Tours numériques de magie
basés sur les puissances de 2 et le système binaire.

Par Dominique SOUDER

(pour Kafemath du jeudi 8 février 2018)

Sommaire

Chapitres :

La dichotomie.

Tour n° 1 : « La carte chercheuse »

Déroulement

Le magicien dispose d'un jeu de 32 cartes et demande à un spectateur de battre les cartes puis de distribuer alternativement carte à carte, faces cachées, le jeu en deux paquets (qui feront donc 16 cartes chacun).

Le magicien invite le spectateur à choisir l'un des deux paquets, à le couper et à regarder et mémoriser la carte supérieure de l'un de ses deux tas. La carte est laissée à sa place, face cachée, et les deux tas restent en place, séparés.

Le magicien coupe maintenant l'autre paquet de 16 cartes, et retourne l'une des cartes supérieures de ses deux tas, on en voit la valeur.

Le magicien ramasse alors les quatre tas dans l'ordre suivant (mais sans faire de commentaire là-dessus) : son tas où se trouve en haut sa carte visible, puis le tas du spectateur où ne se trouve pas la carte du spectateur, puis le tas du spectateur où se trouve sur le dessus et face cachée la carte choisie par le spectateur, puis le dernier tas du magicien. Celui-ci ne le fait pas remarquer mais la carte du spectateur se trouve donc être la 16^{e} au-dessus de la carte visible du magicien.

Le magicien va maintenant distribuer alternativement, une à une, les cartes en deux tas (elles sont toujours faces cachées, sauf la carte visible du magicien). L'un des paquets distribué contiendra la carte visible : il sera conservé, alors que l'autre paquet où toutes les cartes sont faces cachées sera éliminé. En fait la carte visible sert à repérer quel est le tas qu'il faut utiliser, et le magicien déclare que sa carte visible est **une carte chercheuse** de la carte du spectateur.

Le magicien distribue alternativement, une à une, en deux tas, les 16 cartes qui restent. Il conserve le tas de huit cartes contenant la carte visible.

Le magicien distribue alternativement, une à une, en deux tas, les 8 cartes qui restent. Il conserve le tas de quatre cartes contenant la carte visible.

Le magicien distribue alternativement, une à une, en deux tas, les 4 cartes qui restent. Il conserve le tas de deux cartes contenant la carte visible : la carte visible est donc allée chercher une dernière carte face cachée : on la retourne, et on vérifie que c'est la carte choisie par le spectateur.

Explication

On a vu que dans le paquet de 32 cartes la carte visible et la carte choisie par le spectateur avaient été placées dans des positions différentes de 16 numéros.

Si les positions de deux cartes se trouvent séparées de 16 numéros au départ dans le paquet de 32 cartes, alors après la distribution alternative en deux tas elles ne le seront plus que de 8 numéros. Après redistribution elles ne le seront plus que de 4 numéros, après la distribution suivante, elles ne seront plus séparées que de 2 numéros. Et à la distribution finale (celle qui ne donne plus que deux cartes dans un tas) ces deux cartes ne seront plus séparées que d'un numéro : la carte visible sera donc accompagnée de la carte choisie par le spectateur.

C'est finalement grâce à une dichotomie et aux puissances de deux : 16-8-4-2-1 que réussit ce tour de cartes !

Tour n° 2 : Variante pour deviner une carte parmi 32 cartes

Un ami choisit en pensée le nom d'une carte parmi un jeu de 32. Comment pouvez-vous trouver ce nom en posant seulement 5 questions auxquelles l'ami ne répondra que par « oui » ou « non » ?

- est-elle rouge ? (si « non » elle est noire)
- est-ce un cœur ? (si « non » c'est un carreau ; si elle était noire à la première question, s'adapter avec pique et trèfle)
- est-elle basse (de 7 à 10) ? (si « non », elle est haute : valet ou dame, ou roi ou as)
- est-elle paire (8 ou 10) ? (si « non » elle est impaire, 7 ou 9 ; si elle était haute adapter avec « souveraine » soit roi ou dame, ou « non souveraine » soit valet ou as)
- est-ce… (donner le nom d'une des deux cartes qui restent en lice).

Comme $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ on a réussi, en divisant par 2 le nombre de possibilités à chaque réponse, à trouver en 5 questions, ce qui est beaucoup plus rapide que 31 questions du genre « est-ce le… ? ». Ce procédé se nomme la « dichotomie ».

On note 2^5 le nombre écrit ci-dessus avec cinq fois le nombre deux (on le prononce « 2 exposant 5 » ou « puissance cinquième de 2 »)

Tour n° 3 : variante avec un dictionnaire

Imaginez qu'un ami vous demande de trouver le premier mot situé en haut à gauche d'un dictionnaire de 1024 pages. En combien de questions auxquelles il répondra par « oui » ou « non » pouvez-vous trouver le numéro de la page où regarder le mot choisi ?

La « puissance » de votre logique vous permet de répondre 10 car $1024 = 2^{10}$.
Il suffit de demander à chaque fois si la page où se trouve le mot est dans la première moitié des pages qui restent susceptibles de convenir. Par exemple si la première réponse est non, la page porte un numéro entre 513 et 1024, la question suivante interroge sur le fait d'être dans la première moitié de ce qui reste, soit les 256 pages de 513 à 768, ou non, etc. Il va rester alors 128, puis 64, 32, 16, 8, 4, 2 pages puis la dernière.

A vous de présenter ce tour en disant que parmi plus de 100 000 mots du dictionnaire, vous pouvez en dix questions en trouver un…

Une nouvelle façon de compter avec ses doigts…

Tour n°4 pour un(e) solitaire :
« Comment compter jusqu'à plus de 1000 avec ses dix doigts… »

Asseyez-vous devant une table, posez vos deux mains devant vous, paumes sur la table. Regardez vos doigts : de droite à gauche vous avez l'auriculaire de la main droite, puis l'annulaire, le majeur, l'index et le pouce de la main droite, suivis du pouce de la main gauche, de l'index, du majeur, de l'annulaire et de l'auriculaire de la main gauche.

A chaque doigt on va attribuer une valeur différente, en respectant l'ordre des doigts donnés ci-dessus :

Doigt	Valeur
Auriculaire droit	1
Annulaire droit	2
Majeur droit	4
Index droit	8
Pouce droit	16
Pouce gauche	32
Index gauche	64
Majeur gauche	128
Annulaire gauche	256
Auriculaire gauche	512

Jouons maintenant... Si vous étendez un doigt sur la table, vous lui attribuez la valeur donnée par le tableau, si vous repliez un doigt vous attribuez à celui-ci la valeur zéro. Quand vous posez vos mains sur la table avec certains doigts repliés et d'autres étendus on peut imaginer que vos mains symbolisent un nombre qu'on obtient en ajoutant les valeurs de chaque doigt étendu.

Par exemple si tous vos doigts sont étendus sur la table le nombre symbolisé est : 1+2+4+8+16+32+64+128+256+512 = 1023.

Ces nombres 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 qu'on a obtenus à partir de 1 puis en multipliant par 2 progressivement sont appelés des puissances de deux.

Ce qui est merveilleux c'est **qu'on peut obtenir tous les nombres possibles de 0 à 1023 en étendant ou repliant certains de vos dix doigts et en ajoutant selon la tactique ci-dessus les valeurs des doigts étendus.** Tout nombre de 0 à 1023 peut s'écrire comme la somme de certaines des dix puissances de deux mentionnées (de 1 jusqu'à 512).

Entraînez-vous…

- Si seuls le majeur, l'index, le pouce droits, et l'annulaire et l'auriculaire gauches sont étendus, quel est le nombre représenté ? C'est : 4+8+16+256+512 = 796.
- Si seuls les deux index sont étendus c'est le nombre 8+64 = 72 qui est représenté.

Il vous faut maintenant chercher **quels doigts étendre et quels doigts replier pour représenter un nombre donné**… La bonne méthode va consister à chercher d'abord quelle est la plus grande puissance de deux qui « entre » dans le nombre que vous voulez représenter. Ensuite vous calculez combien il vous manque, puis vous cherchez à nouveau quelle est la puissance de deux immédiatement inférieure ou égale à ce manque, et ainsi de suite…

Prenons en exemple le nombre 491. Parmi les dix puissances de deux à disposition, 512 est trop grand mais 256 est la plus grande puissance qui est inférieure à 491. Vous allez avoir besoin du doigt attaché à la valeur 256 c'est-à-dire l'annulaire gauche. Il vous manque 491 – 256 = 235. Dans 235 la pus grande puissance inférieure est 128 : vous allez avoir besoin du majeur gauche qui vaut 128. Il vous manque maintenant 235 – 128 = 107. La plus grande puissance de deux inférieure à 107 est 64 : vous avez besoin de l'index gauche valant 64. Il vous manque 107 – 64 = 43. La plus grande puissance inférieure à 43 est 32 : vous aurez besoin du pouce gauche. Il vous manque 43-32 = 11. Dans 11 vous placez 8 correspondant à l'index droit. Il vous manque 11-8 = 3. Vous placez 2 correspondant à l'annulaire droit. Il reste 3-2 = 1 : vous aurez besoin aussi de l'auriculaire droit valant 1.

En conclusion :

- vous étendez sept doigts : l'annulaire gauche, le majeur gauche, l'index gauche, le pouce gauche, l'index droit, l'annulaire droit, l'auriculaire droit.
- Les trois autres doigts doivent être repliés.
- La situation correspond à l'opération : 256+128+64+32+8+2+1 = 491.

En fait vous verrez plus loin que l'on peut dépasser 1000 en imaginant de plus grandes puissances de deux et que « Tout nombre entier peut se décomposer en une somme de puissances de 2 (soit les valeurs 1, 2, 4, 8,16, 32, 64, etc…) chaque puissance étant utilisée au maximum une fois »
Exemples : 31 =1+2+4+8+16 ; 53 = 32+16+4+1.

Quand vous aurez bien rôdé la gymnastique de calcul réfléchi avec vos dix doigts, vous et l'un de vos copains, vous pourrez envisager de présenter ensemble un tour de magie basé sur cette utilisation de la décomposition d'un nombre en la somme de diverses puissances de deux.

Tour n° 5 : « Les doigts et les magiciens complices »

Déroulement

Le magicien prétend être capable de communiquer par transmission de pensée avec son assistant. L'assistant sort de la pièce. Le magicien demande à un spectateur de choisir et de lui dire un nombre inférieur strictement à 1024. Le magicien s'empare d'une ardoise ou d'un petit tableau de feutre, dont il tient un bord horizontal de ses deux mains. Il appelle son assistant, lui dit de prendre une craie ou un feutre et d'écrire, sur l'ardoise ou le tableau qu'il tient, à quel nombre il est en train de penser. Le magicien ferme les yeux et dit qu'il se concentre, le spectateur surveille que le magicien ne chuchote rien à son assistant, pourtant celui-ci écrit sur l'ardoise ou le tableau le bon nombre.

Explication

Le magicien doit savoir décomposer de tête le nombre proposé par le spectateur en une somme de puissances de deux. Il doit tenir l'ardoise ou le tableau avec certains doigts tendus et d'autres repliés, le total des valeurs des doigts tendus doit être le nombre choisi par le spectateur. L'assistant doit être capable de retrouver les valeurs de chaque doigt tendu et de les additionner de tête pour retrouver le nombre choisi.

Attention ! Le magicien et son assistant doivent se mettre d'accord sur la lecture des valeurs de gauche à droite ou de droite à gauche, en effet le magicien et son assistant se font face au moment de la présentation du tableau : la droite de l'un est la gauche de l'autre. Par exemple le magicien doit décider de représenter les valeurs de 1 pour son auriculaire gauche à 512 pour son auriculaire droit, pour qu'ainsi son assistant lise les valeurs dans l'ordre que nous avons décrit au début de cet article c'est-à-dire avec 1 devant lui à l’extrême droite et 512 à l’extrême gauche.

Tour n° 6 « Une date avec les doigts des deux mains »

Dans les tours qui suivent, deux magiciens vont communiquer par la pensée (c'est du moins ce qu'ils vont laisser croire aux spectateurs…).

Déroulement

Au départ le magicien numéro 1 (soit M1) se tient auprès d'un spectateur et le magicien numéro 2 (soit M2) est éloigné et ne peut rien voir ou entendre.
Le magicien M1 demande au spectateur de lui communiquer sa date anniversaire de cette année (le nom du mois et le quantième de 1 à 31, par exemple la date "22 août"). Le magicien M1 se met en position du « penseur de Rodin », assis sur une chaise, les coudes reposant sur les genoux, et la tête reposant sur les deux mains. Il explique qu'il va se concentrer et envoyer par télépathie la date à son ami magicien M2. Celui-ci est appelé, et vient retrouver le spectateur et M1, il donne alors la date anniversaire exacte, ce que confirme le spectateur.

Explication

Les 5 doigts pliés ou non de chaque main du magicien M1 sont associés aux coefficients 1, 2, 4, 8, 16 de la numération binaire.
Le Magicien M2 doit regarder les doigts de M1 et doit se rappeler la valeur de chaque position de doigt tendu (non plié) et les additionner de tête. Les doigts pliés comptent tous zéro.
Les doigts de la main gauche servent pour le calcul du quantième de 1 à 31.
Les doigts de la main droite servent pour le calcul du numéro du mois (de 1 à 12).

Doigt tendu	Valeur
Pouce gauche de Dom	1
Index gauche de Dom	2
Majeur gauche de Dom	4
Annulaire gauche de Dom	8
Auriculaire gauche de Dom	16
Pouce droit de Dom	inutile
Index droit de Dom	8
Majeur droit de Dom	4
Annulaire droit de Dom	2
Auriculaire droit de Dom	1

Exemple :

Voir la photo en couverture.

Pour le 22 août, le magicien M1 doit faire reposer sa tête sur les doigts tendus de la main gauche : index, majeur, auriculaire (car 2+4+16 = 22), et aussi pour la main droite sur un seul doigt tendu : l'index (valeur 8 associée à août).

Tous les autres doigts de M1 doivent être repliés sous le menton de façon à compter zéro. Les magiciens doivent se mettre d'accord pour ne pas confondre droite et gauche; la notation proposée ici correspond à une lecture par M2 qui est conforme à l'écriture en base deux dont on lit les coefficients croissants de la droite vers la gauche.

Quand on remplace les doigts par des mots ou des dessins…

Tour n° 7 : « Les 16 mathématiciens repensés par Myr et Myroska »

Ce tour qui se fait avec deux magiciens associés (M1 et M2) se veut un clin d'œil nostalgique à certains numéros de télépathie ou mentalisme du passé tel celui de Myr et Myroska. On peut rappeler que :

Myr et Myroska *était un couple français de vedettes internationales du music-hall qui donna sa première représentation à Bordeaux en 1944 et fit ses adieux au théâtre Princesse Grace de Monte-Carlo en 1984. Ils durent leur popularité en France à leur amitié avec Jean Nohain qui programmait régulièrement leur numéro dans ses émissions de variétés, dont Trente-six chandelles, première grande émission de variétés de la télévision française naissante. Praticiens du mentalisme, stars de la télépathie de music-hall, ils se sont produits avec un grand succès un peu partout dans le monde durant plusieurs décennies. Ils ne revendiquaient ni pouvoirs extra-sensoriels, ni trucages. Leur numéro inspira à Pierre Dac son sketch Madame Arnica, devenu avec Francis Blanche le fameux sketch Le Sâr Rabindranath Duval (1957). Myr et Myroska terminaient toujours leur spectacle par : « S'il n'y a pas de truc c'est formidable, mais s'il y a un truc, reconnaissez que c'est encore plus formidable. »*

Déroulement du tour « Myr et Myroska »

Le premier magicien M1 évoque Myr et Myroska qui communiquaient oralement plus que visuellement…

Il présente un tableau où sont représentés 16 mathématiciens célèbres. Un spectateur désigne l'un d'eux du doigt.

Le deuxième magicien M2 peut entendre, il est assis à 10 mètres et ne voit rien, mais il a une copie de ce tableau sur une table sous ses yeux. [Voir tableau des 16 mathématiciens page suivante]

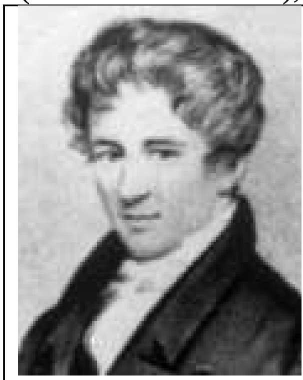
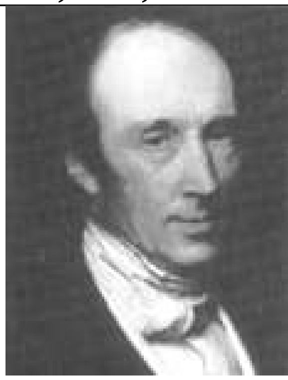
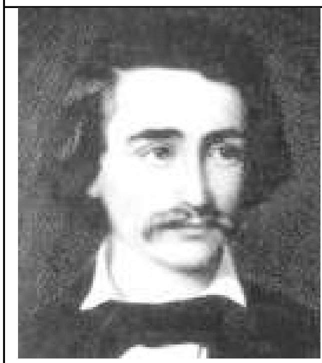
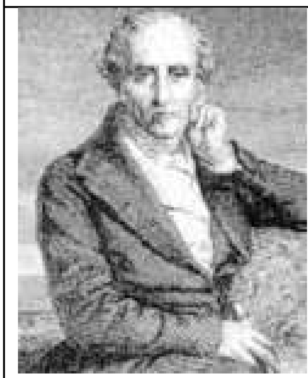
C'est M2 qui interroge M1 :

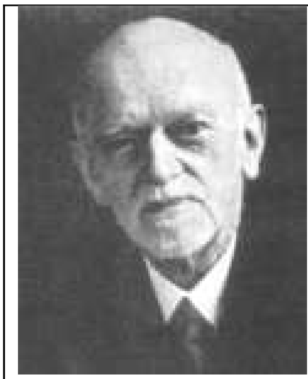
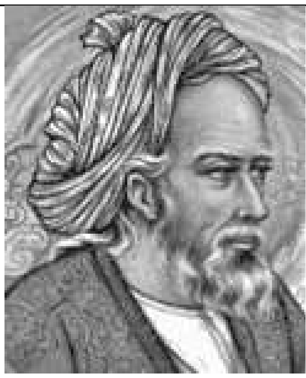
- le spectateur a-t-il fait son choix ? Est-il allé vite ou a-t-il hésité ? Cela n'a pas été trop long ? Connaissait-il ce mathématicien ? (Des questions paraissant insignifiantes)
- M1 répond de façon tout aussi insignifiante à premier abord (oui il n'y a pas eu trop d'incertitude, non cela n'a pas été long, oui il avait entendu parler de ce mathématicien, etc.)

Aucune explication ne sera donnée, mais seules les réponses oui on non de M1 permettent à M2 de s'y retrouver ; le premier oui ou non correspond à 1 ou 0, le deuxième oui ou non correspond à 2 ou 0, le troisième à 4 ou 0, le quatrième à 8 ou 0. M2 ajoute les points ce qui donne un nombre entre 0 et 15 : pour les nombres de 1 à 15 ce nombre est la position du mathématicien parmi les 15 dans le tableau ci-dessous, pour 0 on convient que c'est la position marquée 16 sur le tableau…

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

M1 doit avoir associé la position choisie et sa traduction sous forme de somme de certains termes parmi les puissances de 2 que sont 1, 2, 4, 8 et il doit savoir quels oui ou non il va donner dans l'ordre. M2 doit faire la transformation inverse.
M2 et M1 concluent ensemble : il y a un truc mathémagique qui permet la réussite de ce tour (à vous de le trouver), et **« Oui, les maths peuvent être, aussi, un talent de société ! ».**

 ABEL Niels Henrik 1802-1829	 BEZOUT Etienne 1730-1783	 CAUCHY Augustin-Louis 1789-1857	 CANTOR Georg 1845-1918
 DEDEKIND Richard Julius Wilhelm 1831-1916	 EULER Leonard 1707-1783	 FERMAT Pierre (de) 1601-1665	 FIBONACCI (Leonard de Pise) 1180-1250
 FOURIER Joseph 1768-1830	 GALOIS Evariste 1811-1832	 GAUSS Carl Friedrich 1777-1855	 GODEL Kurt 1906-1978

			
HILBERT David 1862-1943	KHAYAM Omar 1048-1131 (ou 1122)	GERMAIN Sophie 1776-1831	MONGE Gaspard 1746-1818

Tour n°8 : « Repérage analogique avec 52 cartes »

Déroulement

Le spectateur est invité à penser à une carte d’un jeu de 52.

Le magicien prend un jeu qu’il a préparé, le tient verticalement faces cachées pour lui, et sans regarder les cartons sur lesquels sont représentés des cartes il demande au spectateur s’il voit alors une carte de même valeur que celle qu’il a choisie.

Le spectateur doit répondre oui ou non à chaque proposition du magicien.

Première tentative : AC, 7T, 5P, VK, 9K, 3K.
Deuxième tentative : VC, 10T, 2P, 6P, 7K, 3T.
Troisième tentative : 6T, 4T, 7C, 5K, 6K, DK.
Quatrième tentative : 9C, 8P, 10P, VT, 10K, DP.

Après ces quatre tentatives, le magicien augmente le choix et change de question :

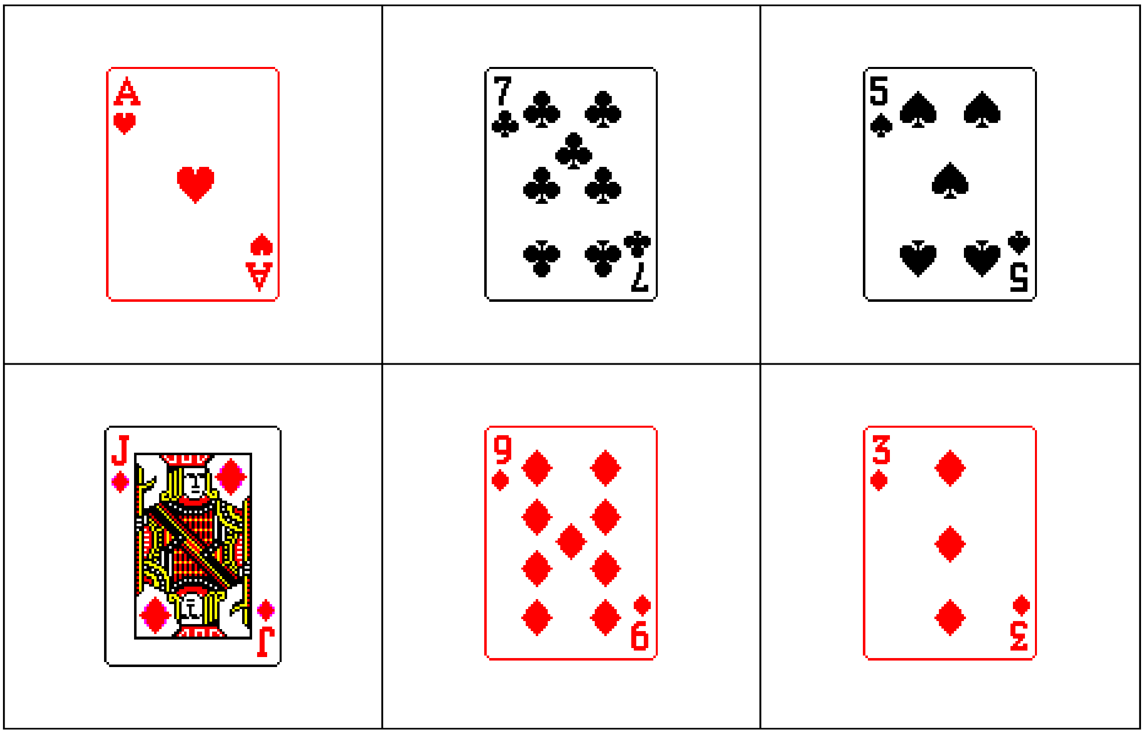
- voyez-vous une carte de même famille que la vôtre sur les cartons suivants ?

Cinquième tentative : 6C, 2C, 8K, 5T, 5C, AK, RK.
Sixième tentative : 9T, 2K, 8T, VP, RP, AT, 4P.
Septième tentative : DT, 9P, DC, RT, 3C, 2T, 3P.

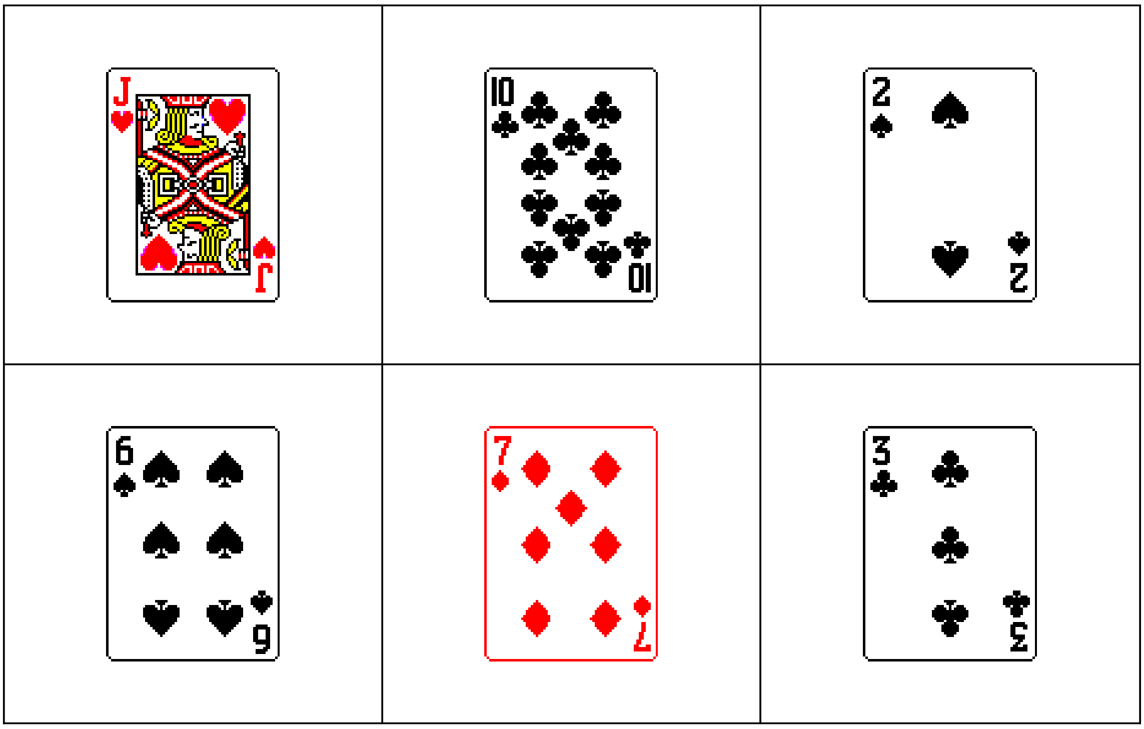
Le magicien qui a seulement entendu les sept réponses « oui » ou « non » peut alors dire le nom de la carte choisie.

Selon les tentatives les cartons seront appelés K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7.

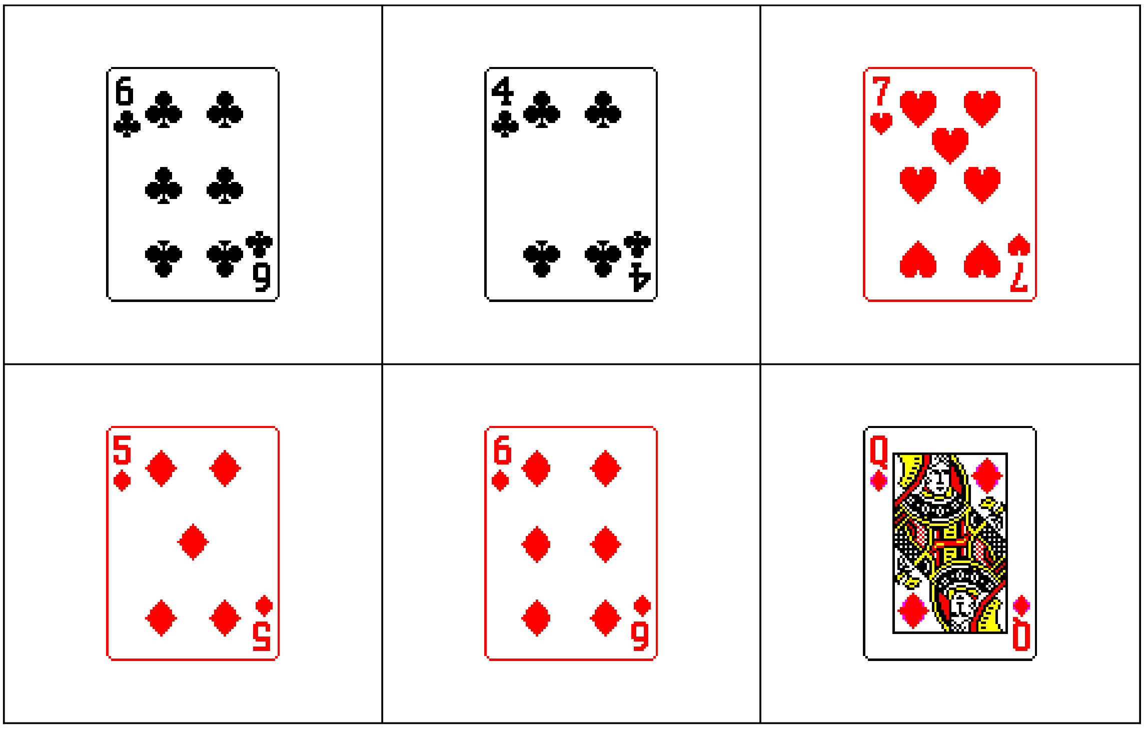
K1 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?



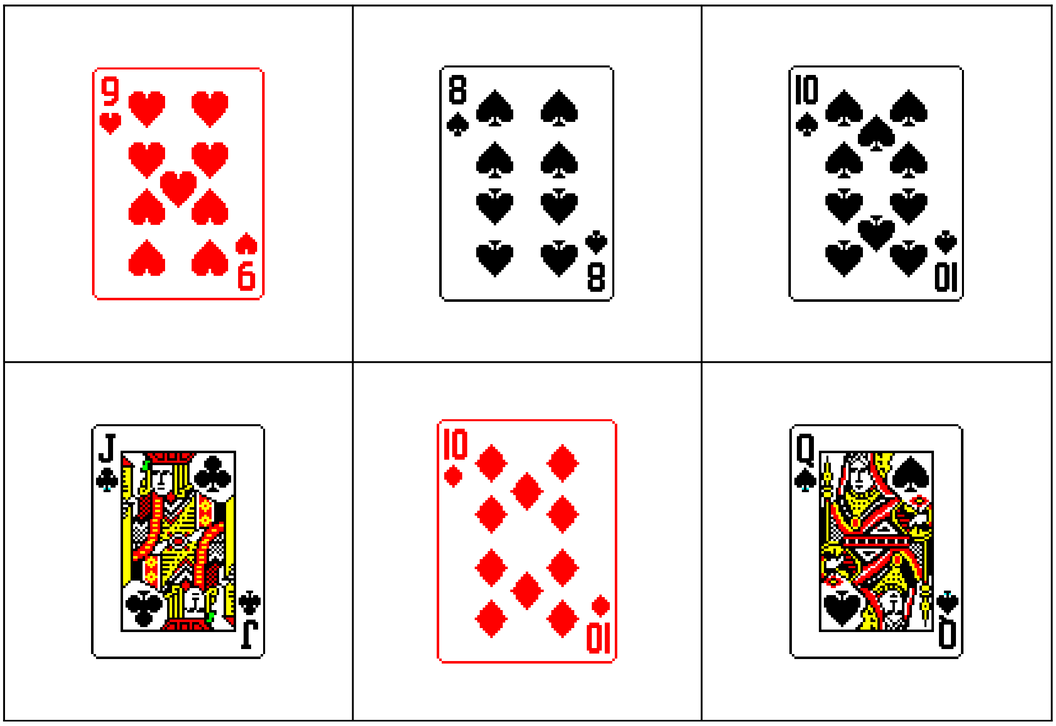
K2 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?



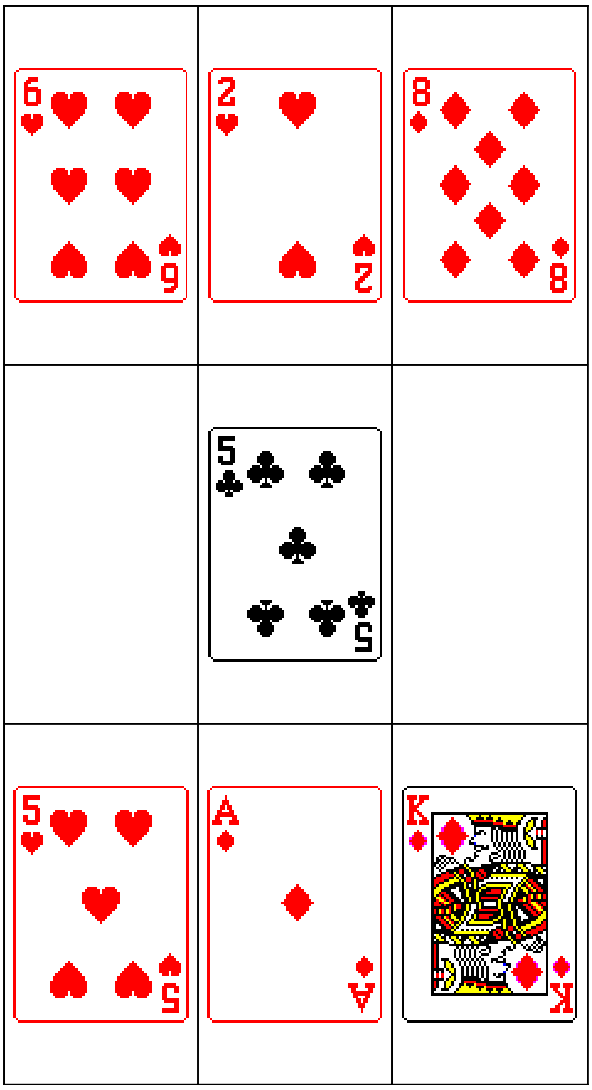
K3 **Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?**



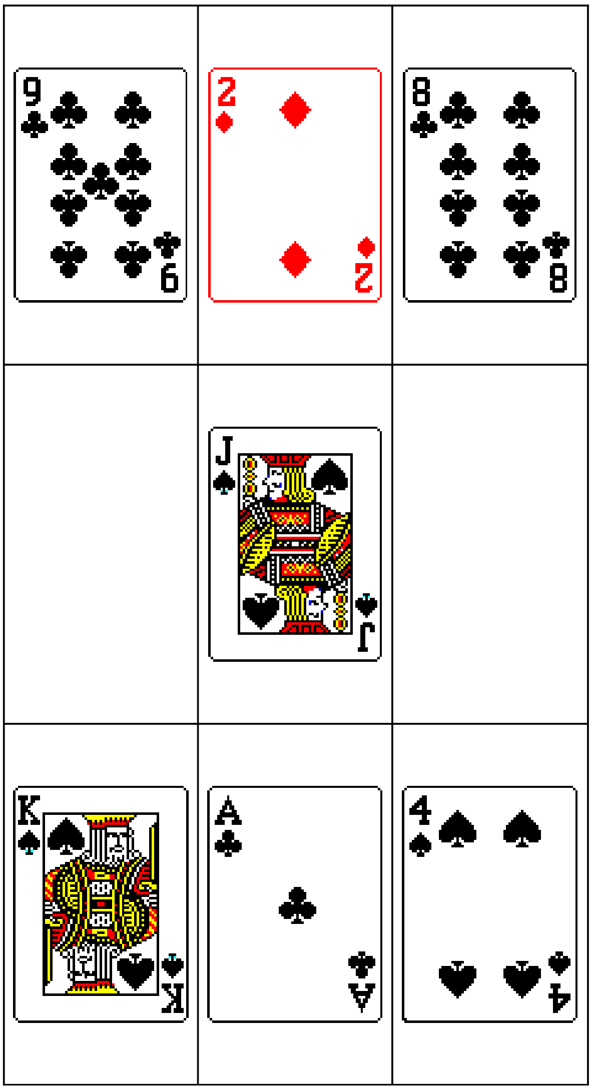
K4 **Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?**



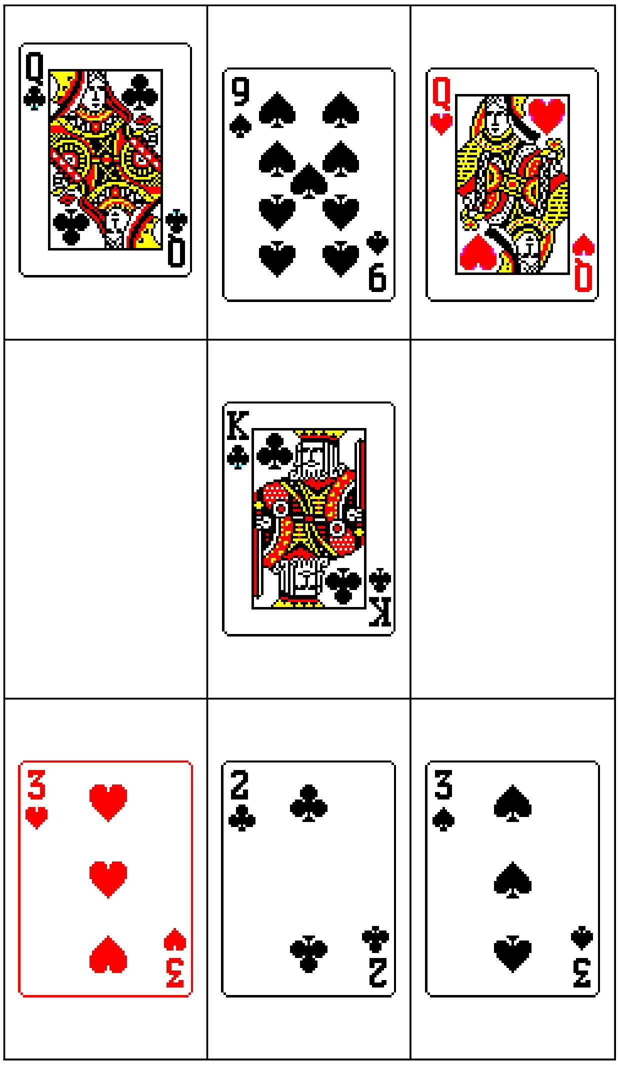
K5 **Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?**



K6 **Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?**



K7 **Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?**



Comment ça marche, et pourquoi ça marche ?

Explication : la tactique du magicien…

Intéressons-nous aux quatre premières propositions seulement d'abord.

Un « oui » pour la première proposition K1 est comptabilisé pour 1, un « oui » pour la deuxième K2 est compté 2, un « oui » pour la troisième K3 vaut 4 et un « oui » pour la K4 vaut 8. Un non est comptabilisé 0. On totalise les valeurs des quatre premières indications du spectateur.

Cela vous rappelle la décomposition d'un nombre en une somme de puissances de 2 ?

Il n'y a qu'un as, il est dans le carton de valeur 1, qu'un deux il est dans le carton de valeur 2, qu'un quatre, il est dans le carton de valeur 4, qu'un huit, il est dans le carton de valeur 8.

La seule valeur de carte présente dans les cartons de valeurs 1 et 2 est un 3 (1+2=3).

Et ainsi de suite, par exemple si une carte est comptée 0+2+4+0 c'est un six, et si une carte est comptée 1+2+0+8, c'est un valet (11 = valet, 12 = dame). Si une carte est comptée quatre fois 0 c'est un roi : c'est la seule carte qui ne figure dans aucune des quatre premières propositions.

Maintenant que les quatre premières réponses du spectateur nous ont permis de trouver la valeur de la carte, il faut trouver sa famille. Intéressons-nous aux trois dernières propositions… Dans la cinquième il n'y a pas de pique, dans la sixième il n'y a pas de coeur, dans la septième il manque les carreaux. Le « non » dans une des trois dernières propositions indique la couleur de la carte choisie : c'est celle de la famille qui manque dans cette série. (Retenir pour les dernières propositions l'ordre P, C, K, T qui vous rappelle le bridge)

Exemple : pour le six de pique le spectateur répondra « non » à la cinquième proposition et le magicien pourra terminer de suite le tour. Pour le six de trèfle il faudra attendre la septième proposition : s'il y a eu trois « oui » aux cinquième, sixième et septième propositions, c'est que la carte est un trèfle.

Pourriez-vous adapter ce tour à un jeu de 32 cartes ?

Pourriez-vous réduire le nombre de cartons pour déterminer la famille ? (C'était 3 cartons, on peut faire mieux avec seulement 2)

C'est l'objet du tour suivant :

Tour n° 9 : « Repérage analogique, avec 32 cartes ».

Le magicien propose au spectateur de choisir mentalement une carte d'un jeu imaginaire de 32 cartes.

Le magicien propose alors au spectateur, successivement, 3 cartons sur lesquels des cartes sont représentées et pour lesquels le spectateur doit dire s'il voit, oui ou non, une carte de la même valeur que la carte choisie.

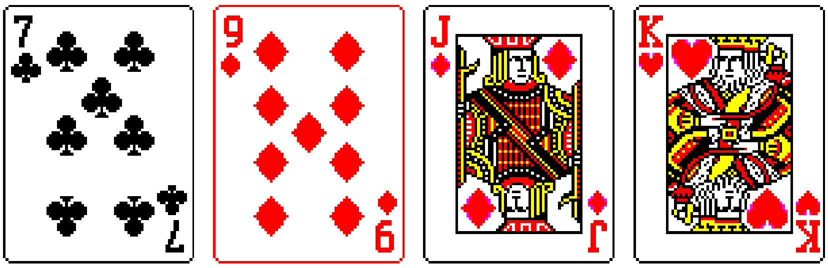
Ensuite le magicien montre successivement 3 autres cartons sur lesquels des cartes sont représentées et pour lesquels le spectateur doit dire s'il voit une carte de la même famille que la carte choisie.

Le magicien peut alors donner le nom de la carte choisie par le spectateur…

Comment fait-il ?

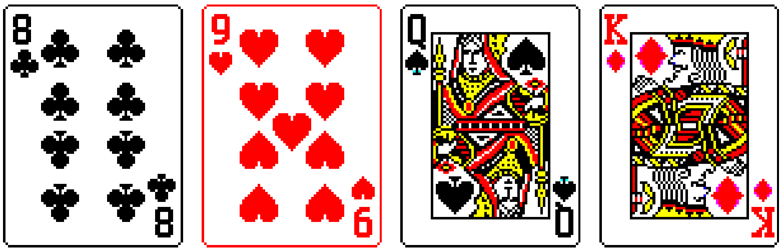
Carton 1 :

Voyez-vous une carte
de même valeur que la vôtre ?



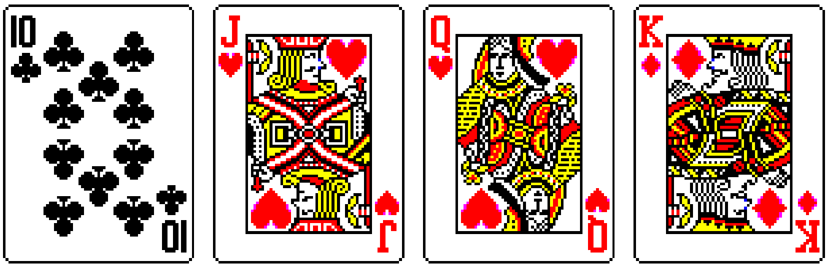
Carton 2 :

Voyez-vous une carte
de même valeur que la vôtre ?

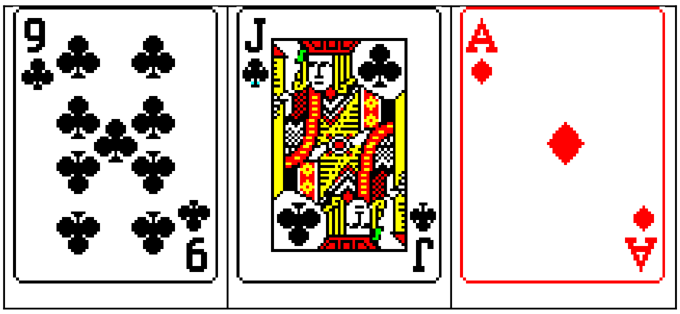


Carton 3 :

Voyez-vous une carte
de même valeur que la vôtre ?

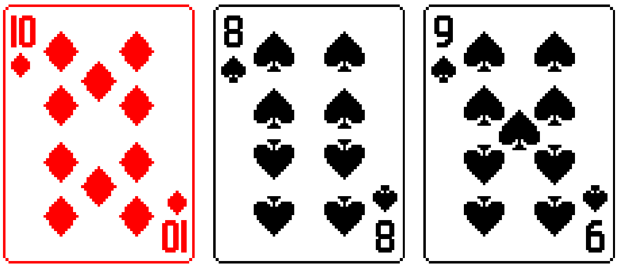


Carton 4 :



Voyez-vous une carte
de même famille que la vôtre ?

Carton 5 :



Voyez-vous une carte
de même famille que la vôtre ?

Explications

La valeur de la carte… ?

Il y a 8 valeurs possibles de cartes : elles sont numérotées de 1 pour le 7, et 2 pour le 8, etc. jusqu'à 7 pour le roi ; l'as se voit attribuer la valeur 0.

Le premier carton est associé au nombre 1, le deuxième au nombre 2, le troisième 4. Quand le spectateur dit « oui je vois la bonne valeur », le magicien compte la valeur du carton, et 0 sinon. On peut ainsi obtenir, en totalisant les trois nombres, un nombre de 0 à 7.

Le 7 ne figure que dans le premier carton (1), le 8 ne figure que dans le deuxième (2), le 9 figure dans les deux premiers (1+2=3). Le 10 ne figure que dans le troisième carton correspondant au nombre 4. Le valet figure dans les premier et troisième cartons (1 + 4 =5).

La dame figure dans les deuxième et troisième cartons (2+4 = 6).

Le roi figure dans les trois cartons (1+2+4 = 7).

L'as ne figure jamais (0).

Il suffit d'ajouter 6 au total obtenu pour sept types de cartes (1+6 = 7 pour le 7, 2+6 = 8 pour le 8, etc., 7+6=13 pour le roi) et on obtient la valeur de la carte choisie. Le cas de l'as est particulier, on retient que le total 0 correspond à l'as.

La famille de la carte… ?

Le carton n° 4 est fourni en trèfle et carreau, c'est tout.
Le carton n° 5 est fourni en carreau et pique c'est tout.
Les deux réponses obtenues à la question répétée « voyez-vous une carte de même famille que la vôtre » permettent de distinguer 4 cas de réponses.

Carton 4	Carton 5	Famille à trouver
oui	oui	Carreau
oui	non	Trèfle
non	oui	Pique
non	non	Coeur

Avec deux cartons on peut donc trouver la famille.

Voici un nouveau tour, plus simple que le précédent, basé sur la propriété :
« En utilisant les valeurs 1, 2, 4, 8 une fois au maximum chacune, on peut, par addition, obtenir tout nombre de 0 à 15. Ainsi 11=8+2+1 ; 15 = 8+4+2+1 ; 7 = 4+2+1, etc. »

Tour n° 10 : « Le verre, l'enveloppe, et le jeu »

Préparation

Le magicien place l'as de trèfle, le 2 de cœur, le 4 de pique et le 8 de carreau sous son jeu de 52 cartes. Il place en haut du jeu, sans prêter importance aux familles, treize cartes de valeurs successives décroissantes (de 13 à 1) : R-D-V-10-9-8-7-6-5-4-3-2-as. Et enfin le magicien écrit sur un papier le nombre 14, qu'il place dans une enveloppe qui sera présente sur la table pendant le tour qui va suivre…

Déroulement

Le magicien arrive avec son jeu de cartes, une enveloppe qu'il jette sur la table, et un verre. Il explique qu'il va placer quatre cartes dans ce verre, après les avoir prélevées dans son jeu. Il les montre : (1T, 2C, 4P, 8K), et indique que les quatre familles étant représentées, il est sûr de pouvoir prédire avec elles la famille de n'importe quelle carte qui serait choisie par un spectateur. Il ajoute que pour prédire la valeur d'une carte (de 1 à 13) c'est plus difficile, mais qu'il va y arriver. Il demande à un premier spectateur de couper son paquet des 48 cartes qui restent (faces cachées), et de désigner soit la partie supérieure soit la partie inférieure de la coupe…

Si le spectateur désigne la partie supérieure, le magicien la prend et la donne à un deuxième spectateur qui a pour mission de la conserver et de ne pas y toucher pour l'instant. Il donne la partie inférieure au premier spectateur.

Si le premier spectateur désigne la partie inférieure, le magicien la lui donne, puis confie à un deuxième spectateur la partie supérieure.

Dans tous les cas, le premier spectateur doit avoir la partie inférieure du jeu (celle qui ne contient pas les cartes préparées de valeurs allant de 13 à 1), et le deuxième spectateur la partie de jeu contenant la série préparée de cartes.

Le premier spectateur est invité à battre son jeu, à y prélever une carte, et à la montrer.

Le magicien prend alors dans son verre la carte de même valeur, ou les cartes dont il faut ajouter les valeurs pour obtenir celle qui vient d'être choisie. Il dit avoir réussi son premier challenge, mais en annonce un deuxième beaucoup plus difficile…

Dans le verre il reste soit une carte d'une certaine valeur, soit plusieurs cartes : dans ce dernier cas on ajoute leurs valeurs. Le magicien demande au deuxième spectateur de regarder dans son paquet, depuis le haut, la carte dont la position correspond à la valeur en question. Par exemple s'il reste uniquement le 4P on regarde la quatrième carte, s'il reste le 4P et le 8K on regarde la 12^{e}. (Notons que le verre ne peut être vide car cela correspondrait à la valeur 15 pour le premier spectateur, et que le verre ne peut contenir l'as seul car cela correspondrait à la valeur 14 pour le premier spectateur ; les valeurs 14 et 15 n'existent pas dans nos cartes.)

Le deuxième spectateur doit maintenant ajouter, à la valeur de la carte qu'il vient ainsi de sélectionner dans son paquet, sa position. Par exemple si la carte qu'il doit regarder est la 12^{e} et si c'est un deux, il calcule 12+2 = 14 ; si la carte qu'il doit regarder est la 4^{e} et si c'est un dix il calcule 4+10 =14.

Le magicien donne alors son enveloppe au deuxième spectateur qui déplie la prédiction : elle se révèle juste : 14.

Explication

Voici de 1 à 13 les cartes du verre nécessaires pour obtenir la bonne valeur…

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (valet)	12 (dame)	13 (roi)
1	2	1+2	4	1+4	2+4	1+2+4	8	1+8	2+8	1+2+8	4+8	1+4+8

Merci à la base deux ! Toute valeur de carte peut être obtenue à partir de nos quatre cartes.

Voici ce qui peut rester dans le verre, et la valeur de la carte de la moitié supérieure du jeu associée à la position donnée par la valeur du verre.

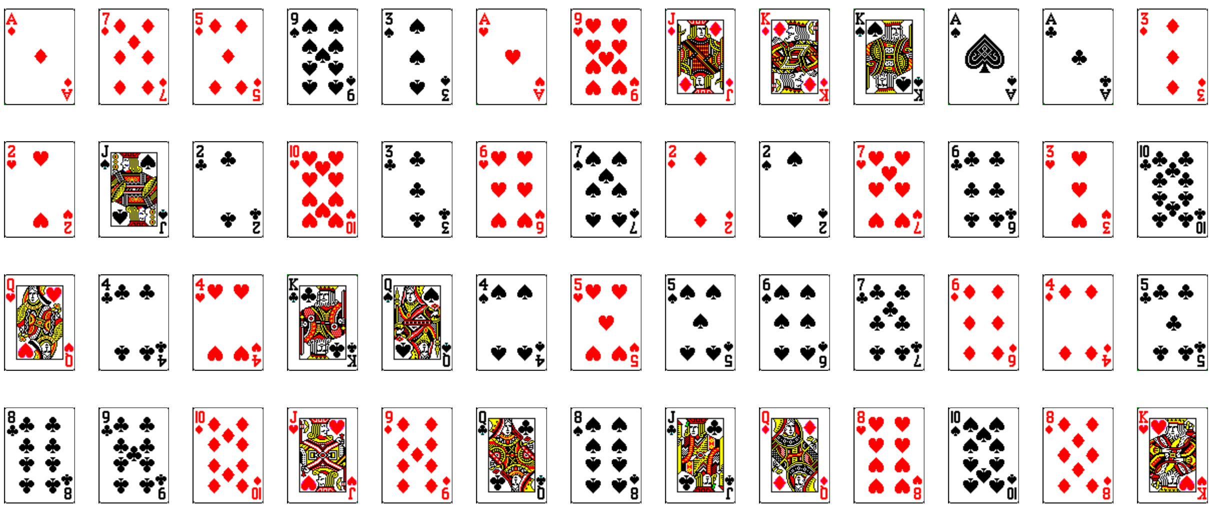
Ce qui reste	1+4+8	4+8	1+2+8	2+8	1+8	8	1+2+4	2+4	1+4	4	1+2	2
Valeur du verre	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
Valeur de la carte placée à cette position	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (valet)	12 (dame)
Total : valeur de la carte + sa position	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14

Vous constaterez qu'on arrive toujours dans ces douze cas à valider la prédiction de 14, mais peut-être verrez-vous qu'il manque un cas…
Si le premier spectateur a choisi un as, il reste dans le verre une valeur totale de 2+4+8 = 14.
Dans ce cas le magicien ne fait pas compter le deuxième spectateur pour trouver la 14^{e} carte, il se contente d'ouvrir son enveloppe qui donne la valeur totale de ce qui reste dans le verre (14) et c'est peut-être encore plus surprenant.

Tour N° 11 : « Esprit binaire ».

Préparation

Un jeu de 52 cartes doit avoir été arrangé préalablement par le magicien, du haut (première carte en haut à gauche) vers le bas (dernière carte en bas à droite) de façon à ce que l'étalage en 4 rangées de 13 cartes soit le suivant... (Voir en Annexe d'autres possibilités)



En fait les 13 cartes de la première ligne peuvent être mélangées entre elles, les 13 cartes de la deuxième ligne peuvent être mélangées entre elles, de même pour la troisième rangée, puis la quatrième. On veillera simplement à ce que les 4 cartes faisant les 4 coins de l'ensemble rectangulaire des 52 cartes soient constituées de trois familles exactement : deux d’une même famille (par exemple deux carreaux) aux extrémités d’un bord, une carte d’une deuxième famille, une carte d’une troisième famille aux extrémités de l’autre bord (par exemple un trèfle et un cœur). Il faut qu’une famille soit absente parmi ces quatre coins.

Déroulement

Le magicien demande au spectateur de penser à une carte d’un jeu de 52 cartes (notons-la « C »). Il montre ensuite la première ligne de 13 cartes du jeu étalé et demande s’il y a dans cette rangée une carte de même valeur que la carte choisie (de 1 à 10, ou valet = 11, dame = 12, roi = 13). Le spectateur répond oui ou non.

Le magicien montre ensuite la deuxième ligne et pose la même question. Le spectateur répond oui ou non.

Le magicien indique avec ses deux mains deux cartes situées en diagonale sur deux coins de l’ensemble rectangulaire des 52 cartes (exemple : as de carreau, roi de cœur) et demande si l’une de ces cartes est de la même famille (T, C, P, K) que la carte choisie. Le spectateur répond oui ou non.

Le magicien montre ensuite la troisième ligne de 13 cartes du jeu étalé et demande s’il y a dans cette rangée une carte de même valeur que la carte choisie. Le spectateur répond oui ou non.

Le magicien montre ensuite la quatrième et dernière ligne et pose la même question. Le spectateur répond oui ou non.

Enfin, le magicien indique avec ses deux mains les deux cartes situées en diagonale sur les deux coins non utilisés de l’ensemble des 52 cartes (dans l’exemple : 8 de trèfle, 3 de carreau) et demande si l’une de ces cartes est de la même famille que la carte choisie. Le spectateur répond oui ou non.

Le magicien déclare alors au spectateur qu’il sait quelle est la carte « C ».

Explication

L’étalage correspond à une distribution 1-2-4-8 basée sur la numération en base deux. *Vous trouverez **en Annexe** les détails mathématiques de la constitution des quatre rangées de 13 cartes, mais il est préférable d’avoir lu auparavant les pages qui suivront et qui sont consacrées à l écriture en système binaire.*

Pour trouver la valeur de la carte choisie « C » le magicien doit additionner quatre nombres :
A la réponse concernant la ligne 1, le magicien compte 0 pour non, 1 pour oui.
A la réponse concernant la ligne 2, le magicien compte 0 pour non, 2 pour oui.
A la réponse concernant la troisième ligne qui vaut 4, le magicien compte 0 pour non, 4 pour oui.
A la réponse concernant la dernière ligne qui vaut 8, le magicien compte 0 pour non, 8 pour oui.
Par exemple les réponses dans l’ordre « oui, non, oui, oui » donnent à calculer :
1+0+4+8 = 13 et le magicien sait que la valeur de la carte est 13, c’est à dire que c’est un roi.

Pour trouver la famille de la carte choisie, il faut être attentif aux deux réponses pas encore utilisées parmi les six faites par le spectateur.

Il y a deux cartes de même famille (ex. carreau) dans les extrémités des diagonales, et donc dans les deux questions concernant les coins :

- si le spectateur a répondu deux fois oui, c’est cette famille la bonne (ex. carreau).
- si le spectateur a répondu une fois oui et une fois non, c’est la famille associée au oui, et qui n’est pas en double, qui est la bonne. Par exemple avec un oui pour

« carreau et cœur » et un non pour « carreau et trèfle », c’est « cœur » la bonne famille.

- pour une double réponse non, c’est la famille deux fois absente qui est la bonne (dans notre exemple : pique).
- Les quatre réponses possibles « oui-oui », « non-non », « non-oui », « oui-non » permettent de caractériser les quatre familles

Le magicien sait maintenant la valeur et la famille de la carte choisie, donc il connaît cette carte : il peut révéler son nom maintenant…

Il est temps de passer à l'écriture des nombres en système binaire c'est-à-dire à l'aide de deux symboles seulement : le 0 et le 1…

Voici d'abord un tour qu'on peut faire avec des enfants de 8 ans.

Tour n°12 : « Les 4 cartons »

Matériel : les 4 cartons ci-dessous

Carton N°1				Carton N°2				Carton N°3				Carton N°4			
1	3	5	7	2	3	6	7	4	5	6	7	8	9	10	11
9	11	13	15	10	11	14	15	12	13	14	15	12	13	14	15

Déroulement

Le magicien demande à une personne de choisir un nombre de 1 à 15, et lui dit qu'il va deviner lequel c'est. Il propose le premier carton :
- le nombre choisi est-il écrit dessus, oui ou non ?
Le magicien continue avec le deuxième carton, puis le troisième, et enfin le quatrième, en posant toujours la même question :
- le nombre choisi est-il écrit dessus ?
Le magicien réussit à dire alors quel était le nombre choisi.

Explication

Chaque carton se voit attribué une valeur 1, 2, 4 ou 8.
Quand le spectateur répond qu'on ne voit pas le nombre, le magicien compte 0 pour ce carton. Quand on répond « oui le nombre est présent » le magicien compte selon le carton soit 1, soit 2, soit 4, soit 8. Puis il ajoute les quatre nombres obtenus grâce aux quatre cartons.

Carton N°1 (oui =1)				Carton N°2 (oui =2)				Carton N°3 (oui =4)				Carton N°4 (oui =8)			
1	3	5	7	2	3	6	7	4	5	6	7	8	9	10	11
9	11	13	15	10	11	14	15	12	13	14	15	12	13	14	15

Exemple : oui-oui-non-oui donne le nombre 1 + 2 + 0 + 8 = 11. Le spectateur avait choisi le nombre 11.

Pourquoi ce tour réussit-il ?

On peut décomposer tous les nombres de 1 à 15 en une somme de certains des nombres 1, 2, 4, 8 (qu'on appelle des puissances de deux), chacun d'eux figurant une fois au maximum. Chaque nombre de 1 à 15 se décompose ainsi d'une seule manière. Ces 15 décompositions « en base deux » sont différentes et correspondent à des réponses différentes avec des « oui » et « non ».

1 = 1 + 0 + 0 +0 associé à oui-non-non-non
2 = 0 + 2 + 0 +0 associé à non-oui-non-non
3 = 1 + 2 + 0 +0 associé à oui-oui-non-non
4 = 0 + 0 + 4 +0 associé à non-non-oui-non
5 = 1 + 0 + 4 +0 associé à oui-non-oui-non
6 = 0 + 2 + 4 +0 associé à non-oui-oui-non
7 = 1 + 2 + 4 +0 associé à oui-oui-oui-non

8 = 0 + 0 + 0 + 8 associé à non-non-non-oui
9 = 1 + 0 + 0 + 8 associé à oui-non-non-oui
10 = 0 + 2 + 0 + 8 associé à non-oui-non-oui
11 = 1 + 2 + 0 + 8 associé à oui-oui-non-oui
12 = 0 + 0 + 4 + 8 associé à non-non-oui-oui
13 = 1 + 0 + 4 + 8 associé à oui-non-oui-oui
14 = 0 + 2 + 4 + 8 associé à non-oui-oui-oui
15 = 1 + 2 + 4 + 8 associé à oui-oui-oui-oui

Concrètement :

- Le carton n°1 est constitué de tous les nombres (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) pour lesquels il faut utiliser le nombre 1 dans la décomposition en somme de puissances de deux.
- Le carton n°2 constitué de tous les nombres (2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15) pour lesquels il faut utiliser le nombre 2 dans la décomposition en somme de puissances de deux.
- Le carton n°3 est constitué de tous les nombres (4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15) pour lesquels il faut utiliser le nombre 4 dans la décomposition en somme de puissances de deux.
- Le carton n°4 est constitué de tous les nombres (de 8 à 15) pour lesquels il faut utiliser le nombre 8 dans la décomposition en somme de puissances de deux.

Quand on répond « oui » ou « non » on admet la présence ou non du nombre (soit 1, soit 2, soit 4, soit 8) dans la somme à calculer. Il convient d'ajouter tous les nombres associés aux réponses « oui » pour obtenir le nombre choisi.

Nous allons voir maintenant comment écrire les nombres autrement qu'avec notre présentation habituelle qui est décimale et utilise les dix symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Tour n° 13 : « Les 6 cartes binaires… »

Au lieu d'utiliser les dix chiffres de 0 à 9 pour écrire les nombres on peut n'en utiliser que deux, **le 0 et le 1** : c'est le système binaire cher aux informaticiens et aux électroniciens (avec 1 le courant passe, 0 il ne passe pas). Evidemment il a un inconvénient, il faut de la place pour écrire les nombres.

Le nombre…		s'écrira…					

1							1
2						1	0
3						1	1
4					1	0	0
5					1	0	1
6					1	1	0
7					1	1	1
8				1	0	0	0
9				1	0	0	1
10				1	0	1	0
11				1	0	1	1
12				1	1	0	0
13				1	1	0	1
14				1	1	1	0
15				1	1	1	1
16			1	0	0	0	0
17			1	0	0	0	1
18			1	0	0	1	0
19			1	0	0	1	1
20			1	0	1	0	0
21			1	0	1	0	1
22			1	0	1	1	0
23			1	0	1	1	1
24			1	1	0	0	0
25			1	1	0	0	1
26			1	1	0	1	0
27			1	1	0	1	1
28			1	1	1	0	0
29			1	1	1	0	1
30			1	1	1	1	0
31			1	1	1	1	1
		Valeur de la colonne…	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$

Ainsi le nombre qui s’écrit habituellement 17 s’écrira 10001 en base deux
(17 = 1×16 + 0×8 + 0×4 + 0×2 + 1).
Chaque nombre a une écriture unique en base deux et ne peut être confondu avec un autre.

Comment traduire un nombre écrit en base deux ?
Il faut ajouter différentes valeurs de puissances de deux :
le chiffre le plus à droite donne 0 ou 1
le suivant en allant vers la gauche donne 2 multiplié par 0 ou 1
puis le troisième en continuant vers la gauche donne 4 multiplié par 0 ou 1
le quatrième donne 8 multiplié par 0 ou 1,
etc..
Ainsi le nombre qui s’écrit 10111 en base deux donne 1+1×2+1×4+0×8+1×16 = 23 en base décimale.

A vous de travailler :

Poursuivez le travail de traduction et écrivez les nombres de 32 à 63 en base deux sur le modèle du tableau ci-dessus.

Voici la réponse :

Le nombre…		s'écrira…					
32		1	0	0	0	0	0
33		1	0	0	0	0	1
34		1	0	0	0	1	0
35		1	0	0	0	1	1
36		1	0	0	1	0	0
37		1	0	0	1	0	1
38		1	0	0	1	1	0
39		1	0	0	1	1	1
40		1	0	1	0	0	0
41		1	0	1	0	0	1
42		1	0	1	0	1	0
43		1	0	1	0	1	1
44		1	0	1	1	0	0
45		1	0	1	1	0	1
46		1	0	1	1	1	0
47		1	0	1	1	1	1
48		1	1	0	0	0	0
49		1	1	0	0	0	1
50		1	1	0	0	1	0
51		1	1	0	0	1	1
52		1	1	0	1	0	0
53		1	1	0	1	0	1
54		1	1	0	1	1	0
55		1	1	0	1	1	1
56		1	1	1	0	0	0
57		1	1	1	0	0	1
58		1	1	1	0	1	0
59		1	1	1	0	1	1
60		1	1	1	1	0	0
61		1	1	1	1	0	1
62		1	1	1	1	1	0
63		1	1	1	1	1	1
	Valeur de la colonne…	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$

Observons maintenant les six cartes ci-dessous que vous pourriez photocopier puis découper…
Chaque carte sera désignée pour aller plus vite par son nombre écrit en haut à gauche.

Vérifiez que :

1) chaque carte peut être désignée par une puissance de 2.
2) dans la carte « 1 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 à droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte
3) dans la carte « 2 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en deuxième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte

4) dans la carte « 4 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en troisième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte
5) dans la carte « 8 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en quatrième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte
6) dans la carte « 16 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en cinquième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte.
7) dans la carte « 32 » il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en sixième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte.

Abordons maintenant le tour de magie…

Rangez les cartes faces visibles devant vous dans l'ordre carte « 1 », puis en dessous carte « 2 », carte « 4 », carte « 8 », carte « 16 », carte « 32 ».

Demandez à un spectateur de choisir un nombre entre 1 et 63, et dites-lui que vous allez le trouver rapidement grâce à vos pouvoirs de mémoire.

Tournez le paquet devant votre spectateur, carte « 1 » visible pour lui, et demandez lui :

- dans cette carte, y a t-il votre nombre ? (s'il répond oui comptez 1, s'il répond non comptez 0)

Faites passer la carte « 1 » derrière (pour le spectateur) le paquet. Le spectateur a devant les yeux la carte « 2 ».

- dans cette carte, y a t-il votre nombre ? (s'il répond non comptez 0, s'il répond oui comptez 1×2, et ajoutez ce nombre au nombre précédent dû à la première carte)

Continuez ainsi pour les cartes « 4 », « 8 », « 16 », « 32 », en ajoutant soit 0 quand on répond non, soit une fois le nombre écrit en haut et à gauche de la carte, et faites votre total : c'est le nombre choisi. Vous pouvez l'annoncer fièrement à votre spectateur.

Vous pouvez faire croire que vous êtes capable d'avoir en tête les nombres qui sont sur chacune des six cartes, puis êtes capable de retrouver le nombre qui serait commun à toutes les cartes auxquelles le spectateur a répondu « oui ». En fait dans ce tour vous demandez sans qu'il le sache à votre spectateur quelle est l'écriture de son nombre en base deux :

- pour la première carte il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture à droite
- pour la deuxième carte il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^1
- pour la troisième carte il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^2
- etc…

Le spectateur vous livre son nombre sans s'en rendre compte, génial, non ?
C'est comme si, dans notre notation décimale habituelle, vous faisiez choisir un nombre de trois chiffres (mettons le nombre 456), puis demandiez qu'on vous dise quel est le chiffre des unités (c'est 6), puis quel est le chiffre des dizaines (c'est 5), et enfin quel est le chiffre des centaines (c'est 4) ! Vous n'auriez aucun mal à donner l'écriture en trois chiffres de ce nombre en numération décimale (c'est 456).

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31
33	35	37	39
41	43	45	47
49	51	53	55
57	59	61	63

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31
34	35	38	39
42	43	46	47
50	51	54	55
58	59	62	63

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31
36	37	38	39
44	45	46	47
52	53	54	55
60	61	62	63

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31
40	41	42	43
44	45	46	47
56	57	58	59
60	61	62	63

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

32	33	34	35
36	37	38	39
40	41	42	43
44	45	46	47
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

Voici d'autres tours apparentés au précédent, mais n'utilisant que des cartes ordinaires.

Tours n° 14 (plusieurs présentations) : « La puissance du jeu de 32 cartes… »

Déroulement

Prenez un jeu de 32 cartes. Faites choisir une carte de l'œil. Partagez le jeu en deux moitiés de 16 cartes, montrez-en une. Demandez si la carte est dans cette moitié… Conservez la moitié qui contient la carte, jetez l'autre. Partagez de nouveau les cartes que vous avez en main en deux moitiés égales (de 8 cartes), choisissez-en une, demandez si c'est celle qui contient la carte, gardez le bon tas, jetez l'autre… Continuez ainsi : en 5 manipulations vous aboutissez, à partir de 32 cartes, à 16, puis 8, 4, 2 et enfin une seule carte, la bonne. Ce n'est pas un hasard si $2^5 = 32$. Même s'il n'est pas matheux, il est probable que votre interlocuteur va comprendre et dire que votre tour n'est pas terrible tellement il est évident !

Annoncez que **vous allez faire mieux**, en ne jetant aucune carte cette fois.
Faites choisir du regard une carte du jeu de 32. Distribuez sur une table, figures visibles, vos cartes alternativement en deux piles. Demandez à la fin de la distribution dans quel tas se trouve la carte choisie ; mettez ce tas en dessous de l'autre, en ramassant les tas faces cachées vers le haut. Recommencez la distribution alternative en deux tas, faces visibles, puis la reconstruction d'un paquet (faces cachées en haut) en mettant en dessous la moitié contenant la carte choisie.

En 5 opérations de ce genre, vous arriverez à placer la carte fatidique à la dernière place du paquet de 32. Comprenez-vous pourquoi ? Et si vous mettiez le paquet contenant la carte systématiquement au dessus de l'autre, où la carte choisie finirait-elle au bout des 5 opérations ?

Voici l'explication, mais vous n'êtes pas forcé de la lire avant d'avoir réfléchi !

A la deuxième opération, la carte choisie se trouve dans le quatrième quart du paquet. A la troisième opération elle est dans le huitième des huitièmes. A la quatrième, elle est dans le dernier seizième, et à la cinquième c'est le dernier trente-deuxième, donc la dernière carte.

Si l'on met le paquet contenant la carte systématiquement au dessus, la carte finira sur le dessus du paquet.

Tour n° 15 : « De plus en plus fort… »

Déroulement

La carte est choisie de l'oeil. Vous distribuez alternativement en deux tas faces visibles comme précédemment, mais vous allez systématiquement, quand vous ramassez tourner les tas faces cachées, et mettre le paquet de gauche par dessus, et le paquet de droite par dessous,: dites qu'ainsi il n'y aura jamais de manipulation suspecte… A chaque reconstitution de paquet, demandez si la carte était dans la moitié mise au dessus ou en dessous. A la fin de la cinquième manipulation tendez le paquet à votre victime et annoncez-lui que sa carte est à telle place (comptée à partir du haut du paquet) sur les 32 cartes du paquet…

Comptez ainsi :

- première opération, retenez 0 si la carte est dans la moitié du haut, 1 si elle est en bas
- deuxième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 2 si elle est en bas
- troisième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 4 si elle est en bas
- quatrième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 8 si elle est en bas
- cinquième opération, retenez 0 si la carte est en haut, 16 si elle est en bas.
- additionnez vos cinq nombres, ajoutez 1 : c'est la place de la carte à partir du haut du paquet présenté faces cachées.

Exemple : si vous avez mis, faces cachées, la moitié contenant la carte successivement :

au dessus, en dessous, en dessous, au dessus, en dessous, comptez :

0+2+4+0+16+1 = 23, la carte est la vingt-troisième.

Vous comprenez pourquoi la cinquième manipulation vous fait ajouter ou non 16 selon que la carte est dans la moitié du haut ou celle du bas. Peut-être voyez-vous moins bien pourquoi le choix précédent (le quatrième) conduit à un décalage de seulement 8 ? Manipulez, suivez le mouvement, vous finirez par trouver cela logique.

Et ce fameux « 1 » qu'on ajoute, d'où vient-il ?

Votre calcul d'addition de certaines puissances de 2 conduit au nombre de cartes qui se trouvent au dessus de la carte choisie. Vous ne pourriez pas trouver 0 comme position dans le cas de la carte placée sur le dessus, c'est la première.

En additionnant 1+2+4+8+16 vous devriez trouver la dernière carte or cela ne fait pas 32 mais 31 : il y a toujours ce décalage de 1 à corriger.

Bien sûr, vous pouvez présenter ce dernier tour tout seul, directement, il fait davantage d'effet, mais je vous ai proposé les précédents pour vous aider à comprendre progressivement ce qui se passe…

Explication

Ce tour est basé sur la numération en base deux, façon d'écrire les nombres qui utilise seulement deux chiffres : le 0 et le 1. Dans notre exemple, la position de la carte choisie à la fin, 23, correspond à un nombre de cartes au-dessus, soit 22, qui s'écrit en base deux 10110. Si vous associez 1 avec « la carte est dans le tas mis dessous » et 0 avec « la carte est dans le tas mis au-dessus » vous retrouvez, de droite à gauche dans la succession de chiffres nos empilements « dessus-dessous-dessous-dessus-dessous » signalés précédemment.

En résumé, voici ce qui peut se passer suite à la question : l**a carte choisie était-elle dans ce paquet de gauche mis au-dessus?**

Selon les réponses faites au magicien, quelle est la position de la carte choisie dans le paquet final, tarots (dos) visibles, de 1 sur le dessus à 32 en dessous ?
Pour la traduction : Oui la carte était à gauche = 0 ; non = 1.

1ère réponse	2è réponse	3è réponse	4è réponse	5è réponse	Traduction en binaire 1è réponse à droite , 5è à gauche	Conversion en base dix nombre n	Position de la carte p = n+1
O	O	O	O	O	00000	0	1
N	O	O	O	O	00001	1	2
O	N	O	O	O	00010	2	3
N	O	N	O	O	00101	3	4
O	O	N	O	O	00100	4	5
N	O	N	O	O	00101	5	6
O	N	N	O	O	00110	6	7
N	N	N	O	O	00111	7	8
O	O	O	N	O	01000	8	9
N	O	O	N	O	01001	9	10
O	N	O	N	O	01010	10	11
N	N	O	N	O	01011	11	12
O	O	N	N	O	01100	12	13
N	O	N	N	O	01101	13	14
O	N	N	N	O	01110	14	15
N	N	N	N	O	01111	15	16
O	O	O	O	N	10000	16	17
N	O	O	O	N	10001	17	18
O	N	O	O	N	10010	18	19
N	N	O	O	N	10011	19	20
O	O	N	O	N	10100	20	21
N	O	N	O	N	10101	21	22
O	N	N	O	N	10110	22	23
N	N	N	O	N	10111	23	24
O	O	O	N	N	11000	24	25
N	O	O	N	N	11001	25	26
O	N	O	N	N	11010	26	27
N	N	O	N	N	11011	27	28
O	O	N	N	N	11100	28	29
N	O	N	N	N	11101	29	30
O	N	N	N	N	11110	30	31
N	N	N	N	N	11111	31	32

La traduction des mouvements en binaire correspond au nombre de cartes qui seront posées au-dessus de la carte choisie à la fin des 5 manipulations.

Tour n°16 : « Le mathématicien et le magicien ».

Déroulement

Le magicien s'adresse aux spectateurs :

- « Vous voulez savoir la différence entre un mathématicien et un magicien ? Alors suivez ce tour qui a été inventé par Alex Elmsley (**)… Madame, mélangez ce jeu. Merci. Maintenant j'en tire 16 cartes pour exécuter mon tour : 1, 2, ..., et 16 ! »

Ce que le magicien n'a pas dit, c'est qu'en les comptant, il s'est arrangé pour regarder discrètement une carte, oh, juste une seule petite carte, la première qui est sous ses yeux quand on tient le paquet de 16 cartes faces visibles devant soi. Il a ainsi repéré par exemple le 8 de cœur. Puis il a poursuivi :

- « Honorable spectatrice, pensez à un nombre entier compris entre 1 et 16. Gardez-le pour vous. Regardez le paquet, que je présente les faces visibles tournées vers vous, et comptez les cartes, à partir de la première carte visible, et jusqu'à celle qui est à la position qui correspond à votre nombre. Mémorisez cette carte, mais laissez toutes les cartes à leur place !

Voici pour commencer le tour du mathématicien …»

Le magicien prend le jeu dans la main droite, les faces visibles toujours tournées vers le public, puis il les fait passer une à une vers la main gauche, toujours sans les regarder, sans en changer l'ordre, mais en les décalant légèrement : une d'abord vers le haut, puis une vers le bas, une vers le haut, une vers le bas, etc. Il tient donc deux moitiés de jeu dans sa main gauche l'une au-dessus de l'autre, faces visibles par les spectateurs. Puis il demande :

- « Votre carte est-elle plutôt en haut ou en bas ? »

Il dégage alors le groupe qui lui est signalé (haut ou bas). C'est un groupe de huit cartes qu'il fait passer devant l'autre groupe (ceci vu côté spectateur). Il recommence alors l'expérience précédente une deuxième fois, une troisième, puis une quatrième fois, et il annonce alors que la carte choisie se trouve en première position (visible par les spectateurs) ! Le magicien poursuit :

- « Pour un mathématicien, chaque expérience consiste à restreindre le nombre de choix possibles de votre carte. Après la première opération, la carte choisie se trouvait parmi les 8 premières sous vos yeux, après la deuxième parmi les 4 premières, après la troisième parmi les deux premières, elle est maintenant visible au-dessus du paquet après la quatrième opération : j'ai retrouvé votre carte et je l'ai mise devant vos yeux ! »

Il enchaîne alors :

- « Ca, c'est un tour de mathématicien : un peu lourd, on sent le calcul derrière, la réflexion.

Voilà maintenant un tour de magicien :

Vous vous rappelez le nombre que vous avez choisi tout à l'heure ? Je ne le connais toujours pas. Eh bien, je retourne le paquet, il est maintenant faces cachées sur le haut. Cherchez la carte située à la position correspondant à votre nombre, depuis le haut. Concentrez-vous sur elle que je puisse lire dans vos pensées... Ca y est ! J'ai trouvé ! Vous venez de me désigner le 8 de cœur !!! On retourne la carte en question et on constate que c'est bien du 8 de cœur qu'il s'agit. Et ça, c'est de la magie !!! »

Pourquoi, cher (chère) lecteur (lectrice) cette carte, le 8 de cœur, a-t-il fait l'échange de place avec la carte repérée au premier tour ? Oui pourquoi ? Cherchez un peu, avant de lire une aide à la compréhension du mécanisme ci-dessous !

Indication

Prenons un exemple : la carte choisie est en 7^{e} position et c'est la Dame de carreau, votre carte repérée est en 16^{e} position et c'est le 8 de cœur. A la fin de la première

manipulation, vous aurez, du devant face visible vers l’arrière du paquet, les cartes dont les positions numérotées de 1 à 16 au début se classent maintenant ainsi :
[1 - 3 - 5 - 7(DK) - 9 - 11 - 13 - 15] (en haut) ; [2 - 4 - 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16(8C)] (en bas)
A la fin de la deuxième manipulation :
[3 - 7(DK) - 11 - 15 - 4 - 8 - 12 - 16(8C)] (en haut) ; [1 - 5 - 9 - 13 - 2 - 6 - 10 - 14] (bas)
A la fin de la troisième manipulation :
[7(DK) - 15 - 8 - 16(8C) - 5 - 13 - 6 - 14] (en haut) ; [3 - 11- 4 - 12 - 1 - 9 - 2 - 10] (bas)
La dame de carreau est déjà bien placée sur le devant, mais votre carte n’est pas à la bonne position, il faut faire la quatrième manipulation :
[7(DK) - 8 - 5 - 6 - 3 - 4 - 1 - 2] (en haut) ; [15 - 16(8C) - 13 - 14 - 11 - 12 - 9 - 10] (bas)
Cette fois le huit de cœur est en septième position à partir du haut du paquet faces cachées, comme prévu.

Ce que nous venons de faire avec la position 7 au départ, il faudrait le faire avec toutes les possibilités de 1 à 16, pour vérifier que le tour fonctionne tout le temps. Ce n’est pas difficile mais c’est fastidieux… Vous trouverez en Annexe des compléments de solution. *(Vous pouvez la passer en première lecture. Une autre démonstration très courte sera donnée aussi plus loin)*

Remarques :

Il ne vous a pas échappé que le tour est présenté par un magicien, qui met naturellement la magie en valeur dans ses propos, un peu au détriment des mathématiques et de la logique. La magie est spectaculaire, vive, inattendue, on est émerveillé de ne pas comprendre…

Et pourtant, l’explication du long tour du mathématicien est courte, concentrée, à la fois abstraite et lumineuse, tout en relevant de la logique mathématique…

L’explication du bref tour du magicien est, de son côté, très longue, complexe, fastidieuse… Je goûte beaucoup ce paradoxe, et vous ?

(**) Alex Elmsley (1929-2006) était un informaticien britannique, spécialiste mondial reconnu de cartomagie.

Tour n°17 : « Le journal déchiré en 16 morceaux… »

Le magicien utilisera une double page de journal dépliée avec le pli en creux devant lui, la dimension horizontale étant toujours supérieure à la dimension verticale. Une double page publicitaire de photos de divers produits de consommation courante, ou de maisons à vendre fera bien l’affaire, car elle permettra de signaler facilement par ce qu’elle contient une des 16 zones de la double page qu’on obtiendra à la fin du tour.

Le magicien effectuera une découpe (déchirure) verticale selon l’axe du journal, et mettra (sans la retourner) soit la partie gauche en-dessous, soit la partie gauche au-dessus de l’autre partie du journal, puis tournera la pile de papier obtenue d’un quart de tour dans le sens des aiguilles d’une montre, de façon à avoir de nouveau la grande dimension sur l’horizontale. Ceci sera recommencé de sorte qu’à la fin il y ait eu 4 découpages verticaux, suivis de quart de tour à chaque fois, permettant d’obtenir 16 morceaux de papier empilés.

Considérons les 16 parties de la double page du journal en leur donnant un nom…

a	b	i	j
c	d	k	l
e	f	m	n
g	h	o	p

Nous allons nous intéresser à la case notée k. C'est celle que le magicien doit repérer avant de commencer son tour : il écrira en cachette ce qu'elle contient sur un bout de papier qui sera sa prédiction de départ du tour (par exemple : produit ménager à 6,45 euros, ou maison à La Rochelle à 450 000 euros), papier qui sera mis dans une enveloppe qui traînera sur la table sous les yeux du spectateur pendant toute la durée du tour auquel il participera.

Le magicien se présente devant le spectateur avec une pile de 16 petits cartons numérotés de 1 à 16, classés de 1 en haut à 16 en bas, mais présentés avec les écritures dessous. Il fait couper, compléter la coupe. Ceci plusieurs fois. Puis il éventaille les cartons et en fait choisir un au spectateur qui doit le poser sur la table sans regarder ce qui est écrit dessous.

Le magicien fait passer la partie de la pile qui était au-dessus du carton choisi sous l'autre partie de pile, tape l'ensemble perpendiculairement à la table comme pour égaliser le paquet, et avant de le poser définitivement sur la table, jette un œil au numéro qui est dessous. Ce numéro est égal au nombre choisi par le spectateur diminué de 1. Entraînez-vous jusqu'à avoir compris ce résultat et avoir rendu naturelle et rapide la manipulation. Le fait de couper ne trouble pas l'enchaînement des numéros de 1 en 1. Si vous voyez le 7, le spectateur a pris le 8 ; cas particulier : si vous voyez le 16, il a pris le 1.

Pour que le tour du journal déchiré soit réussi, il faut que le magicien à l'issue des 4 déchirures ait positionné la case k en une position sur la pile des 16 morceaux, à partir du haut, correspondant au nombre écrit sur le carton choisi par le spectateur. Le magicien dira : regardons le numéro de votre carton, cherchons le morceau de papier situé sur la pile à cette place, lisons ce qui est imprimé. Vérifiez ma prédiction, j'avais écrit qu'on arriverait sur ce produit ménager ou sur cette maison…

Pour parvenir à la réussite il faut utiliser le nombre égal à 1 de moins que le numéro du carton choisi (donc le nombre lu sur le carton de dessous par le magicien). Ce nombre va servir à déterminer, après chacune des 4 déchirures, s'il faut mettre la moitié gauche de journal au-dessus ou au-dessous de l'autre.

Notons G quand le magicien met le paquet des morceaux déchirés de gauche sous l'autre moitié, et notons D quand il met le paquet de gauche au-dessus.

Soit n le nombre choisi et (n-1) le nombre lu.

Pour choisir entre G et D à chaque déchirure, il faut commencer par décomposer de tête (n-1) en une somme des puissances de 2, en commençant par 8 puis 4 puis 2 puis 1.

Exemple, si (n-1) = 10, on obtient $10 = (1\times8) + (0\times4) + (1\times2) + (0\times1)$.

Le nombre 0 doit être associé à « mettre la moitié de gauche en-dessous », le nombre 1 doit être associé à « mettre la moitié de gauche au-dessus ». Il faut commencer par le 0 ou le 1 attribué au « 1 » puis ceux attribués dans l'ordre au « 2 », au « 4 », et finir par le « 8 ». Dans l'exemple, on met après la première déchirure la moitié gauche dessous, après la deuxième on met la moitié gauche au-dessus, après la troisième au-dessous, et la quatrième fois au dessus. On peut dire qu'à « dix » est associé le positionnement GDGD. Chacun des 16 nombres sera associé à une suite de 4 lettres G ou D.

A vous de travailler : traduisez les 15 autres nombres en suites de G ou D.
(Cas particulier : le 16 sera assimilé à un 0)

Essayons de comprendre ce qui se passe maintenant…

Analysons la position de la case k dans cet exemple où n = 11 et (n-1) = 10.
Après la première déchirure, on met la partie gauche sous l'autre, on fait le quart de tour, et on obtient ceci (chaque lettre entre parenthèses est en-dessous de l'autre de la même case) :

O (g)	M (e)	K (c)	I (a)
P (h)	N (f)	L (d)	J (b)

Après la deuxième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient (dans les parenthèses, « de haut en bas » est représenté par « de gauche à droite ») :

P (hld)	O (gkc)
N (fjb)	M (eia)

Après la troisième déchirure, on met la partie gauche en-dessous, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianfjb)	O (gkcphld)

Après la quatrième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianfjb ogkcphld)

La position du k est la 11ème. C'est gagné.

A vous de vérifier maintenant, comme ci-dessus, pour les 15 autres valeurs, et les suites de G et D associées, que vous réussissez à avoir toujours la case k en bonne position…

Bon courage !

Le tour est spectaculaire et vaut la peine de l'étudier en détail à notre avis.

Le nombre choisi est n. On pose G = 0 et D = 1.

Nombre décomposé *(n-1)*	*G dessous ou D dessus, du 1er empilage écrit à gauche vers le 4è écrit à droite*	*Ordre des cases de haut (écrit à gauche) en bas*	*Position de la case k* *à partir du haut* *(on voit que c'est n)*
16 ou 0 = 0+0+0+0	**GGGG**	**Kcogldphiamejbnf**	**1**
1 = 0+0+0+1	**DGGG**	**Ckgodlhpaiembjfn**	**2**
2 = 0+0+1x2 +0	**GDGG**	**Ogkcphldmeianfjb**	**3**
3 = 0+0+1x2+1	**DDGG**	**Gockhpdlemaifnbj**	**4**
4 = 0+1x4+0+0	**GGDG**	**Ldphkcogjbnfiame**	**5**
5 = 0+1x4+0+1	**DGDG**	**Dlhpckgobjfnaiem**	**6**
6 = 0+1x4+1x2+0	**GDDG**	**Phldogkcnfjbmeia**	**7**
7 = 0+1x4+1x2+1	**DDDG**	**Hpdlgockfnbjemai**	**8**
8 = 1x8+0+0+0	**GGGD**	**Iamejbnfkcogldph**	**9**
9 = 1x8+0+0+1	**DGGD**	**Aeimbjfnckgodlhp**	**10**
10 = 1x8+0+1x2+0	**GDGD**	**Meianfjbogkcphld**	**11**
11 = 1x8 +0+1x2+1	**DDGD**	**Emaifnhjgockhpdl**	**12**
12 = 1x8+1x4+0+0	**GGDD**	**Lbnfiamejdphkcog**	**13**
13 = 1x8 +1x4 +0+1	**DGDD**	**Bjfnaeimdlhpckgo**	**14**
14 = 1x8 +1x4 +1x2+0	**GDDD**	**Nfjbmeiaphldogkc**	**15**
15 = 1x8+1x4+1x2+1	**DDDD**	**Fnbjemaihpdlgock**	**16**

Tour n°18 : « Les roues magiques binaires »

Voici un tour de magie inédit et très original, qui nécessite deux magiciens complices et qui mêle des connaissances de la numération en base deux et de la théorie des graphes :

Le premier magicien (que nous noterons M1) présente un objet constitué de roues concentriques indépendantes de couleurs variées sur lesquelles figurent uniquement des petits ronds blancs ou noirs : ces roues sont censées permettre, après avoir exercé leur pouvoir hypnotique, une communication télépathique…

Un spectateur pense à une date anniversaire (exemple le 10 juillet) que (M1) lui fait écrire sur une ardoise qui est montrée au public - mais pas au deuxième magicien (que nous noterons (M2)) - puis qui est retournée face cachée sur une table.

(M1) demande au spectateur de s'asseoir, et de fixer les roues magiques que lui (M1) fait tourner, puis de penser à sa date anniversaire. Au bout d'un certain temps (M1) dit que les roues ont capté la date, et il appelle (M2). Celui-ci s'assoit à son tour, (M1) fait tourner les roues magiques devant lui, et au bout d'un certain temps (M2) déclare qu'il a eu la communication de la date anniversaire. Il la dévoile, et l'ardoise et le spectateur confirment l'exactitude.

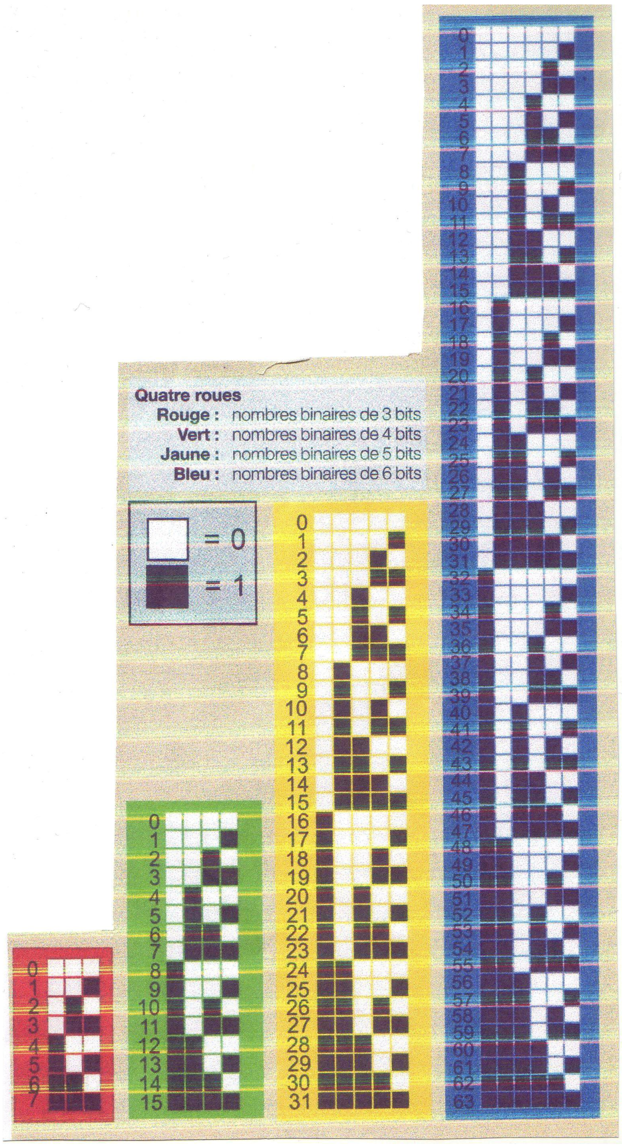
Comment les roues placées ainsi peuvent-elles indiquer le 10 juillet ?

Explication :

On rappelle qu'en numération binaire on utilise deux symboles seulement le 0 et l pour écrire tous les chiffres. Mais maintenant imaginez qu'au lieu d'écrire les nombres sous cette forme utilisant les symboles 0 et 1 on utilise des petits ronds blancs (remplaçant le 0) ou noirs (remplaçant le 1).

Dans le schéma ci-dessous le tableau vert permet de coder les nombres de 0 à 15, le tableau jaune permet de coder les nombres de 0 à 31. On va utiliser cette astuce dans le tour de magie présenté ci-dessous…

Le numéro du jour et le numéro du mois sont codés en binaire grâce aux ronds blancs et noirs :
- pour le quantième : voir les valeurs de 1 à 31 du cadre jaune,
- pour le mois : voir les valeurs de 1 à 12 parmi celles du cadre vert.



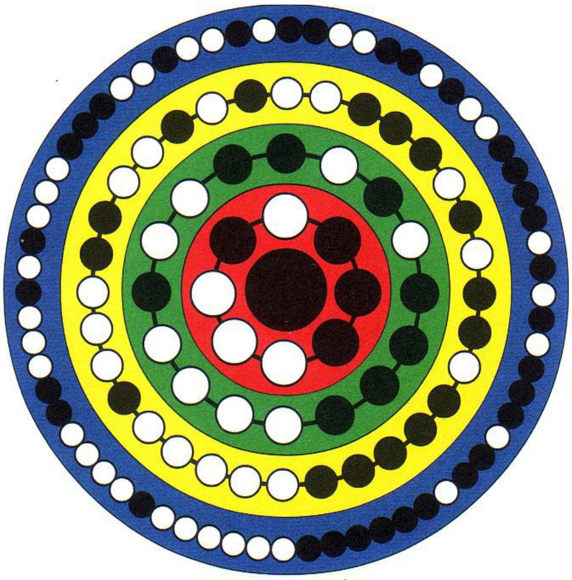
.

On utilise la roue jaune pour trouver le nombre de 1 à 31, en regardant, à partir d'un repère central en haut (à la position du 12 d'une horloge habituelle) et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, quelle est la succession des 5 premiers bits (dessins de ronds blancs ou noirs). Ainsi :
- une succession de : « 3 ronds noirs puis 2 ronds blancs » signifie 16+8+4+0+0 = 28.
- une succession : « un noir, un blanc, un noir, un blanc, un noir » donne 16+ 0+ 4+ 0+1 = 21.

On utilise la roue verte pour trouver le nombre de 1 à 12, à partir de la position imaginée du 12 d'une horloge, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, et en prêtant attention à la succession des 4 premiers bits. Ainsi :

- une succession de « 1 rond noir puis 1 rond blanc puis 2 noirs » signifie 8+0+2+1 = 11, soit le mois de novembre.

- Une succession de : « un blanc, un noir, un blanc, un noir » signifie 0+ 4 + 0+1 = 5 soit le mois de mai.



Les roues rouges et bleues ne servent à rien.

(M1) doit placer correctement les deux roues correctement avant l'arrivée de (M2) sur sa chaise, et distraire un peu le public pour laisser à (M2) le temps de visualiser les positions des points et de traduire de tête la date. Quand (M1) se met à faire tourner les roues (M2) sait déjà la date qu'il va dire.

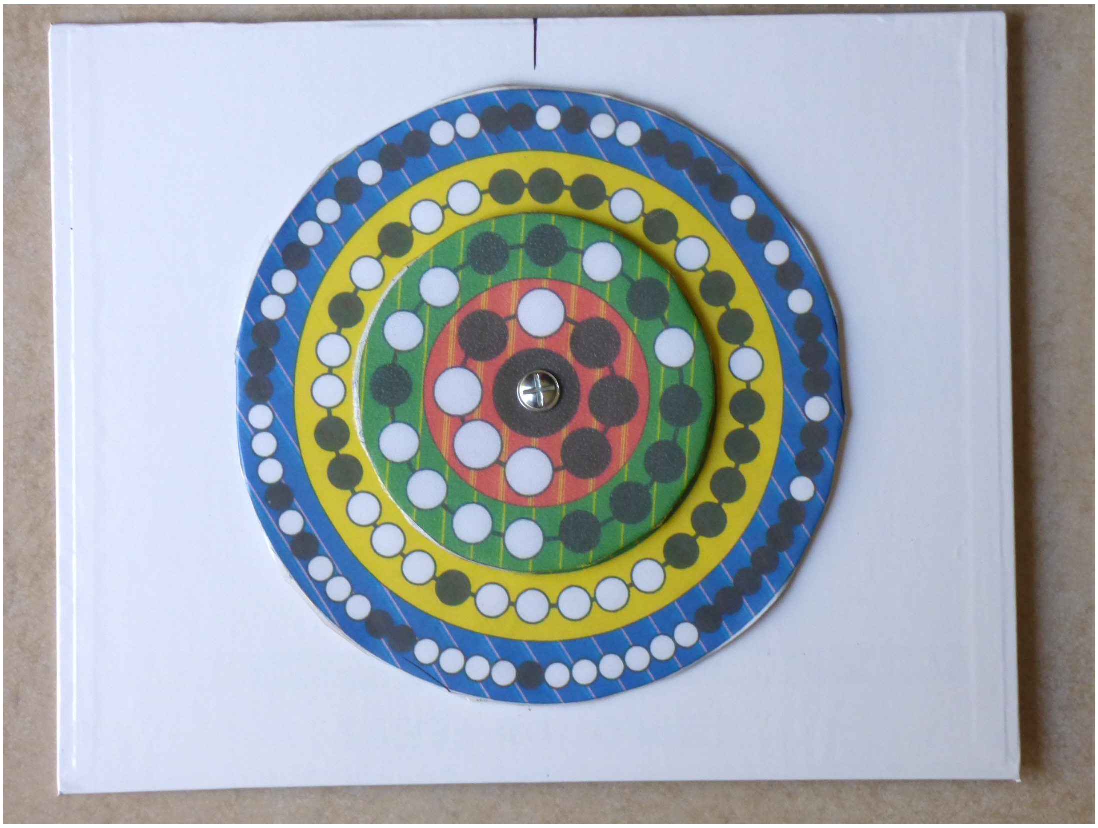
Exemple sur la photo ci-dessous :

Rappels utiles :

- ***le noir c'est 1 ; le blanc c'est 0,***
- ***le trait vertical en haut marque le départ, on tourne dans le sens des aiguilles d'une montre ;***
- ***sur la couronne jaune on utilise cinq symboles pour un nombre entre 1 et 31,***
- ***sur la couronne verte on utilise quatre symboles pour obtenir un nombre de 1 à 12.***

Ici :

- Zone jaune : 16+8+0+2+0 = 26
- Zone verte : 8+0+2+0 = 10 et le 10e mois est octobre.
- La date à deviner est le 26 octobre.



Les roues binaires ont été conçues pour pouvoir donner toutes les valeurs nécessaires de nombres grâce à la succession de bits adaptée à la taille du nombre.
- (M1) doit être capable, pour chaque couronne verte et jaune, de trouver sur le cercle le bon départ de la succession de ronds blancs ou noirs adaptée au nombre à faire deviner.
- (M2) doit être capable, pour la couronne verte d'associer les valeurs noires présentes dans la succession 8-4-2-1 et de les additionner, et pour la couronne jaune d'associer les valeurs noires présentes dans la succession 16-8-4-2-1 et de les additionner.

La confection des roues magiques, c'est-à-dire un enchaînement de ronds blancs et noirs permettant d'avoir chaque nombre possible sur la circonférence (mais pas répartis consécutivement), est plus ou moins difficile. La solution rouge (nombres de 0 à 7) est unique mais la solution verte (nombres de 0 à 15) en est une parmi d'autres.

Le mathématicien de l'Université de Californie Sherman K. Stein a baptisé ces structures « **roues de la mémoire** ». Des roues binaires plus longues servent à coder les messages dans les transmissions téléphoniques et la cartographie au radar.

Tour n°19 : « Pair-impair et base deux… »

Déroulement

Le magicien demande à un spectateur de penser à un nombre entier (inférieur à 100 pour ne pas faire durer trop longtemps). Il demande ensuite au spectateur :

- de dire si son nombre est pair (il finit par 0, 2, 4, 6 ou 8) ou bien impair (il finit par 1, 3, 5, 7 ou 9)
    - s'il est pair, le spectateur doit dire ensuite si le quotient de la division de son nombre par 2 est à son tour pair ou impair

- s’il est impair le spectateur doit enlever 1, puis diviser par 2 et dire si le nouveau quotient est pair ou impair
- on continue ainsi jusqu’à ce que le spectateur dise qu’il trouve un quotient égal à 1.

Le magicien révèle alors quel était le nombre choisi par le spectateur.

Par exemple :

si le spectateur choisit 62, il dit « pair ». Puis il calcule 62/2 = 31 il dit « impair ». Puis il calcule 31-1 = 30 et 30/2 = 15 il dit que c’est « impair ». Il calcule 15-1 = 14 et 14/2 = 7 et dit « impair ». Il calcule 7-1 = 6 et 6/2 = 3 il dit « impair ». Il calcule 3-1 = 2 et 2/2 = 1 il dit « le quotient est devenu 1 ». En résumé le magicien a obtenu les réponses :

pair-impair-impair-impair-impair- et enfin quotient = 1,

il doit alors conclure que le nombre était 62.

Explication

On rappelle que les nombres de un à dix s’écrivent en base deux : 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111,1000, 1001, 1010 et que les positions différentes des chiffres correspondent aux valeurs des unités (valant 1) , des deuzaines (valant 2) des quatraines (valant 4) des huitaines (valant 8), etc., et que le chiffre 1 correspond à l’action de prendre ce coefficient tandis que le chiffre 0 correspond à n’en pas tenir compte.

Ainsi un nombre qui s’écrit en base deux 110010 vaut dans notre système décimal : $0\times1 + 1\times2 + 0\times4 + 0\times8 + 1\times16 + 1\times32$ soit $0+2+0+0+16+32 = 50$.

En base deux les nombres qui s’écrivent avec un 0 à droite sont divisibles par 2 et donc pairs. Les nombres qui s’écrivent avec un 1 à droite sont impairs.

Les nombres qui s’écrivent avec 00 à droite sont divisibles par 4, les nombres qui s’écrivent avec 000 à droite sont divisibles par 8. Un nombre qui se termine à droite par 10 est divisible par 2 mais pas par 4. Un nombre qui se termine par 100 à droite est divisible par 2 et par 4 mais pas par 8.

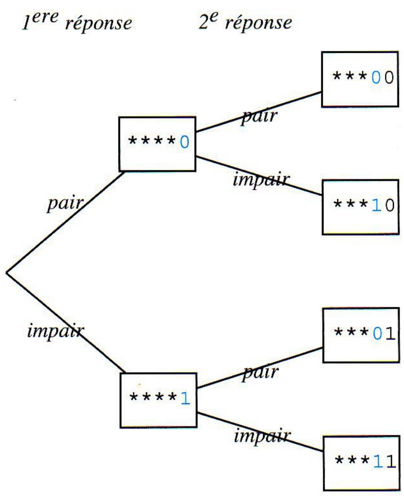
Quand on divise par 2 un nombre pair écrit en base deux (et qui donc se termine par 0 à droite) alors son quotient s’écrit en base deux comme le nombre à diviser sauf qu’il faut barrer le zéro de droite. Par exemple 50 divisé par 2 donne 25 se traduit en base deux par 110010 divisé par deux donne 11001. (Dans la division par 2 chaque coefficient bouge d’un cran vers la droite et le 0 qui était à droite est effacé).

Si vous prenez un nombre impair (en base deux il finit par 1), et si vous enlevez 1 (le résultat finit alors par 0) vous obtenez un nombre pair dont le résultat de la division par deux sera écrit à gauche de ce 0 de droite. Par exemple 25 s’écrit 11001, puis 24 s’écrit 11000 dont la moitié 12 s’écrit 1100 c'est-à-dire tout ce qui est écrit à gauche du 1 de droite de l’écriture en base deux de 25.

Revenons au tour de magie…

Si la première réponse du magicien est « pair » le magicien sait que l’écriture en base deux finit par un 0 à droite ; si la première réponse est « impair » l’écriture finit par 1 à droite. Si la deuxième réponse du spectateur est « pair » le nombre s’écrit avec un 0 en deuxième position à partir de la droite ; si la deuxième réponse du spectateur est « impair » le nombre s’écrit avec un 1 en deuxième position à partir de la droite.

Le magicien construit alors progressivement de droite à gauche le nombre choisi écrit en numération binaire. Il lui reste à le convertir de tête en numération décimale.



Exemples :

- Les réponses « pair-pair-impair-pair-impair- le quotient vaut 1 » correspondent à un nombre qui s'écrit en binaire 110100 (bien penser à écrire de droite à gauche) ;
Ce nombre vaut en base dix : 0+0+4+0+16+32 = 52.
Attention à ne pas oublier pour la dernière indication « le quotient vaut 1 » qu'il y a une dernière puissance de deux (et c'est la plus grande) à ajouter.

- Les réponses de l'exemple proposé pendant le déroulement : pair-impair-impair-impair-impair- et enfin quotient = 1, correspondent au nombre s'écrivant 111110 en base deux, il faut alors calculer 0+2+4+8+16+32 = 62 et conclure que le nombre était 62.

Tours de cartes voyageuses dans un monde binaire…

Nous allons nous intéresser à certaines propriétés particulières qu'on observe en mélangeant les cartes de diverses façons, dans des jeux de cartes dont le nombre est une puissance de deux comme par exemple 8 (= 2^3) ou 32 (= 2^5) cartes.

Nous aurons besoin de l'écriture binaire des nombres.

- Commençons par un monde où il y a 2^3 = 8 cartes

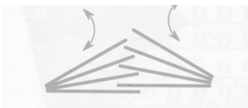
Imaginez qu'on remplace chaque nombre entier naturel par celui qu'on obtient en lui enlevant 2 autant de fois que possible jusqu'à obtenir soit 0 soit 1… Ainsi à partir de 9 on calcule 9 -2 = 7, puis 7-2 = 5, puis 5-2 = 3 puis 3-2 = 1 ; tous les nombres impairs seraient remplacés par 1. De même 8-2 = 6, et 6-2 = 4, et 4-2 = 2 et enfin 2-2 = 0 ; tous les nombres pairs seraient remplacés par 0.

Dans ce monde où n'existent que le 0 et le 1, on peut imaginer une opération "addition modulo deux" dont la table serait la suivante :

+	0	1
0	0	1
1	1	0

On pourrait associer 0+0=0 au fait que deux nombres pairs ont pour somme un nombre pair, de même associer 1+1 = 0 au fait que la somme de deux nombres impairs est un nombre pair, alors que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair donne un nombre impair ce qui correspond à 0+1=1+0 =1.

Il va maintenant se poser un problème technique de capacité à mélanger les cartes selon le procédé appelé "**mélange mitraillette**" qui nécessite un long apprentissage.
Il s'agit de couper le paquet en deux tas, l'un tenu en main gauche l'autre en main droite, et de les imbriquer l'un dans l'autre.



C'est pourquoi nous allons nous intéresser d'abord à un jeu de seulement 8 cartes, qu'on peut mélanger rapidement et sans entraînement. Nous allons d'abord nous repérer en numérotant la position des cartes ainsi dans un paquet :
- les 8 cartes sont tenues faces cachées, et posées sur la table
- la carte en contact avec la table est en position 0, et suivent les positions 1, 2, 3, 4, 5, 6 jusqu'à la carte du dessus du paquet qui est en position 7 : vous pouvez imaginer un immeuble dont les niveaux iraient de 0 (= le rez de chaussée) jusqu'à l'étage 7.

En main gauche vous prendrez toujours les quatre cartes du bas du paquet (positions 0 à 3) et en main droite les quatre cartes du haut du paquet (en position 4 à 7). Vous éventaillez légèrement les quatre cartes, pour chacune de vos deux mains.

Il va y avoir ***deux façons différentes d'imbriquer vos cartes*** entre elles alternativement de gauche et de droite, selon celle qui est posée la première sur la table. Les cartes devront être posées se chevauchant à 45°. Elles seront rassemblées en un paquet à la fin de la distribution.

<u>Première façon</u> : le mélange appelé traditionnellement **"in shuffle"** :
- vous faites glisser la carte qui est en dessous de votre main droite sur la table
- vous faites glisser par-dessus la carte qui est en dessous de votre main gauche
- puis vous faites glisser la carte qui est maintenant en dessous de votre main droite
- vous faites glisser la carte qui est maintenant en dessous de votre main gauche
- etc. (la 8^{e} et dernière carte posée proviendra de la main gauche)

Vous pouvez expérimenter avec par exemple les huit coeurs suivants :
- en position 0 le 10 de cœur (comme il n'y a pas de carte valant 0, on se repère au 0 de l'écriture 10)
- puis l'as de cœur en position 1, le 2 en position 2, etc. jusqu'au 7 en position 7.

Au bout d'un mélange les positions seront les suivantes : 40516273, du bas (qu'on écrit ici à gauche = le 4) jusqu'en haut (écrit à droite = le 3).

Si l'on enchaîne avec un deuxième mélange **in shuffle** on obtient 64207531, et avec un troisième mélange **in shuffle** : 76543210.

On peut donc remarquer :
- qu'avec un mélange **in shuffle**, les cartes en positions 2 et 5 sont échangées
- qu'avec deux mélanges **in shuffle** enchaînés, les cartes qui étaient en positions 2 ou 5 au départ sont revenues à leurs places.
- qu'avec trois mélanges **in shuffle** les huit cartes sont dans l'ordre inverse de celui dans lequel on les avait placées…
- ce qui fait qu'après six mélanges **in shuffle** enchaînés, les cartes reviendraient dans leur position initiale (01234567).

Des suggestions de tours de magie associés à ces propriétés ?

Tour n° 20 :

- le magicien montre huit cartes quelconques à son public, et en profite pour repérer les noms de celles qui se trouvent en positions 2 et 5 (parmi les positions de 0 à 7, donc c'est en fait la sixième à partir du haut et la troisième à partir du haut)
- il réalise deux mélanges in shuffle successifs
- il demande à un spectateur de prendre la troisième carte à partir du haut et il peut deviner laquelle c'est (c'est la carte initialement en position 5 revenue à cette place)
- puis il demande à un autre spectateur de prendre la sixième carte à partir du haut et il peut deviner laquelle c'est (c'est la carte initialement en position 2 et revenue à cette place).

Tour n° 21 :

- le magicien prépare huit cartes dans un ordre qu'il apprend par cœur, du bas du paquet vers le haut
- il réalise trois mélanges **in shuffle** successifs

- il demande à huit spectateurs placés en file de regarder alors, pour le premier la première carte du paquet (celle du dessus), pour le deuxième la deuxième carte, etc. jusqu'au huitième (la carte du bas)
- le magicien récite alors les huit noms de cartes qu'il a appris par cœur en commençant par donner comme premier nom celui de la carte choisie par le premier spectateur (celle qui est passée dessus alors qu'elle était dessous au départ) et en finissant pour la huitième carte par celle choisie par le dernier spectateur.

Deuxième façon : le mélange appelé traditionnellement **"out shuffle"** :
- vous faites glisser la carte qui est en dessous de votre main gauche sur la table
- vous faites glisser par-dessus la carte qui est en dessous de votre main droite
- puis vous faites glisser la carte qui est maintenant en dessous de votre main gauche
- vous faites glisser la carte qui est maintenant en dessous de votre main droite
- etc. (la 8e et dernière carte posée proviendra de la main droite)

Vous pouvez expérimenter avec par exemple les huit coeurs suivants :
- en position 0 le 10 de cœur (comme il n'y a pas de carte valant 0, on se repère au 0 de l'écriture 10)
- puis l'as de cœur en position 1, le 2 en position 2, etc. jusqu'au 7 en position 7.

Au bout d'un mélange les positions seront les suivantes : 04152637, du bas (qu'on écrit ici à gauche = le 0) jusqu'en haut (écrit à droite = le 7).

Si l'on enchaîne avec un deuxième mélange **out shuffle** on obtient 02461357, et avec un troisième mélange **out shuffle** : 01234567.

On peut donc remarquer :
- qu'avec un mélange **out shuffle**, les cartes en positions 0 et 7 sont invariantes
- qu'avec trois mélanges **out shuffle** les huit cartes reviennent dans leur position initiale (01234567).

Des suggestions de tours de magie associés à ces propriétés ?

Tour n° 22 :

- le magicien montre huit cartes quelconques à son public, et en profite pour repérer les noms de celles qui se trouvent en positions extrêmes (0 celle du dessous, et 7 celle du dessus)
- il réalise autant de mélanges out shuffle successifs qu'il veut
- il demande à un spectateur de prendre la première carte à partir du haut et il peut deviner laquelle c'est (c'est la carte de position initiale 7)
- il demande à un autre spectateur de prendre la dernière carte à partir du haut (celle du dessous) et il peut deviner laquelle c'est (c'est la carte de position initiale 0)

Tour n° 23 :

- le magicien prépare huit cartes dans un ordre qu'il apprend par cœur, du bas du paquet vers le haut
- il réalise trois mélanges **out shuffle** successifs
- il demande à huit spectateurs placés en file de regarder alors, pour le premier la première carte du paquet (celle du dessus), pour le deuxième la deuxième carte, etc. jusqu'au huitième (la carte du bas)
- le magicien récite alors les huit noms de cartes qu'il a appris par cœur en commençant par donner comme premier nom celui de la carte choisie par le dernier spectateur (celle qui était dessous au départ et qui y est revenue) et en finissant pour la huitième carte par celle choisie par le premier spectateur.

Si nous **enchaînons deux mélanges successifs l'un "in" et l'autre "out" shuffle**, voici les résultats… On note I pour "in shuffle" et O pour "out shuffle".

On écrit à gauche le premier mélange fait, puis à droite le deuxième (ce qui correspond à un enchaînement de mouvements notés de gauche vers la droite comme dans le sens de notre façon d'écrire.   Pour OI on obtient : 20643175 ; pour IO on obtient 46025713.

Des tours de magie associés ?

Vous remarquez que pour OI les positions 3 et 4 sont échangées, et que pour IO les positions 1 et 6 sont échangées.

Tour n° 24 :

- le magicien montre huit cartes quelconques à son public, et en profite pour repérer les noms de celles qui se trouvent en positions 3 et 4 (parmi les positions de 0 à 7, donc c'est en fait la cinquième à partir du haut et la quatrième à partir du haut)
- il réalise un mélange out shuffle puis un mélange in shuffle
- il demande à un spectateur de prendre les quatrième et cinquième cartes à partir du haut et il peut deviner les noms de l'ensemble des deux cartes choisies.

Tour n° 25 :

- le magicien montre huit cartes quelconques à son public, et en profite pour repérer les noms de celles qui se trouvent en positions 1 et 6 (parmi les positions de 0 à 7, donc c'est en fait la septième à partir du haut et la deuxième à partir du haut)
- il réalise un mélange in shuffle puis un mélange out shuffle
- il demande à un spectateur de prendre les deuxième et septième cartes à partir du haut et il peut deviner les noms de l'ensemble des deux cartes choisies.

Nous allons maintenant **enchaîner trois mélanges successifs soit "in" soit "out" shuffle**, et voir les résultats, à partir des positions de 0 (en bas) à 7 (en haut)…

Mélanges successifs de gauche à droite	Nouvelles positions à l'arrivée (de bas en haut)	Remarques
OOO	01234567	Arrivée = départ
IOO	45670123	Echange 0 et 4, 1 et 5, 2 et 6, 3 et 7
OOI	10325476	Echange 0 et 1, 2 et 3, 4 et 5, 6 et 7
IOI	54761032	Echange 0 et 5, 1 et 4, 2 et 7, 3 et 6
OIO	23016745	Echange 0 et 2, 1 et 3, 4 et 6, 5 et 7
IIO	67452301	Echange 0 et 6, 1 et 7, 2 et 4, 3 et 5
OII	32107654	Echange 0 et 3, 1 et 2, 4 et 7, 5 et 6
III	76543210	Echange 0 et 7, 1 et 6, 2 et 5, 3 et 4

Ceci va nous permettre de prévoir quelles successions de trois mélanges in ou out shuffle il faut faire si l'on veut échanger les positions de deux cartes.

Echange souhaité	0 et 1	0 et 2	0 et 3	0 et 4	0 et 5	0 et 6	0 et 7	1 et 2	1 et 3	1et 4	1 et 5	1 et 6	1 et 7	2 et 3
Faire…	OOI	OIO	OII	IOO	IOI	IIO	III	OII	OIO	IOI	IOO	III	IIO	OOI

Echange souhaité	2 et 4	2 et 5	2 et 6	2 et 7	3 et 4	3 et 5	3 et 6	3 et 7	4 et 5	4 et 6	4 et 7	5 et 6	5 et 7	6 et 7
Faire…	IIO	III	IOO	IOI	III	IIO	IOI	IOO	OOI	OIO	OII	OII	OIO	OOI

Comment se rappeler tout cela ?

C'est maintenant que la notation en base deux et la table d'addition modulo deux vont nous servir !

Traduisons les positions de 0 à 7 par leurs notations en système binaire, et posons une opération d'addition selon les modèles suivants…

- Exemple de l'échange des cartes en positions 6 et 4 :

6 se note 110, et 4 se note 100, on pose l'addition et dans le résultat on remplace le nombre 1 par le mélange I (in shuffle) et on remplace le nombre 0 par le mélange O (out shuffle) :

Premier nombre	1	1	0
+ Deuxième nombre	1	0	0
= Mélanges successifs	O	I	O

Pour échanger les cartes en positions 6 et 4 on fait les trois mélanges successifs out puis in puis enfin out shuffle.

- Echanges des cartes en positions 5 et 6 :

5 se note 101, et 6 se note 110

Premier nombre	1	0	1
+ Deuxième nombre	1	1	0
= Mélanges successifs	O	I	I

Pour échanger les cartes en positions 5 et 6 on fait les trois mélanges successifs out puis in puis enfin in shuffle.

- Pour faire passer la carte en position 2 vers le bas du paquet

2 se note 010 ; le bas du paquet est la position 0 qui se note 000

Premier nombre	0	1	0
+ Deuxième nombre	0	0	0
= Mélanges successifs	O	I	O

Pour faire passer la carte en position 2 vers le bas du paquet on fait les trois mélanges successifs out puis in puis enfin out shuffle.

- Pour faire passer la carte en position 3 vers le haut du paquet
3 se note 011 ; le haut du paquet est la position 7 qui se note 111

Premier nombre	0	1	1
+ Deuxième nombre	1	1	1
= Mélanges successifs	I	O	O

- Pour faire passer la carte en position 3 vers le haut du paquet on fait les trois mélanges successifs in puis out puis enfin out shuffle.

Tours de magie associés :

Tour n° 26 :

- le magicien montre huit cartes dont l'as de pique à son public, et en profite pour repérer où se trouve cet as de pique, supposons qu'il soit en position 2
- il souhaite (sans le dire) faire passer cet as sous le paquet
- il traduit de tête la position 2 de l'as en base deux (soit 010), il imagine la position du dessous soit le nombre 0 traduit par 000 ; il visualise l'addition et son résultat et traduit en mélanges (voir ci-dessus) OIO
- il réalise un mélange out shuffle puis un mélange in shuffle puis un mélange out shuffle, tout cela sans jamais voir les valeurs des cartes
- il fait la prédiction à un spectateur que l'as de pique se trouvera sous le jeu. Celui-ci vérifie l'exactitude de la prédiction.

Tour n° 27 :

- le magicien montre huit cartes dont l'as de pique à son public, et en profite pour repérer où il se trouve, supposons que ce soit la position 3
- le magicien a un compère parmi le public qui va parier sur la position de l'as après des mélanges, le compère et le magicien se sont entendus pour que l'as passe en haut du paquet
- le magicien calcule de tête la position 3 de l'as en base deux (soit 011), il imagine la position du dessus soit le nombre 7 traduit par 111 ; il visualise l'addition et son résultat et traduit (voir ci-dessus) en mélanges IOO
- il réalise un mélange in shuffle puis deux out shuffle
- les spectateurs parient, c'est le compère du magicien qui a parié sur la carte du dessus qui gagne. S'ils étaient malhonnêtes le magicien et le compère transformeraient ce tour en jeu d'argent, puis se partageraient l'argent gagné sur les autres spectateurs… Attention : ce tour avec mise financière, comme le jeu de bonneteau, *est interdit par la loi !*

Ce que l'on vient d’étudier avec 8 cartes pourrait être étendu **avec 32 cartes**, mais il faut être capable, comme des magiciens professionnels, de faire des mélanges mitraillettes très vite et sans erreur (par exemple 6 mélanges en moins d'une minute). Vous pourriez constater divers résultats, par exemple :

1) **A propos de période…**

Envisageons le miracle d'un jeu de cartes qui revient à son ordre initial après une répétition de manipulations identiques. La période est ce nombre minimum de répétitions d’un même déplacement conduisant à revenir à la situation de départ.

Voici deux résultats utiles à un magicien concernant la période de l’in-shuffle ou de l’out-shuffle d’un jeu ayant pour nombre de cartes une puissance de 2.

La période de l’in-shuffle d’un jeu de 2^p cartes (avec $p \geq 1$) est 2p.

La période de l’out-shuffle d’un jeu de 2^p cartes (avec $p \geq 1$) est p.

Par exemple pour un jeu de 32 cartes, comme $32 = 2^5$ on a p = 5 et la période de l’in-shuffle est donc 10 tandis que la période de l’out-shuffle est seulement 5.

Pour ne pas abuser du temps disponible de son public, un magicien privilégiera avec 32 cartes le mélange out-shuffle refait 5 fois pour retrouver un ordre des 32 cartes appris par cœur avant l’arrivée de ce public, ceci lui permettant de réussir divers tours de prédiction…

Précédemment on avait remarqué qu'avec 8 cartes (2^p avec p = 3) il fallait 3 out shuffle de suite pour obtenir un jeu rangé à l'identique de son départ (ce qui correspond à une période p=3) ou 6 in shuffle de suite (2p = 6).

2) **Les échanges de positions** de deux cartes se font suivant le même principe qu'avec 8 cartes : traduction des positions (de 0 en bas à 31 en haut du paquet) par des nombres en base deux, leur addition, et traduction du résultat avec les mélanges I ou O, mais cette fois il y aura cinq mélanges successifs à prévoir car il faut cinq chiffres pour écrire en base deux un nombre comme 31.

- Continuons par un monde où il y a 2^5 = 32 cartes

Voici divers échanges au choix, qui vous feront réviser ce qui a été vu pour 8 cartes, mais qui se passent maintenant avec 32 cartes…

Les positions des cartes sont numérotées de 0 (carte du dessous) vers 31 (carte du dessus). *Les cartes « aritma » (cartes pédagogiques numérotées de 0 à 31) sont idéales pour tester ce qui suit, sinon on peut fabriquer 32 cartons marqués de 0 à 31.* Ces tours, si vous les présentez, pour ne pas apparaître trop longs nécessitent une bonne pratique des mélanges in–shuffle et out–shuffle.

Tour(s) n° 28

Comment échanger les positions de deux cartes ?

Exemple : les 32 cartons sont rangés de 0 en bas vers 31 en haut. Comment échanger les cartons marqués 11 et 23 (donc la 12e et la 24e cartes à partir du bas) grâce à des mélanges in-shuffle ou out-shuffle ?

11 s’écrit en système binaire 01011 et 23 s’écrit 10111.

Nombre 11	0 1 0 1 1
Nombre 23	1 0 1 1 1
Mélanges à faire	I I I O O

On fait successivement 3 mélanges in-shuffle puis 2 mélanges out-shuffle.

Déplacement de la carte du bas vers une autre position dans le jeu

On veut déplacer la carte du bas (carton 0) vers la position k.

Par exemple si k = 13 qu’on traduit en binaire par 01101 :

Nombre 0	0 0 0 0 0
Nombre 13	0 1 1 0 1
Mélanges à faire	O I I O I

On fait un out-shuffle, puis deux in-shuffle, un out-shuffle, et enfin un in-shuffle.

Déplacement de la carte du dessus vers une autre position dans le jeu

On veut déplacer la carte du dessus (carton 31) vers la position k.
Par exemple si k = 14 qu'on traduit en binaire par 01110 :

Nombre 31	1 1 1 1 1
Nombre 14	0 1 1 1 0
Mélanges à faire	I O O O I

On fait un in-shuffle, puis trois out-shuffle, et enfin un in-shuffle.

Déplacement d'une carte donnée vers le dessous du jeu

On veut déplacer la carte en position k vers le bas (carton 0).
Par exemple si k = 19 qu'on traduit en binaire par 10011 :

Nombre 0	0 0 0 0 0
Nombre 19	1 0 0 1 1
Mélanges à faire	I O O I I

On fait un in-shuffle, puis deux out-shuffle, et enfin deux in-shuffle.

Déplacement d'une carte donnée vers le dessus du jeu

Exemple : la carte en position 7 est transférée vers le dessus (en position 31) ainsi :

Nombre 31	1 1 1 1 1
Nombre 7	0 0 1 1 1
Mélanges à faire	I I O O O

Réalisez d'abord deux mélanges in-shuffle, puis trois mélanges out-shuffle.

- Revenons enfin sur le **Tour n°16 : « Le mathématicien et le magicien »**

Ce tour nécessitait 16 cartes (c'est un monde binaire car $2^4 = 16$) et son explication était très longue (voire fastidieuse) pour l'échange entre la carte du dessous (qu'on a notée en position 0) et la carte choisie par le spectateur (qu'on a notée en position « n »). Voici une explication plus courte…

Comme l'écriture de 0 en binaire se traduit par des zéros alignés, l'addition avec la traduction en binaire du nombre « n » donnera pour résultat un nombre ayant la même écriture que celle du nombre n. Quand le spectateur dit dans lequel des 2 paquets se trouve sa carte, le magicien place en dessous l'un ou l'autre de ces paquets puis exécute ensuite un mélange qui correspond alors soit à un out-shuffle soit à un in-shuffle selon l'existence de 0 ou 1 dans l'écriture de n. C'est exactement ce qu'il faut faire pour échanger les deux positions de cartes !

ANNEXE

Tour n° 11 : « Esprit binaire ».

Les détails mathématiques de la constitution des quatre rangées de 13 cartes…

Conversions en base deux

Valeur de la carte, le nombre…		s'écrira…				
1 (= as)						1
2					1	0
3					1	1
4				1	0	0
5				1	0	1
6				1	1	0
7				1	1	1
8			1	0	0	0
9			1	0	0	1
10			1	0	1	0
11 (= valet)			1	0	1	1
12 (= dame)			1	1	0	0
13 (= roi)			1	1	0	1
		Valeur de la colonne…	$2^3 = 8$ les « huitaines »	$2^2 = 4$ les « quatraines »	$2^1 = 2$ les « deuzaines »	$2^0 = 1$ unités

Exemples : 10 s'écrit 1010 en base deux, 13 s'écrit 1101.

- Dans la première ligne de 13 cartes étalées pour le tour, nous mettrons des cartes dont les valeurs utilisent en base deux le chiffre 1 dans la colonne des unités : 1, 3, 5, 7, 9, valet, roi.
- Dans la deuxième ligne de 13 cartes étalées pour le tour, nous mettrons des cartes dont les valeurs utilisent en base deux le chiffre 1 dans la colonne des deuzaines (place des dizaines de notre écriture décimale habituelle) : 2, 3, 6,7, 10, valet.
- Dans la troisième ligne de 13 cartes étalées pour le tour, nous mettrons des cartes dont les valeurs utilisent en base deux le chiffre 1 dans la colonne des quatraines (place des centaines habituelles) : 4, 5, 6, 7, dame, roi.
- Dans la quatrième ligne de 13 cartes étalées pour le tour, nous mettrons des cartes dont les valeurs utilisent en base deux le chiffre 1 dans la colonne des huitaines (place habituelle des milliers) : 8, 9, 10, valet, dame, roi.

- Chaque valeur de carte repérée par un 1 dans une colonne doit être représentée dans la rangée (ligne) correspondante de cartes, mais elle peut l'être plusieurs fois sur la ligne de cartes étalées. On peut commencer par constituer chaque ligne en mettant un exemplaire de chaque valeur nécessaire de carte. Les familles trèfle, cœur, pique, carreau n'ont aucune importance, seule la valeur de la carte compte.
- Les quatre as doivent tous figurer sur la première ligne car ils n'ont un chiffre 1 que dans la colonne des unités. De même les quatre 2 sont tous dans la deuxième ligne à cause de leur chiffre 1 uniquement dans la colonne des deuzaines, les quatre 4 sont dans la troisième ligne et les quatre 8 sont dans la quatrième ligne.
- Il y a plusieurs façons de répartir les autres cartes dans les lignes, vous avez une certaine liberté. Par exemple dans la première ligne il y a deux rois et un valet, alors que dans la

quatrième ligne il y a deux valets et un roi : vous pourriez intervertir ces trois cartes de ces lignes extrêmes.
- A l'intérieur de chaque ligne l'ordre des cartes est sans importance (mise à part la remarque sur les coins du rectangle qui permettent de trouver la famille de la carte choisie, voir le texte principal).

Dire « oui ou non » à propos de la présence de la valeur de la carte sur une ligne revient à demander si on doit écrire 1 ou 0 à telle ou telle position dans l'écriture binaire. Connaître l'écriture du nombre donne, après conversion en base dix, sa valeur. Le spectateur dévoile la valeur de sa carte sans s'en rendre compte…

Tour n° 16 : « Le mathématicien et le magicien » : solution détaillée

Rappel sur l'écriture d'un nombre en base deux :

Comment traduire en base deux un nombre donné selon nos habitudes de numération décimale ?

On cherche quelle est la plus grande puissance de deux qui est contenue dans le nombre ; on la soustrait du nombre. On cherche quelle est la plus grande puissance de deux qui est contenue dans cette différence, et ainsi de suite. On attribue les coefficients 1 ou 0 à toutes les puissances de deux, de la plus grande contenue jusqu'à celle correspondant au chiffre des unités ($1 = 2^0$), et on forme l'écriture.

Exemple : le nombre 14

Parmi les puissances de deux : 1, 2, 4, 8, 16, etc., la plus grande qui est contenue est 8.

On calcule $14-8 = 6$. Dans 6 la plus grande puissance de deux contenue est 4.

On calcule $6-4 = 2$. Mais 2 contient 2. Il reste 0 dans lequel on ne peut mettre la plus petite puissance de deux (soit 1). On résume : $14 = 1\times8 + 1\times4 + 1\times2 + 0\times1$. L'écriture de 14 en base deux est 1110.

Revenons au tour présenté…

Appelons abcdefghijklmnop les 16 cartes, depuis le haut jusqu'au bas du paquet.
Le magicien ne connaît pas la position de départ de la carte choisie, il va subir les ordres du spectateur. Voyons tout se qui peut arriver…

- Première étape :
La séparation haut / bas se fait ainsi :

acegikmo
bdfhjlnp

Si l'on met la partie tenue haute par le magicien au-dessus de l'autre partie quand on rassemble en une pile (procédé que je note H) on obtient :
H1 (le 1 numérotant ce premier regroupement) : acegikmobdhjlnp.
Si l'on met la partie tenue basse par le magicien au-dessus de l'autre partie quand on rassemble en une pile (procédé que je note B) on obtient :
B1 (le 1 numérotant ce premier regroupement) : bdfhjlnpacegikmo

- Deuxième étape :
A partir de H1, la séparation haut / bas se fait ainsi :

aeimbfjn
cgkodhlp

Si l’on met pour le deuxième regroupement la partie tenue haute par le magicien au-dessus de l’autre partie, ce que je note H2, alors quand on rassemble en une pile après les regroupements successifs H2H1 (attention lire de droite à gauche H1 d’abord suivi de H2, ceci pour ressembler à la notation des nombres dont on parlera ensuite) on obtient :

H2H1 : aeimbfjncgkodhlp.

Si l’on met pour le deuxième regroupement la partie tenue basse par le magicien au-dessus de l’autre partie, ce que je note B2, alors quand on rassemble en une pile après les regroupements successifs B2H1 (attention lire de droite à gauche H1 d’abord suivi de B2, on obtient :

B2H1 : cgkodhlpaeimbfjn.

A partir de B1, la séparation haut / bas se fait ainsi :

bfjnaeim
dhlpcgko

Si l’on met pour le deuxième regroupement la partie tenue haute par le magicien au-dessus de l’autre partie, soit H2, alors quand on rassemble en une pile après les regroupements successifs H2B1 (attention lire de droite à gauche B1 d’abord suivi de H2) on obtient :

H2B1 : bfjnaeimdhlpcgko.

Si l’on met pour le deuxième regroupement la partie tenue basse par le magicien au-dessus de l’autre partie, soit B2, alors quand on rassemble en une pile après les regroupements successifs B2B1 (attention lire de droite à gauche B1 d’abord suivi de B2) on obtient :

B2B1 : dhlpcgkobfjnaeim.

- Troisième étape :

A partir des 4 cas étudiés précédemment H2H1, B2H1, H2B1, B2B1, on fera un partage en deux paquets puis un troisième regroupement de type H3 ou B3, ce qui conduira à 8 situations regroupées dans le tableau ci-dessous…

H3H2H1 : aibjckdlemfngohp	H3B2H1 : ckdlaibjgohpemfn	H3H2B1 : bjaidlckfnemhpgo	H3B2B1 : dlckbjaihpgofnem
B3H2H1 : emfngohpaibjckdl	B3B2H1 : gohpemfnckdlaibj	B3H2B1 : fnemhpgobjoidlck	B3B2B1 : hpgofnemdlckbjai

- Quatrième étape :

A partir des 8 cas étudiés précédemment, on fera un partage en deux paquets puis un quatrième regroupement de type H4 ou B4, ce qui conduira à 16 situations regroupées dans le tableau ci-dessous…

Regroupements à faire dans l’ordre droite-gauche	Lettre « a » échangée avec la lettre numéro N =…	N–1	Ecriture binaire de (N-1)
H4H3H2H1 abcdefghijklmonp	1, soit le a	0	0000
B4H3H2H1 ijklmnopabcdefgh	9, soit le i	8	1000
H4B3H2H1 efghabcdmnopijkl	5, soit le e	4	0100
B4B3H2H1 mnopijklefghabcd	13, soit le m	12	1100
H4H3B2H1 cdabghefklijopmn	3, soit le c	2	0010
B4H3B2H1	11, soit le k	10	1010

klijopmncdabghef			
H4B3B2H1 ghefcdabopmnklij	7, soit le g	6	0110
B4B3B2H1 opmnklijghefcdab	15, soit le o	14	1110
H4H3H2B1 badcfehgjilknmpo	2, soit le b	1	0001
B4H3H2B1 jilknmpobadcfehg	10, soit le j	9	1001
H4B3H2B1 fehgbadcnmpojilk	6, soit le f	5	0101
B4B3H2B1 nmpojilkfehgbadc	14, soit le n	13	1101
H4H3B2B1 dcbahgfelkjiponm	4, soit le d	3	0011
B4H3B2B1 lkjiponmdcbahgfe	12, soit le l	11	1011
H4B3B2B1 hgfedcbaponmlkji	8, soit le h	7	0111
B4B3B2B1 ponmlkjihgfedcba	16, soit le p	15	1111

On sait, par le raisonnement exposé en début de livre, que la carte choisie devient à la fin du tour la première du paquet. Par exemple après avoir effectué les regroupements H1 puis B2, puis H3 et enfin B4 on obtient la carte « k » en tête ce qui correspond au nombre 11, et signifie que le spectateur avait choisi ce nombre 11 au début du tour. On constate que la carte « a » (repérée par le magicien et première du jeu quand on le présente devant les yeux du spectateur) est à la fin du tour en position 11.

On vérifie sur le tableau **dans tous les cas que les positions de la lettre « a » et de la lettre qui viendra en haut du paquet final sont bien échangées.**

L'échange peut être caractérisé par une utilisation, au lieu des lettres H et B affectées de leurs indices de regroupement, de chiffres 0 et 1 de la façon suivante :

- le chiffre 0 indique qu'on a placé la moitié tenue haute devant l'autre moitié dans le regroupement (vu côté spectateur), le 0 correspond à la lettre H (comme H devant)
- le chiffre 1 indique qu'on a placé la moitié tenue basse devant l'autre moitié dans le regroupement (vu côté spectateur), la partie tenue haute étant placée derrière ; le 1 correspond à la lettre B (comme B devant)
- l'écriture en binaire du nombre de cartes situées, au départ, au dessus de la carte qui finira première correspond à la succession des regroupements H ou B notés de droite à gauche.
- Attention le nombre de cartes situées au-dessus de la carte choisie vaut un de plus que le nombre choisi par le spectateur au début. C'est ce nombre de cartes ($N-1$) qui doit être converti en base deux pour correspondre aux façons de regrouper les cartes.

Exemple d'utilisation :

Pour faire venir la 12^{e} lettre, soit la carte « *l* » en haut du paquet on doit :

- penser à enlever 1 de 12 ce qui donne 11 cartes qui sont au-dessus du « *l* »
- convertir 11 en binaire soit 1011 car $11 = 1\times8+0\times4+1\times2+1$
- associer cette écriture à H4B3H2H1
- mettre en haut au premier regroupement la partie tenue haute, en haut au deuxième la partie haute, en haut au troisième regroupement la partie basse, en haut au quatrième regroupement la partie tenue haute.

Ressources accessibles gratuitement :

- pour connaître **les apports de la magie mathématique dans l'enseignement secondaire**, aller sur le site CULTUREMATH de l'école Normale Supérieure et taper http://culturemath.ens.fr/content/la-math%C3%A9magie
  ou « mathémagie » ou « Souder » (50 pages)

- divers **comptes-rendus** par fichiers écrits (Word ou pdf) des **ateliers** des journées nationales de l'Association des Professeurs de Maths de l'Enseignement Public disponibles sur le site de l'**APMEP** : taper http://www.apmep.asso.fr puis Souder

- pour voir une **vidéo de la conférence** de Dominique Souder "Mathématiques, magie et mystère" (en deux morceaux, total **1h 50min**) du **13 février 2013** à la fac de Poitiers (pour des étudiants de 2e année), suivre les liens :

1ere partie conférence : (une heure)
http://uptv.univ-poitiers.fr/program/les-amphis-du-savoir-2013/video/3590/amphis2013-souder-mov/index.html

2eme partie : (48 minutes)
http://uptv.univ-poitiers.fr/program/les-amphis-du-savoir-2013/video/3591/amphis2013-souder2-mov/index.html

- Vous pouvez écouter une **interview** (11 minutes) de Dominique SOUDER dans l'émission « Microméga » de Radio France Internationale le 15 juin 2008 dans lequel il explique le fonctionnement du calendrier perpétuel : comment calculer de tête quel est le jour de la semaine qui correspond à une date donnée.
  Fichier : adsl FM 2008-06-15 16-48-35 RFI.mp3

Contact : **dominique.souder@gmail.com**

Conférences-spectacles de magie mathématique.
Ateliers tous publics, tous niveaux : des élèves de cours élémentaires jusqu'aux clubs de retraités
Animation de stand de fête scientifique.
Formation à la magie mathématique de professeurs des écoles, de professeurs de maths, de médiateurs scientifiques, d'animateurs périscolaires.

Bibliographie de Dominique SOUDER
Ouvrages de **magie mathématique** :

* *Disponibles en librairie et par Internet :*

- « Magic Matthieu compte en moins de 2 », par Dominique et Pascalyves SOUDER, éd. Belin ; (mai 2010) ; 112 pages ;
  traduction en coréen parue en 2011.
  (*A partir de 9 ans; tours de calculs magiques, pas de tours de cartes)*

- « Magic Matthieu multiplie les nouveaux mystères » par Dominique et Pascalyves SOUDER, éd. Belin ; (septembre 2010) ; 130 pages ; nominé prix Tangente 2012
  (*A partir de 10 ans; tours de calculs magiques)*

- « 80 petites expériences de maths magiques » par D. Souder, éd. Dunod, 232 pages, (paru en mai 2008, nominé Prix Tangente) ;
  traductions en chinois langage simplifié parue en 2010, en russe, en turc (2013), en coréen (2017).
  (*collégiens, lycéens, adultes; tours variés avec cartes ou objets divers*)

- « 60 tours magiques de mathématiques et de logique », éd. Ellipses ; D. Souder ; 216 pages ; (mai 2012) ; nominé Prix Tangente 2013)
  (*lycéens, adultes; lecteurs déjà avertis*)

- " Math & magiques : 50 tours pour découvrir les notions mathématiques niveau collège " (éd. SOS Education, 140 pages; janvier 2015)
  (collégiens, …, profs de maths : avec liaison entre thème math et numéro du tour)

- "Maths & magiques : 50 tours + 9 bonus pour découvrir et faire vivre les maths au lycée" (éd. SOS Education, 210 pages ; février 2016).
  (lycéens, …, profs de maths : avec liaison entre thème math et numéro du tour)

- " Math & magiques : 66 tours + 6 curiosités pour donner le goût des maths grâce à la magie ! Niveau cours moyens " (éd. SOS Education ; novembre 2017)
  (élèves du primaire, …, profs de maths : avec liaison entre thème math et numéro du tour)

** Ouvrages non disponibles en librairie, mais disponibles sur Internet :*

- sur http://www.mathkang.org/catalogue :

- « 32 tours mathématiques pour 32 cartes », par Dominique Souder, ACL éditions du Kangourou ; 64 pages ; (paru en avril 2008, réédité 2014)
  (*Tout public, à partir de 10 ans, uniquement des tours avec des cartes ; un jeu à dos de pavage Kangourou, et dissymétrique, peut être aussi acheté)*

- " Découpages mathématiques" par Dominique Souder et Francis Dupuis : 26 planches couleurs pour construire 25 solides, + livret 32 pages ;.

(Les propriétés magiques des polyèdres ; à partir du collège)

- encore facilement trouvable sur des sites d'occasion (Price minister, Le bon coin…):

- « Magie et maths » par Dominique Souder, ACL éditions du Kangourou ; 64 pages ; (paru en 2001, épuisé, ne sera pas réédité)
  (*Tout public, à partir de 10 ans; tours variés avec cartes, objets, vêtements, etc., idéal pour commencer)*

*   *   *   *   *   *   *

<u>Autres ouvrages</u> de Dominique SOUDER :

<u>Jeux mathématiques</u>

- « Y'a pas qu'les maths dans la vie », Aléas éditeur (2002)
- « 52 semaines de défis mathématiques » : avec Mickaël LAUNAY coédition Pôle et CRDP Poitou-Charentes, 2002
- « 2 aventures de Math'Givré et 52 nouveaux défis mathématiques » avec Mickaël LAUNAY, Aléas éditeur, 2006
- "Le grenier de Math'Man", (jeux mathématiques et vie d'un club), EDILIVRE, (2014), 196 pages. (Disponible en pdf sur le site de l'éditeur pour peu)
- Participation aux ouvrages collectifs des annales du championnat de France de jeux mathématiques de la FFJM (environ 30 livres de divers niveaux) ; voir le site ffjm.org

<u>Tests psychotechniques</u>

- « Tests psychotechniques : aptitude numérique », D. Souder, éd. Dunod 2008, rééd. 2011, rééd. 2014
- « Logique et mathématiques aux concours des écoles de commerce post bac », avec Bernard MYERS, éd. Dunod, 2009
- « Le grand livre des tests de logique et psychotechniques et de personnalité et de créativité. Edition 2017-2018 ». Ed. Dunod. Par Bernard Myers, Benoît Priet, Dominique Souder, C. Pelletier. (474 pages)
- « IFSI 2017, Tests d'aptitude, 14 concours blancs pour être prêt le jour J » ; éd. Dunod. Par Bernard Myers, Benoît Priet, Dominique Souder (392 pages)
- « Total : Le grand livre des tests d'aptitude et psychotechniques ». Ed. Dunod. Edition 2017. Par Bernard Myers, Benoît Priet, Dominique Souder (480 pages)