondante



Léonard de Pise «Fibonacci» (1175-1250), "Liber Abaci" (1202)



pari
1
pm
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100



Les chiffres arabes sont en fait indiens... (chinois ?)

Les indiens ont appris à désigner l'absence, le vide :
symbole "zéro" 0

invention (entre autres) par l'Indien Bramahgupta (598 - 668)

Brahmasphutasiddhanta (628) : le zéro est défini comme la somme de deux quantités opposées : un bien et une dette...

Règles de calcul avec zéro :

$0 + n = n$ pour tout entier n (neutre pour +)

$0 \times n = 0$ pour tout entier n ! (nilpotent pour \times)

on ne peut pas diviser par zéro !!

Mention en Syrie dès le VIIIème siècle...



Bramahgupta (598 - 668)



source : angelolaplace.fr



Nous avons dix doigts et dix orteils



minirnette.over-blog.fr,



myfashionworld.fr



Compter en base vingt comme les Mayas ?



source : visitchiapas.com

Apogée de la civilisation Maya entre le VIème et le IXème siècle de notre ère au Mexique et au Guatemala ; ici une vue de Palenque...



Compter en base vingt comme les Mayas ?

0	1	2	3	4
	•	••	••••	•••••
5	6	7	8	9
	•	••	••••	•••••
10	11	12	13	14
	•	••	••••	•••••
15	16	17	18	19
	•	••	••••	•••••

dix neuf chiffres au total !!

source : fr.wikipedia.org



Systeme « vincésimal » comme les Bretons !

Les civilisation **celte** utilisait traditionnellement
une numération en base **20**

Ainsi,

soixante-dix en France ... au lieu de **septante** ... en Belgique !
quatre-vingts au lieu de **octante** du système décimal !

“une pièce de cent sous”, c’est à dire de cinq Francs !

En Grande Bretagne, Le shilling est le vingtième de la Livre...

Hôpital des Quinze-Vingts

(28 Rue de Charenton, 75012 Paris XIIème)

Il abritait **quinze** fois **vingt** soit **trois cents** lits !



Compter en base soixante en Mésopotamie



Les jardins suspendus, l'une des sept merveilles du Monde !



Tablette d'argile (2 400 ans avant J.C.)



source : math93.com



Systeme sexagésimal à Babylone

Comptabilité, calcul d'aires, zéro, équation du second degré, extraction de racines carrées, suites arithmétiques et géométriques, factorisations.

Soixante a beaucoup de diviseurs :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 .

Comptons avec les doigts :

1 (doigt 1 baissé), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5)

6 (doigts 5,4 baissés), 7 (5,4,3), 8 (5,4,3,2), 9 (5,4,3,2,1)

10 (doigt 6 baissé), 20 (6,7), 30 (6,7,8), 40 (6,7,8,9), 50 (6,7,8,9,10)

51 (6,7,8,9,10,1), 52 (6,7,8,9,10,2), 53 (6,7,8,9,10,3), 54 (6,7,8,9,10,4), 55 (6,7,8,9,10,5),

56 (6,7,8,9,10,5,4), 57 (6,7,8,9,10,5,4,3), 58 (6,7,8,9,10,5,4,3,2), 59 (6,7,8,9,10,5,4,3,2,1)



Le **systeme sexagésimal** des Babyloniens est toujours présent dans notre quotidien !

Division de l'heure en **soixante minutes**...

Un angle de un degré se divise en **soixante minutes** d'arc.



Base deux pour l'informatique

Deux symboles seulement : zéro et un

Écrire tous les nombres avec deux chiffres !

zéro	0
un	1
deux	10
trois	11
quatre	100
huit	1 000
seize	10 000
trente et un = $32 - 1$	11 111
trente deux	100 000
trente quatre = $32 + 2$	100 010
soixante quatre	1 000 000
cent vingt huit	10 000 000
mille vingt quatre	10 000 000 000
mille neuf cent quatre vingt quatre* = 31×64	11 111 000 000
2018 = $1984 + 34$	11 111 100 010

(*) d'après G. Orwell !



Conclusion

- **Les chiffres romains et les chiffres arabes** coexistent depuis des siècles. Les chiffres romains étaient utilisés de façon exclusive en France jusqu'au XXIIIème siècle... Chaque système de représentation des nombres a des avantages et des inconvénients !
- En particulier, les **opérations arithmétiques sont plus simples avec les chiffres arabes**, mais traditionnellement, on regardait les résultats grâce à des “abaques” !
- Pourtant, en obligeant à nommer **le vide avec le nombre zéro**, une invention proposée entre autres par l'Indien Bramahgupta dès le 7ème siècle, les chiffres arabes ont introduit le chiffre zéro dans la représentation des nombres, ouvrant la voie à des progrès conceptuels essentiels.