

Mathématiques, informatique, art

Pour le Kafémath, 7 juin 2018

Remerciements

Ces réflexions doivent beaucoup

- à Alain Le Boucher, pour nos échanges presque quotidiens sur ces questions
- à la galerie Charlot pour ses efforts constants de soutien à l'art numérique
- à Alain Lioret, avec qui nous avons écrit L'art génératif (L'Harmattan 2012)
- au Paris ACM Siggraph, pour ses travaux
- au Kafémath pour en avoir suscité la mise au point.

Puisque nous sommes ici dans un club de mathématique, demandons-nous d'abord : qu'est-ce que les maths ? C'est une science unie, une corporation qui n'a pas trop de mal à définir ses limites. Qui comprend quelque 100 000 professionnels dans le monde.

"...about Chevalley and Zariski, who once had a discussion concerning curves, and neither seemed able to understand the other. In desperation, Chevalley finally asked Zariski : "What do you mean by a curve?" They were in front of a blackboard, and Zariski said : "Well, of course, I mean this!" and he drew the following picture.



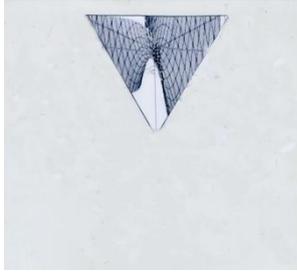
He continued : "And what do you mean by a curve?" Chevalley answered : "I don't mean this at all. I mean $f(x,y) = 0$ " (Lang, 1983), page 189

Mais quand on cherche à définir les maths, on trouve des formulations bien différentes.

On peut distinguer au moins deux approches, peut-être deux types de mathématiciens, comme le montre le débat entre Chevalley et Zarisky. Pour l'un, une courbe est un dessin, que l'on visualise de manière corporelle, analogique. Pour l'autre, une courbe est un type d'équation.

Partons de là pour essayer de situer les uns par rapport aux autres les disciplines, ou plus précisément les orientations intellectuelles correspondantes des mathématiciens, artistes, informaticiens... et commun des mortels.

Proposons un hexagone des disciplines, ou plutôt des profils portant sur la relation entre le sens et la raison. Chaque profil a ses forces, ses limites, et ses punitions.

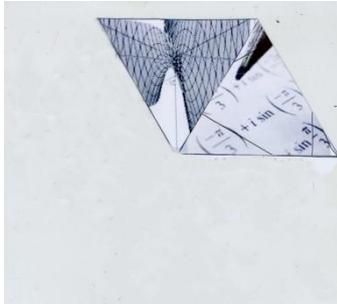


Le géomètre

Le géomètre s'intéresse directement à des objets abstraits et à leur essence. Ce peut être des objets spatiaux (formes) ou non (autres objets appréciés pour eux-mêmes). Chez lui, le sens est toujours présent, plus ou moins explicitement visualisé. Les formalismes textuels (syllogisme, algèbre) ne sont que des moyens de s'assurer de la validité des preuves. Le géomètre contemple les espaces éternels, et il est tout naturellement platonicien.

La créativité se fait au niveau des essences comme des images, d'Euclide à René Thom.

La punition, c'est l'irrationalité de la diagonale. Le fait que les tétraèdres ne pavent pas. Ou qu'on ne peut pas disposer tout à fait « géométriquement » les trous sur une balle de golf.



L'algébriste

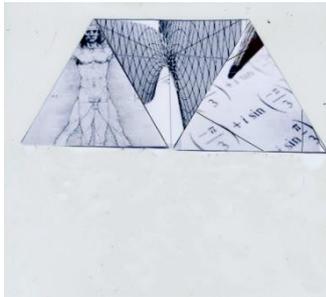
Plus terre à terre, plus « technique » au sens péjoratif des Grecs, l'algébriste, travaille sur les symboles, leurs associations et leurs transformations. Certains algébristes, pour autant, ont un mode de pensée proche des « géomètres », et d'ailleurs donnent à leurs structures des noms de type géométrique (espace, corps, anneau, dimensions...).

L'essentiel est la manipulation grammaticalement impeccable. Les images, voire les essences, sont une illustration, une concrétisation de l'écriture et de ses manipulations. L'algébriste est proche du logicien. Ou, s'il s'applique à des objets géométriques, c'est l'analyste. Il apparaît avec Descartes et Leibniz qu'ils apparaissent (Voir *La révolution symbolique*, de Michel Serfati).

Le langage devient par lui-même une source d'inspiration, d'innovation. A partir du moment où emploie un exposant pour les carrés et les cubes, pourquoi pas un entier quelconque, pourquoi pas un rationnel ou une valeur négative. Alors, quel sens ? Et de là le monde des exponentielles. Et si l'on écrit, fût-ce par erreur, $x^2+1=0$, qu'est-ce que cela peut vouloir dire ? De là naissent les « imaginaires », rebaptisés complexes par la suite.

La punition, c'est d'abord la perte du sens. Déjà ma mère, formée aux méthodes de l'« arithmétique », regrettait que le recours à l'algèbre fasse perdre le contact avec le sens (typiquement, le partage d'un champ entre des héritiers dont l'un a une part réservée). On entend aussi : l'algèbre est la science des ânes.

La punition, c'est aussi, Gödel qui montre les limites du jeu. Le sens dépasse toujours le système des formules.



L'artiste

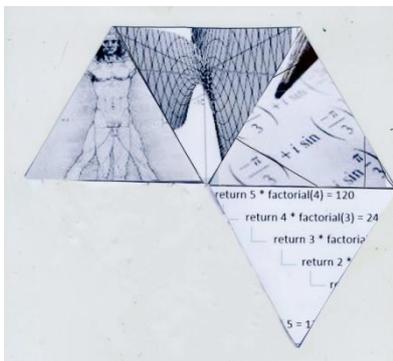
L'artiste, au contraire, se concentre sur le sens, l'intuition, le sensoriel. Certes il applique des canons, des grammaires, des métriques... mais elles ne sont qu'une contrainte stimulante ou un garde-fou. Ce qui compte est le « moi profond » de l'artiste, rejoignant le sens esthétique profond du géomètre.

Comme le géomètre, il est à la recherche des essences, de l'esprit. Et même de l'ineffable : il se méfie des mots, des formules. C'est une tare que de se laisser prendre par le « procédé », on dirait aujourd'hui l'algorithme.

S'il y a chez lui « raison », c'est dans le sens de « ratio », de proportion. Avec encore un poil de mysticisme dans le nombre d'or.

Même le poète, artiste en mots, les éloigne de leur emploi courant, transgresse la langue avec ses licences poétiques, donne beaucoup d'importance aux connotations, à la rime, à la prosodie.

Sa punition ? Son choix volontaire de ne pas à être utile, en tous cas utilitaire, donc... une vie difficile.



Le programmeur

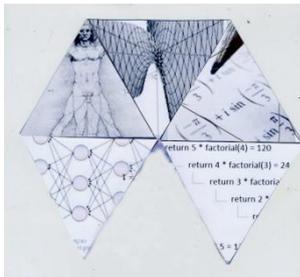
Allant un peu plus loin que l'algébriste dans la perte du sens, le programmeur utilise à peu de choses près les mêmes jeux de symboles... avec des nuances peu apparentes à première vue mais fondamentales.

- Le signe « = » indique une assertion en algèbre, une assignation en programmation.
- La récursion (informatique) s'exprime presque comme la récurrence (algébrique) $x_{t+1} = f(x_t)$. Mais pour le programmeur ils s'agit d'un calcul effectif, alors que pour l'algébriste c'est un moyen de prouver une propriété générale.
- Le programmeur travaille dans un univers fini. Il n'y a pas de signe « ... » en programmation, alors

qu'il est courant en algèbre, où les espaces sont la plupart du temps infinis.

- Le monde de la programmation est discret, alors que la continuité est pour le moins courante en algèbre. Et la base radicale de l'univers discret, c'est le binaire, avec l'avantage qu'on peut tout dire, sinon tout faire, avec des bits. Ce qui assure l'avantage définitif des machines digitales sur les machines analogiques, sauf cas particuliers, comme l'a bien vu Von Neumann (et al.).

La punition, c'est la perte du sens, bien plus radicale que pour l'algébriste (Shannon et Weaver). Le sens ne se retrouve que par le contexte. Mais certes, il est de plus en plus reconquis par des contextes de plus en plus larges, dont le « big data » et le « cloud » sont l'expression aujourd'hui.



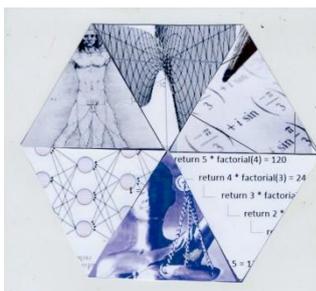
Le formateur (de réseaux neuronaux)

Les réseaux neuronaux sont aujourd'hui considérés comme une forme de programmation. Cela s'explique car, actuellement, on ne sait effectivement implémenter les réseaux neuronaux que sur des machines informatiques (le « silicium »), et on est donc très loin du fonctionnement des neurone biologiques (le « carbone »). Cela changera peut-être avec les multiples recherches en cours, aux frontières du biologique (DNA computing).

L'esprit, et les procédés de construction sont bien différents de ceux du programmeur.

Fondamentalement, on ne programme pas un réseau neuronal, on le forme, au cours d'un processus d'apprentissage. C'est pourquoi nous parlons de formateur, le terme « apprentisseur » n'étant pas dans le dictionnaire. D'une certaine façon, il est plus proche de l'artisan, voire de l'artiste.

La punition, c'est que le fonctionnement de la machine devient aussi incompréhensible pour ses créateurs qu'un enfant pour ses parents (expériences typiques déjà avec la machine Watson, très nettes avec Alpha Go). Ce qui conduit à des programmes de recherche visant à retrouver un dialogue et une maîtrise possible, par exemple avec le projet américain XAI (explainable artificial intelligence).



Le juge, le critique, le consommateur

Le juge, justement, est à la frontière, ou à la synthèse, de la délégation à une machinerie, la loi, et de l'engagement humain pour le sens.

D'un côté, le juge doit appliquer la loi, aussi bien dans son contenu (code civil par exemple) que dans ses machineries (code de procédure civile). Par là il est proche de l'algorithme, vide de sens. Il doit se bander les yeux pour ne pas « faire acception de personnes ».

De l'autre, il hérite de la jurisprudence, issue d'une expérience parfois séculaire. Et il doit garder le sens de l'humain. Dire le droit « en son âme et conscience ».

Du juge, on pourrait rapprocher le prêtre, dont l'action conjugue des rituels (ici aussi, des milliers de pages, en tous cas dans l'Eglise catholique) et une forte implication ontologique (présence réelle de Dieu sur l'autel, pour les catholiques).

Et aussi le critique d'art, pris entre des critères de sens (ce qui est représenté, la psychologie de l'artiste, son discours) et des critères rationnels (canons et originalité).

Et finalement tous les « décideurs », depuis le prince jusqu'au citoyen, jusqu'à vous et moi dans notre vie de tous les jours.