Le nombre d'or

François Dubois *

Kafemath
"La Case à Palabres"
Salon de Provence
vendredi 03 novembre 2017

* créateur et animateur du Kafemath.

Proportions

Rapport de longueurs...

je coupe un segment en deux morceaux “égaux”

Que vaut le rapport entre la “grande partie” et la “petite partie” ?

Que vaut le rapport entre “le tout” et la grande partie ?

Proportions *(ii)*

Rapport de longueurs...

je coupe un segment en deux morceaux “égaux”

Que vaut le rapport entre la “grande partie” et la “petite partie” ?

Que vaut le rapport entre “le tout” et la grande partie ?

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = 1 \qquad \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} = 2$$

Proportions *(iii)*

Rapport de longueurs...

je recoupe le même segment
avec un des morceaux deux fois plus long que l'autre

Que vaut le rapport entre la “grande partie” et la “petite partie” ?

Que vaut le rapport entre “le tout” et la grande partie ?

Proportions *(iv)*

Rapport de longueurs...

je recoupe le même segment
avec un des morceaux deux fois plus long que l'autre

Que vaut le rapport entre la "grande partie" et la "petite partie" ?

Que vaut le rapport entre "le tout" et la grande partie ?

il y a des tiers dans l'affaire...

Ah ces fractions !

Marcel Pagnol et Alexander Korda, *Marius*, 1931

Raimu et Pierre Fresnay

Ah ces fractions ! *(ii)*

CÉSAR

C'est ça ! Insulte la clientèle au lieu de te perfectionner dans ton métier ! Eh bien, pour la dixième fois, je vais te l'expliquer, le picon-citron-curaçao. (Il s'installe derrière le comptoir.)
Approche-toi ! (Marius s'avance et va suivre de près l'opération. César prend un grand verre, une carafe et trois bouteilles. Tout en parlant, il compose le breuvage.)
Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un BON tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin, un GRAND tiers d'eau. Voilà.

MARIUS Et ça fait quatre tiers.

CÉSAR

Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

(Il boit une gorgée du mélange).

Ah ces fractions ! *(iii)*

MARIUS
Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

CÉSAR Mais, imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !

MARIUS
Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

CÉSAR (triomphal)
Alors, explique moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre.

MARIUS Ça, c'est de l'arithmétique.

CÉSAR
Oui, quand on ne sait plus quoi dire, on cherche à détourner la conversation.

Divine proportion

Rapport de longueurs...

je recoupe le même segment

avec un des morceaux deux fois plus long que l'autre

Que vaut le rapport entre la "grande partie" et la "petite partie" ?

Que vaut le rapport entre "le tout" et la grande partie ?

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = 2 \qquad\qquad \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} = \frac{3}{2}$$

Divine proportion *(ii)*

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = 1 \qquad \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} = 2$$

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = 2 \qquad \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} = \frac{3}{2}$$

Comment choisir les longueurs relatives pour que

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} \text{ ?}$$

Mettre le problème en équations

Introduction du livre

Kitābu 'l-mukhtaar fī isābi al-jabr wa'l-muqābalah

"[...] les hommes ont besoin pour la répartition de leurs héritages et de leurs donations, pour leurs partages et pour leurs jugements, pour leurs transactions commerciales et pour toutes les opérations qu'ils ont entre eux et qui sont relatives à l'arpentage, à la répartition des eaux de rivières, à l'architecture ainsi qu'à d'autres aspects [...]"

Problèmes pratiques posés au neuvième siècle à Bagdad...

Solution de al-Khwârizmî (780-850), le "père de l'algèbre"

Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison (813 - 833)

Abdallah Muammad ibn Musa al-Khwârizmî (780-850)

Statue de al-Khwârizmî à l'université Amir Kabir de Téhéran

Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison

Mettre le problème en équations *(ii)*

Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison

al-jabr : réduction d'une fracture,
réunion des morceaux, restauration, *etc.*

objets de l'algèbre :
les nombres entiers et nombres rationnels positifs
l'inconnue (Jidhr = racine) et son carré (Mâl = bien).

Merci à Roshdi Rashed
pour son magnifique ouvrage sur al-Khwârizmî
(Editions Albert Blanchard, 2007)

Nombre d'or

Comment choisir les longueurs relatives pour que

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} \ ?$$

On met le problème en équations :

petite longueur $=$ unité $= 1$

grande longueur $= \Phi$ et $\Phi > 1$

le tout $=$ petite longueur plus grande longueur $= \Phi + 1$

$$\frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = \frac{\Phi}{1} = \frac{\Phi + 1}{\Phi} = \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}} \ ?$$

Equation satisfaite par le nombre d'or Φ : $\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$

$\Phi^2 = \Phi + 1$ sans oublier l'inéquation $\Phi > 1$!

Quelques expressions du nombre d'or

Relations satisfaites par le nombre d'or : $\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$ et $\Phi > 1$

On remplace Φ par sa valeur au membre de droite de l'équation :

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\Phi}}$$

et on recommence !

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\Phi}}} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\Phi}}}}$$

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cdots}}}}}}$$

Quelques expressions du nombre d'or *(ii)*

$$\Phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\cdots}}}}}}$$

On fait le calcul grâce à l'algorithme de la relation précédente !

Le mot algorithme vient du nom latinisé de al-Khwârizmî

$$1 + 1 = 2 \qquad 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \simeq 1,5 \qquad 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \simeq 1,666667$$

$$1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5} \simeq 1,6 \qquad 1 + \frac{5}{8} = \frac{13}{8} \simeq 1,625$$

$$1 + \frac{8}{13} = \frac{21}{13} \simeq 1,61538\ldots \qquad 1 + \frac{13}{21} = \frac{34}{21} \simeq 1,6190\ldots$$

Les nombres entiers en rouge : 1 1 2 3 5 8 13 21 34

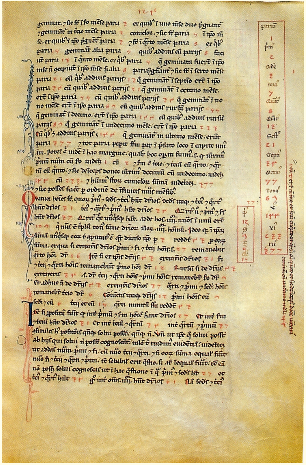
sont ceux de la suite de Fibonacci :

Le suivant est somme des deux précédents !

Suite de Fibonacci

Leonardo Fibonacci ou Léonard de Pise (1175 - 1250)

Suite de Fibonacci *(ii)*



Liber Abaci, Le livre des Abaques, Leonardo Fibonacci, 1202

Suite de Fibonacci *(iii)*

population de lapins introduite dans le Liber Abaci

la population de chaque génération est somme
de la génération en cours
et de la précédente

Avec des suites : $u_0 = 0$ par convention, $u_1 = 1$

puis $u_2 = u_0 + u_1 = 0 + 1 = 1$

puis $u_3 = u_1 + u_2 = 1 + 1 = 2$

$u_4 = u_2 + u_3 = 1 + 2 = 3$

$u_5 = u_3 + u_4 = 2 + 3 = 5$

$u_6 = u_4 + u_5 = 3 + 5 = 8$ *etc.*

termes suivants : 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987,
1597, 2584, 4181, 6765, 10946, ...

Suite de Fibonacci *(iv)*

suite de Fibonacci :

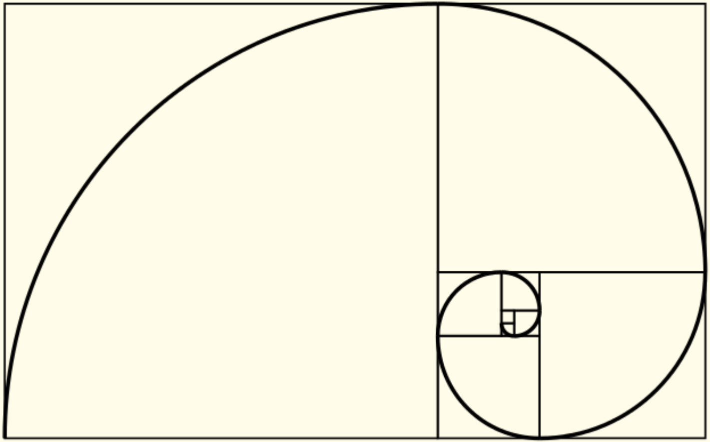
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, *etc.*

le rapport de deux termes successifs

se rapproche de plus en plus du nombre d'or

$$\frac{2}{1} = 1,\ \frac{3}{2} = 1.5,\ \frac{5}{3} \simeq 1.6666,\ \frac{8}{5} = 1.6,\ \frac{13}{8} = 1.625,\ \frac{21}{13} = 1.61538,$$
$$\frac{34}{21} \simeq 1.61904,\ \frac{55}{34} \simeq 1.617647,\ \frac{89}{55} \simeq 1.6181818,$$
$$\frac{144}{89} \simeq 1.6179775,\ \frac{233}{144} \simeq 1.6180555,\ \frac{377}{233} \simeq 1.6180257,$$
$$\frac{610}{377} \simeq 1.61803713,\ \textit{etc.}$$

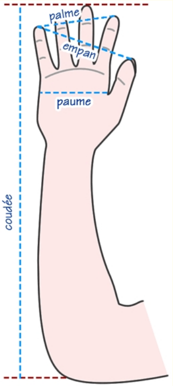
Suite de Fibonacci *(v)*

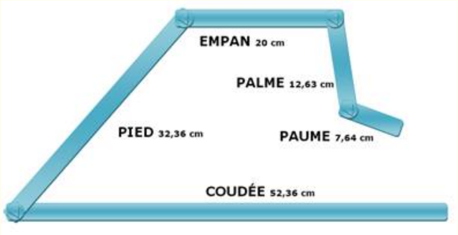


spirale de Fibonacci : elle est composée d'arc de cercles

Suite de Fibonacci *(vi)*

anciennes unités de mesure : quine des bâtisseurs





www.chateau-de-mezerville.org villemin.gerard.free.fr

Un film magnifique...

"Nature by numbers" (2010)

film de Cristóbal Vila, musique de Wim Mertens

voir aussi quelques explications à l'adresse suivante :
www.etereaestudios.com

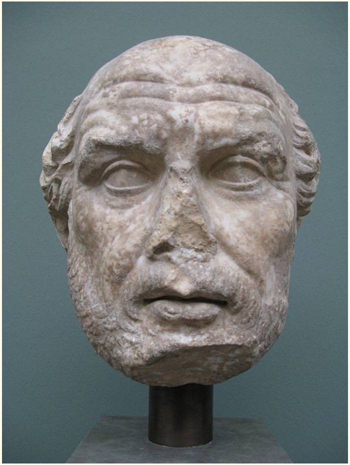
Architecture

théâtre d'Epidaure :

le nombre de marches en dans la progression de Fibonacci
34 rangées de sièges et 13 escaliers. En 170 avant J.-C., 21 rangées ont complété le théâtre, celui-ci comportant alors 55 rangées.

j.stravianos.free.fr

Architecture *(ii)*



Phidias (Athènes, -490 ; Olympie, -430), architecte du Parthénon

Yair-haklai, commons.wikimedia.org

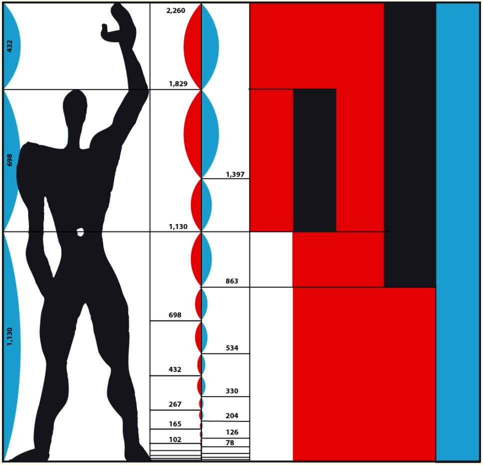
Architecture *(iii)*

Attention aux distorsions dues à la photo ! Selon les images, si on mesure la plus grand côté sur le plus petit côté, on trouve un nombre entre 1.41 et 1.8... images.math.cnrs.fr

Architecture *(iv)*


LE MODULOR
ESSAI
SUR
UNE MESURE HARMONIQUE
A
L'ECHELLE HUMAINE
APPLICABLE
UNIVERSELLEMENT
A
L'ARCHITECTURE
ET A
LA MÉCANIQUE

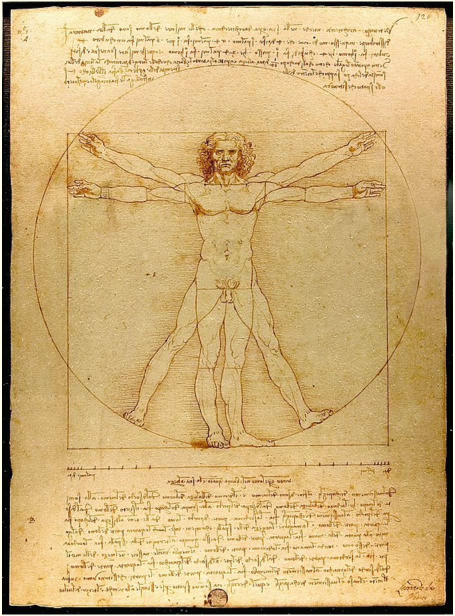
LE CORBUSIER



Le Corbusier (1887 - 1965), Le Modulor (1954)

www.neermanfernand.com design-matin.com

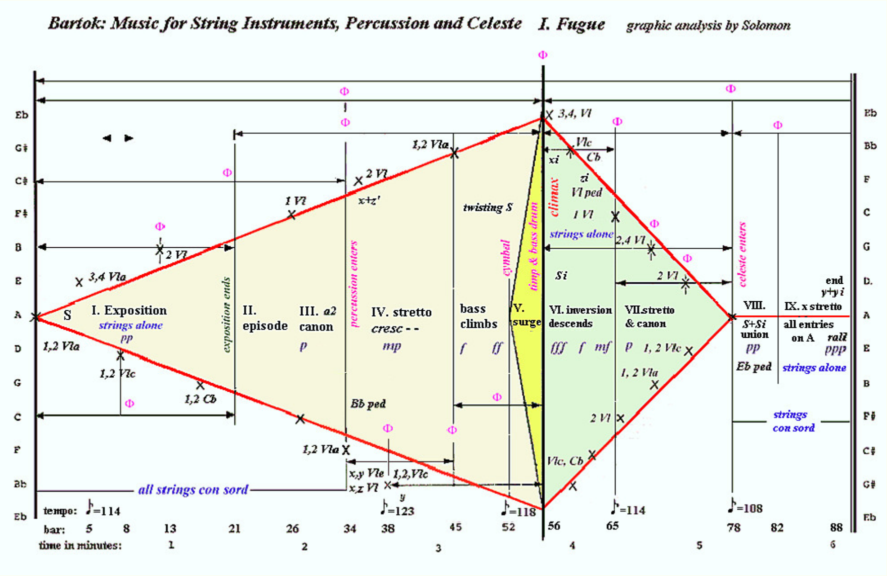
Leonard de Vinci : homme de Vitruve (1490)



Salvador Dali : Le sacrement de la dernière Cène (1955)

National Gallery of Art, Washington

Bela Bartok : Musique pour cordes, percussion et célesta



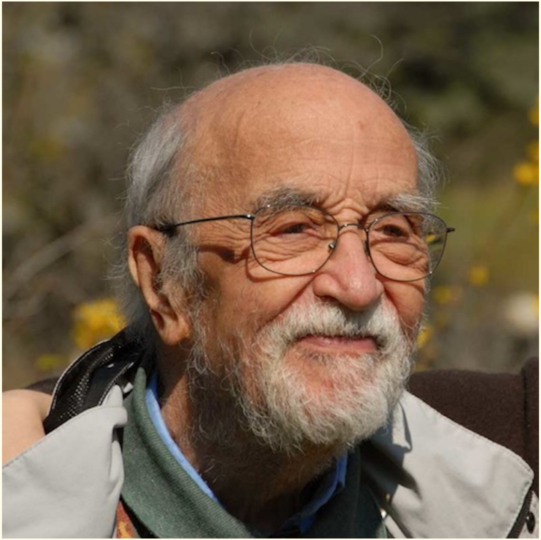
Analyse (contestée !) de Larry J. Solomon (1973)

Musique pour cordes, percussion et célesta (1936)

un Kafemath sur ce sujet le 6 mars 2008

Paul Borie, La Commune d'Aligre, Paris, 12e

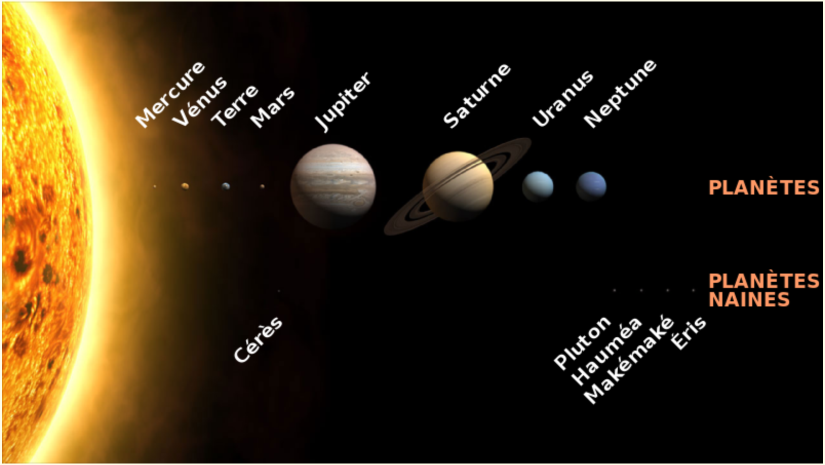
Jean-Marie Souriau (1922 - 2012)



Jean-Marie Souriau *(ii)*

10 rue Mazarine, Aix en Provence www.guyliegeois.fr

Jean-Marie Souriau *(iii)*



Quelle loi de répartition des planètes dans le système solaire ?
Loi de Johann Daniel Titius (1766) et Johann Elert Bode (1772)
$r = 0.4 + 0.3 \times 2^{n-1}$, n le "rang" de la planète (Terre : $n = 2$)

Jean-Marie Souriau *(iv)*

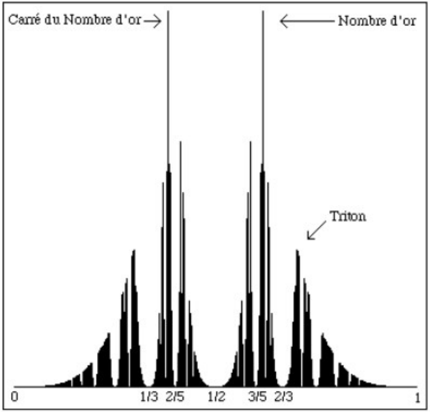
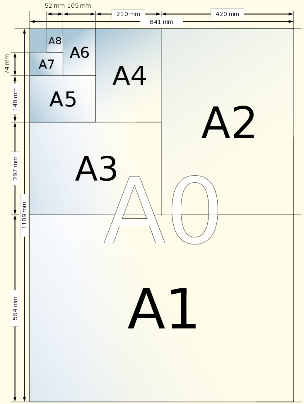


Figure 21. Échelle des dissonances

Les résonances dans le système solaire font apparaître
le nombre d'or... avec une precision de l'ordre du pour cent...
voir la "Grammaire de la Nature" www.jmsouriau.com

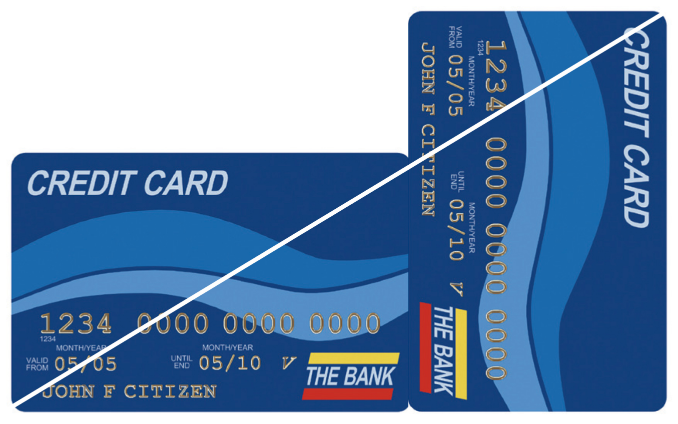
Papier à lettres ?



les proportions de la feuille sont conservées lorsqu'on la plie en deux dans sa longueur :

$$\frac{h}{\ell} = \frac{\ell}{h/2}, \text{ donc } \left(\frac{h}{\ell}\right)^2 = 2$$

Cartes de crédit ?

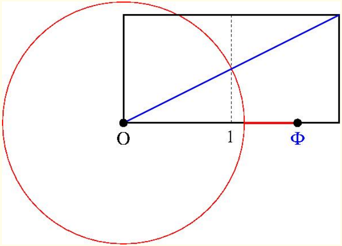


$$\frac{8.5}{5.4} \simeq 1.57 \qquad \frac{\text{grande partie}}{\text{petite partie}} = \frac{\text{le tout}}{\text{grande partie}}$$

images.math.cnrs.fr

Construction géométrique du nombre d'or

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



Si le côté du carré vaut 1, la diagonale du rectangle vaut $\sqrt{5}$.

Donc le nombre d'or est irrationnel :

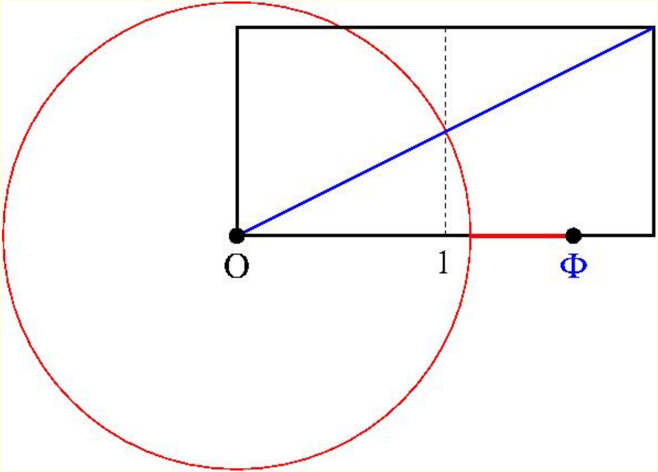
il ne peut pas être quotient de deux nombres entiers

Si c'était vrai, ce serait encore vrai pour $\sqrt{5}$

Or on sait depuis Euclide (-300) que c'est faux !

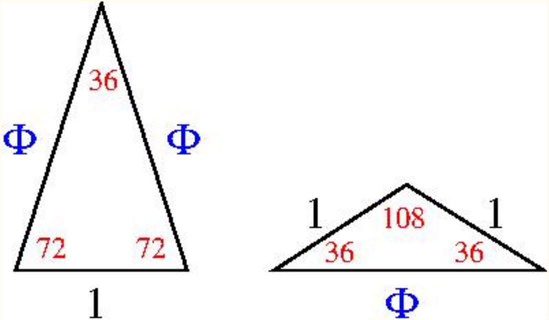
Construction géométrique du nombre d'or *(ii)*

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



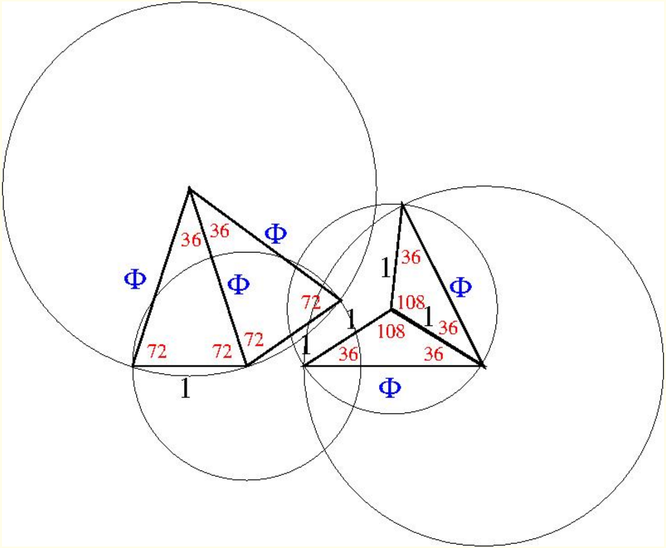
On reporte $\frac{\sqrt{5}}{2}$ avec le compas et on ajoute $\frac{1}{2}$: $\Phi = \simeq \ 1,6$.

Nombre d'or et figures géométriques remarquables



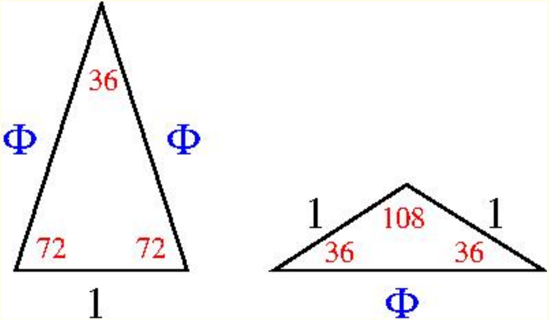
Le nombre d'or dans deux triangles isocèles

Nombre d'or et figures géométriques remarquables *(ii)*

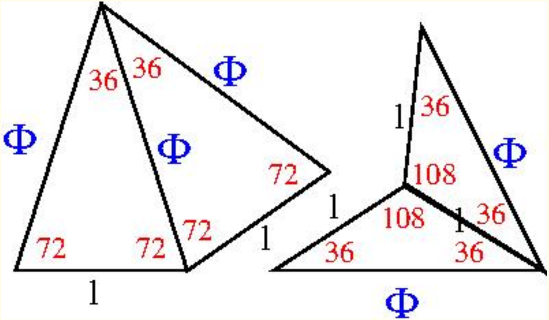


On duplique les triangles

Nombre d'or et figures géométriques remarquables *(iii)*

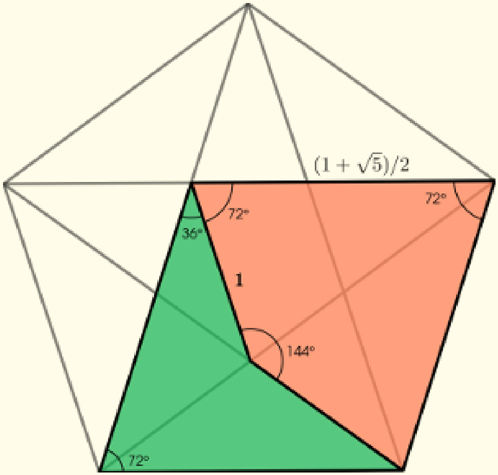


Nombre d'or et figures géométriques remarquables *(iv)*



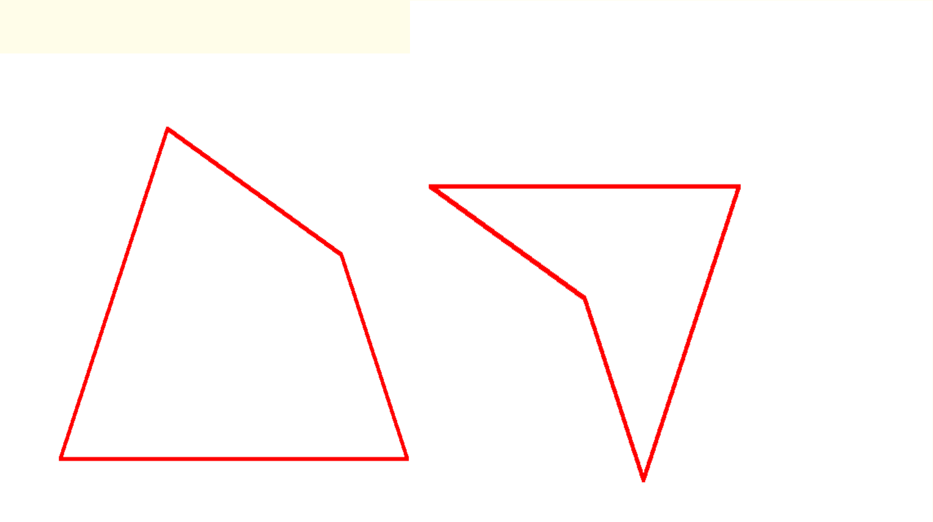
cerf volant et flèche

Nombre d'or et figures géométriques remarquables *(v)*

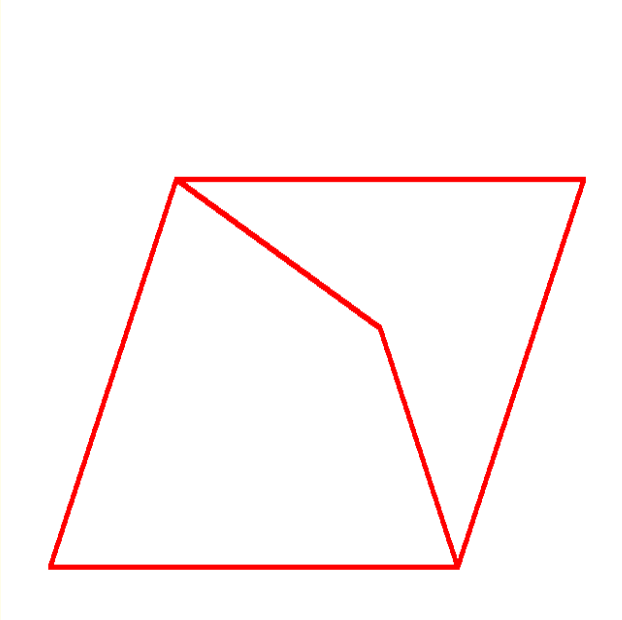


La flèche en vert et le cerf-volant en orange

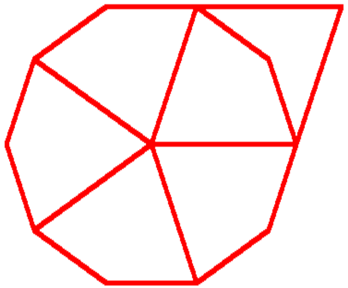
Pavages de Penrose : cerf-volant et flèche



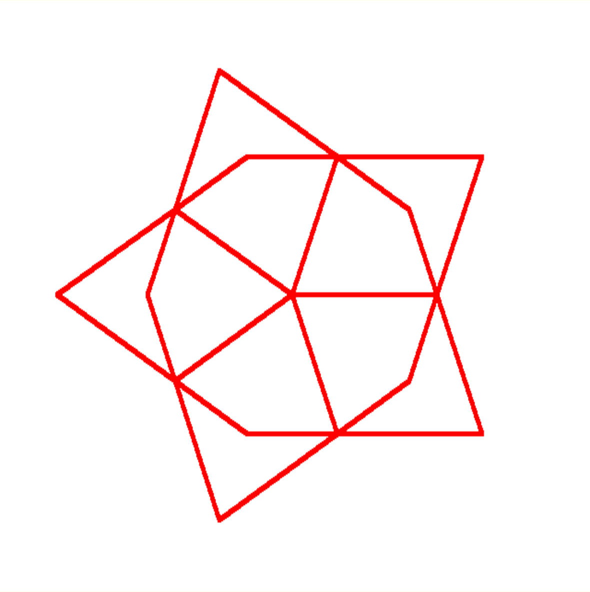
Pavages de Penrose : cerf-volant et flèche *(ii)*



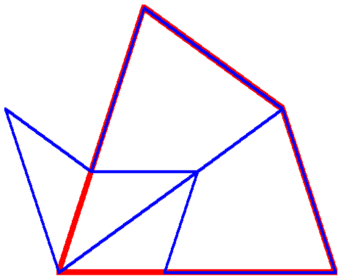
Pavages de Penrose : cerf-volant et flèche *(iii)*

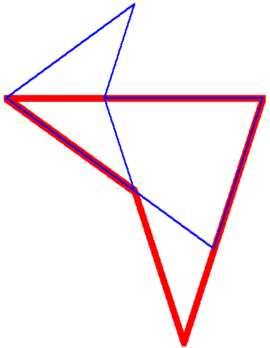


Pavages de Penrose : cerf-volant et flèche *(iv)*



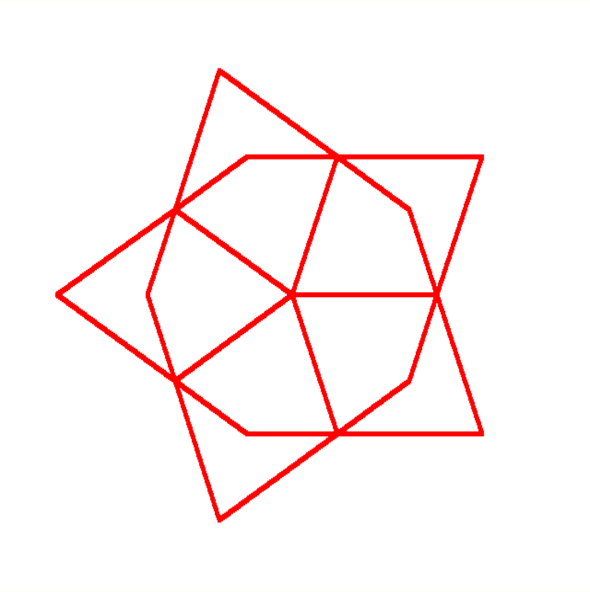
Découpage du cerf-volant et de la flèche



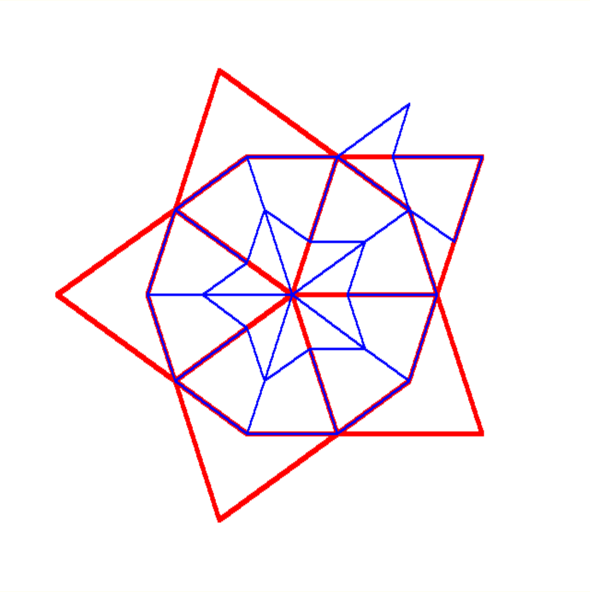


Le cerf-volant se transforme en deux cerf-volants et une flèche
la flèche se transforme en un cerf-volant et une flèche.

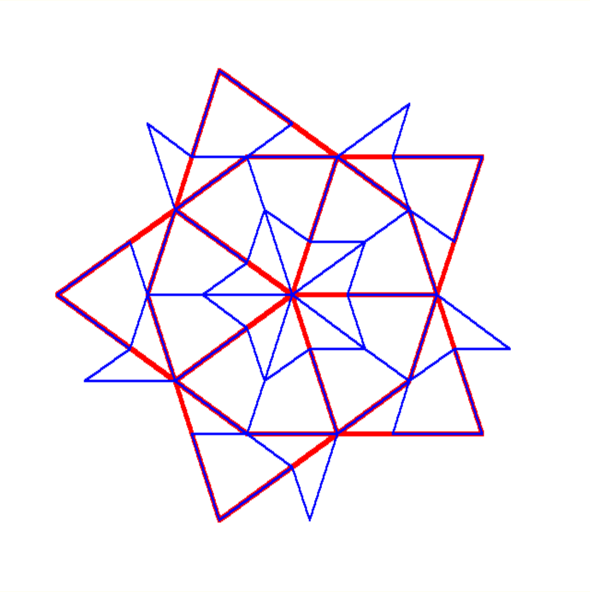
Pavages de Penrose : cerf-volant et flèche *(v)*



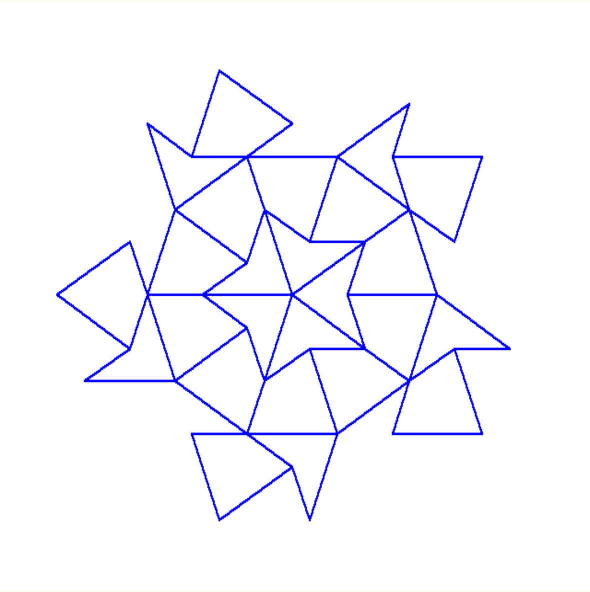
On découpe le début de pavage...



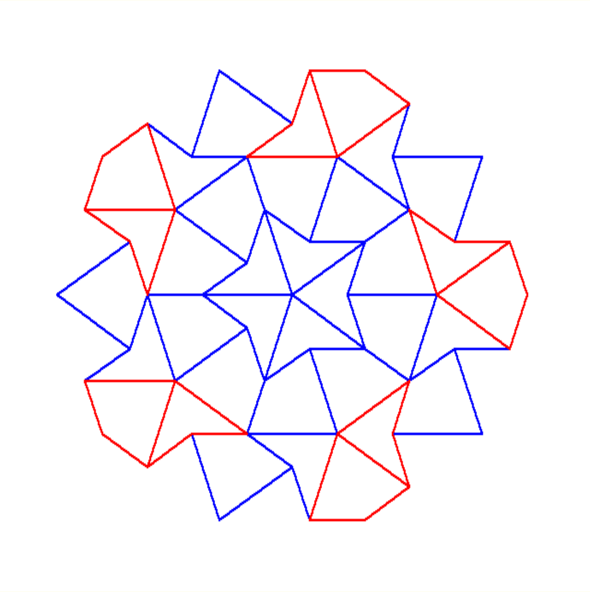
On continue le découpage



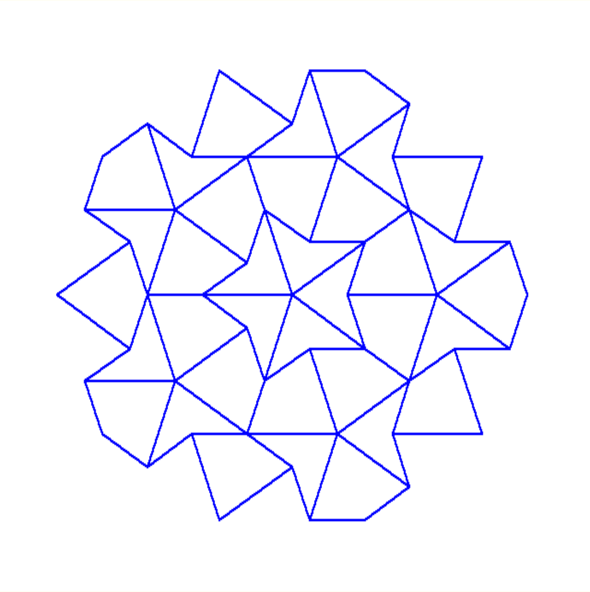
On enlève la première génération



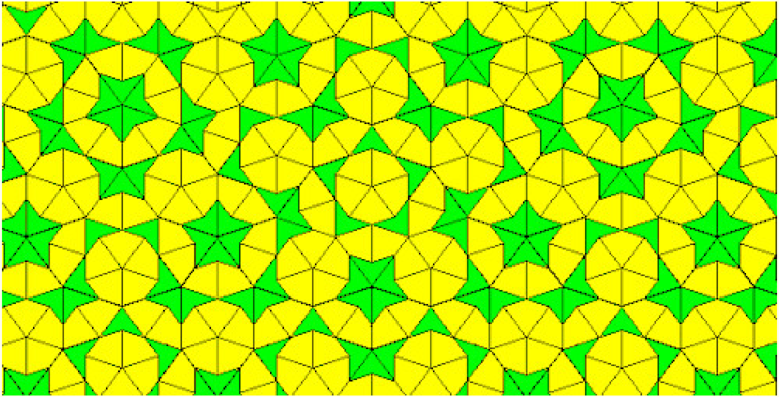
On ajoute quelques flèches et cerfs-volants



On obtient un début de pavage de Penrose

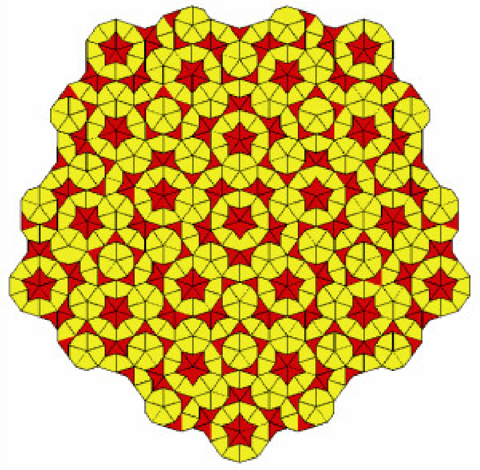


D'autres pavages de Penrose...

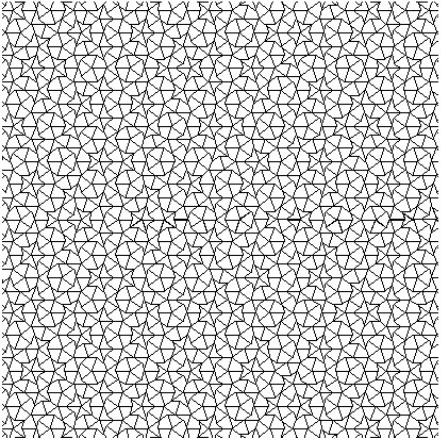


avec le cerf-volant et la flèche

D'autres pavages de Penrose *(ii)*

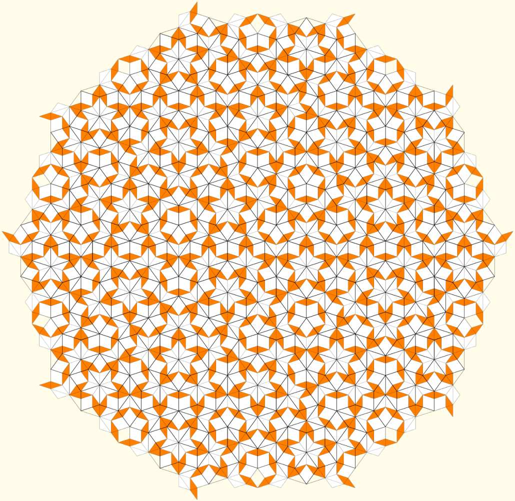


D'autres pavages de Penrose *(iii)*



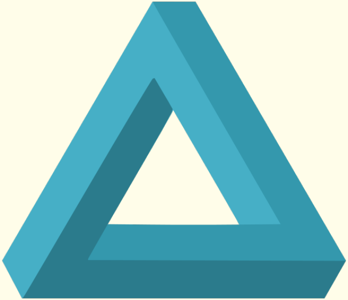
voir la page d'Yves Benoist www.math.u-psud.fr/∼benoist

D'autres pavages de Penrose *(iv)*



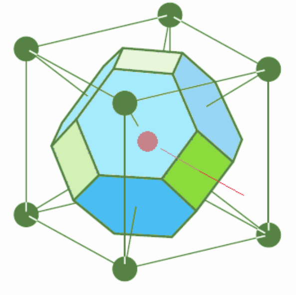
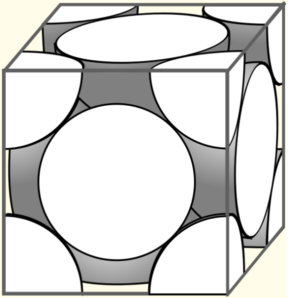
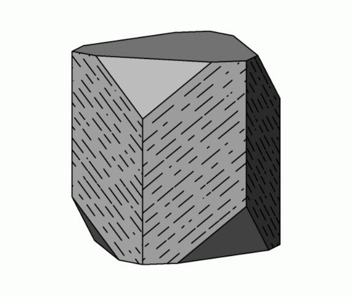
wikipedia

Roger Penrose



né en 1931, mathématicien, cosmologiste,
a proposé un triangle impossible dans les années 50,
les pavages apériodiques en 1974,
un modèle physique de la conscience en 1989, *etc.*

Structure régulière des cristaux

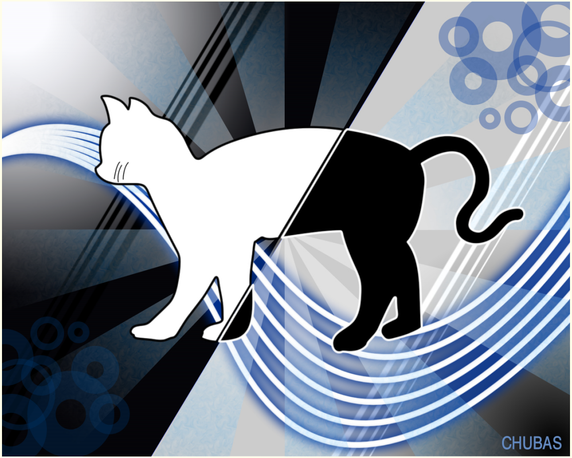




Etude classique (réseau et motif) des groupes cristallographiques :
17 groupes cristallographiques avec des symétries d'ordre 2, 3, 4, 6.

Pas de symétrie d'ordre 5 !

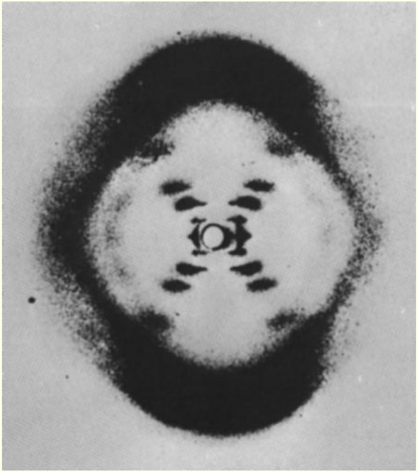
Résultat connu depuis la fin du 19 ième siècle

Structure régulière des cristaux ?



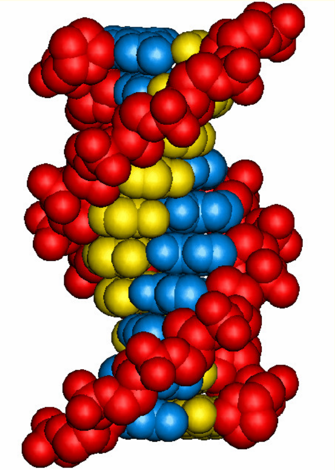
Erwin Schrödinger (1887 - 1961) *Qu'est-ce que la vie ?* (1944)
idée d'un "cristal apériodique" à l'intérieur des chromosomes.

Double hélice



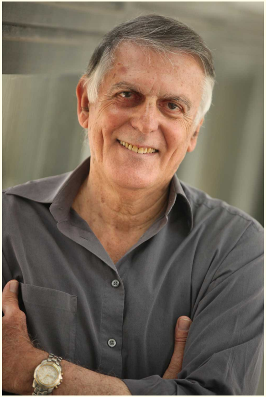
La double hélice vue en 1952 par Rosalind Franklin (1920 - 1958)
et son élève Raymond Gosling (1926 - 2015)

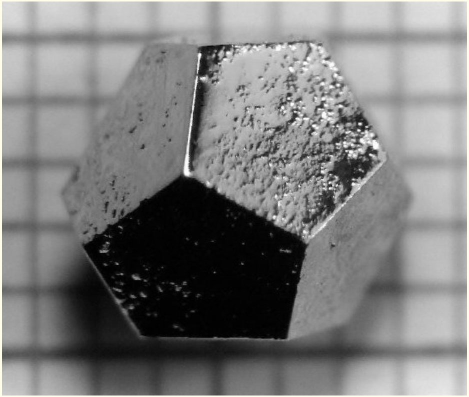
Symétrie d'ordre 5 dans la double hélice



ADN-B : de l'ordre de 10 bases par tour de la double hélice
rouge: brin phosphodiester ; bleu: guanine, jaune : cytosine.
Anne Lebrun et Richard Lavery, IBCP, Lyon.

Des quasi-cristaux dans la nature...





Dan Shechtman (prix Nobel en chimie en 2011)
quasicristal “Ho-Mg-Zn” d'holmium, manganèse et zinc,
de forme très proche du dodécaèdre....

Φ à suivre...

Le nombre d'or n'est pas rationnel : $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

il ne peut pas être écrit sous la forme $\dfrac{p}{q}$

où p et q sont deux nombres entiers

Le nombre d'or est algébrique : $\Phi^2 = \Phi + 1$

il est solution d'une équation polynomiale à coefficients entiers

Un nombre qui n'est pas algébrique est appelé transcendant.

Kafemath

Première séance du “kafemath” en octobre 2004

ASSOCIATION “KAFEMATH”

Art. 1. Fondation

Il est fondé, entre les adhérents aux présents statuts, une association régie par la loi du 1° juillet 1901 ayant pour nom “Kafemath”.

Art. 2. Objet

Cette association a pour objet le plaisir à faire des mathématiques, les découvrir, les redécouvrir, les faire aimer, comme l'énonce son texte fondateur, proposé par François Dubois en mars 2005 :
« Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes ! Tout en restant ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble. Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur. »
Les mathématiques sont l'affaire de tous. En faciliter l'accès est l'objet du Kafemath.

Association créée en février 2011...

Kafemath *(ii)*

Bienvenue sur le site de Kafemath !

Le Kafemath est un essai de café mathématique.
Un café mathématique est aux mathématiques ce que le "café philo" est à la philosophie !

---

vendredi 03 novembre 2017 : **"Le nombre d'or"**,
à "**La Case à Palabres**", **44, Rue Pontis, 13300 - Salon de Provence à 18 heures 30.**
Le nombre d or fascine les hommes depuis des siècles. Nous tentons de l apprivoiser
grâce à une multiplicité de points de vues : algèbre. géométrie. algorithmique. esthétique. histoire. biologie
et. si le temps le permet. musique. Faire des mathématiques est un plaisir.
Chacun pourra éprouver au cours des échanges lors de la séance la joie de comprendre
et prendre conscience de la lente progression des idées mathématiques au cours des siècles...

jeudi 30 novembre 2017 : **"Calcul graphique : les abaques"**
avec **Jean Gagnerault**. membre de l association Kafemath.
à "**La Coulée Douce**", **51 rue du Sabel, Paris 12e à 20 heures.**

jeudi 14 décembre 2017 : **"Le problème de Steiner : de Fermat aux grands réseaux"**
avec **Christian Dufour**. membre de l association Kafemath.
à "**La Coulée Douce**", **51 rue du Sabel, Paris 12e à 20 heures.**

Kafemath. c est d abord un café ! Pour remercier notre hôte.
chaque participant s oblige donc à consommer. au minimum. une boisson.
Possibilité de restauration sur place après la séance. réserver au 0143413662.

---

site kafemath.fr le 02 novembre 2017

Kafemath *(iii)*

Annéees précédentes

Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes !

En veillant à rester ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble.

Et il suffit d'être passionné pour devenir co animateur !

Sites à visiter

Catalogue

Association Kafemath

Bulletin d adhésion

Statuts et acte officiel de création de l association Kafemath (23 avril 2011)
L Assemblée Générale 2018 a eu lieu le **jeudi 11 janvier 2018 à 20h00**
à "La Coulée Douce". 51 rue du Sahel. Paris 12e.

kafemath.fr

Merci de votre attention... des questions ?

La Case à Palabres

kΦm

Bonus : d'autres expressions du nombre d'or

Relations satisfaites par le nombre d'or : $\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$ et $\Phi > 1$

On multiple par Φ : $\Phi^2 = 1 + \Phi$

On extrait la racine carrée : $\Phi = \sqrt{1+\Phi}$

On remplace Φ au membre de droite : $\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\Phi}}$

On recommence ! $\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\Phi}}}$

$$\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\Phi}}}}$$

$$= \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\Phi}}}}}$$

$$\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}}}}$$

D'autres expressions du nombre d'or *(ii)*

$$\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}}}$$

On utilise le nouvel algorithme :

$\sqrt{1} = 1$ $\sqrt{1+1} \simeq 1,414$ $\sqrt{1+1,414} \simeq 1,5537$

$\sqrt{1+1,5537} \simeq 1,5981$ $\sqrt{1+1,5981} \simeq 1,61185$

$\sqrt{1+1,61185} \simeq 1,6161$ $\sqrt{1+1,6161} \simeq 1,6174$

$\sqrt{1+1,6174} \simeq 1,6178$ $\sqrt{1+1,6178} \simeq 1,617978$

$\sqrt{1+1,617978} \simeq 1,618016$ $\sqrt{1+1,618016} \simeq 1,6180286$

$\Phi \simeq 1,618$.

D'autres expressions du nombre d'or *(iii)*

Relations satisfaites par le nombre d'or : $\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi}$ et $\Phi > 1$

On a donc une équation du second degré : $\Phi^2 - \Phi = 1$

On travaille un peu cette équation :

$$\Phi^2 - 2\,\Phi\,\frac{1}{2} = 1 \qquad \Phi^2 - 2\,\Phi\,\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 1$$

$$\left(\Phi - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 1 \qquad \left(\Phi - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

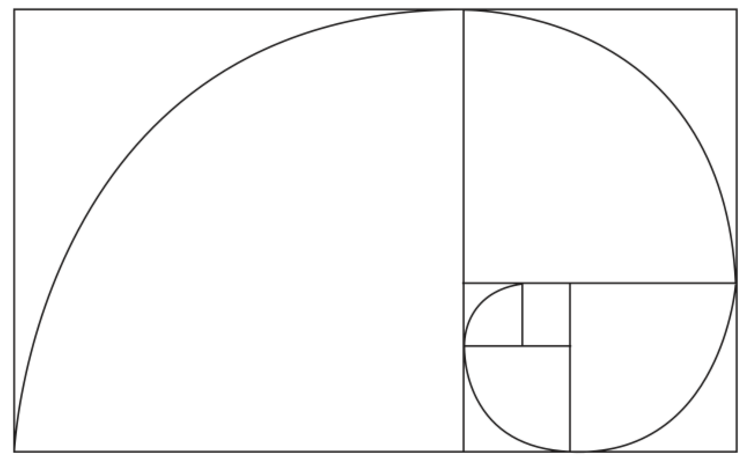
$$\Phi - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{ou} \quad -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}61803398874989$$

$$\text{ou} \quad \Phi = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{négatif !}$$

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}61803398874989.$$

Spirale d'or

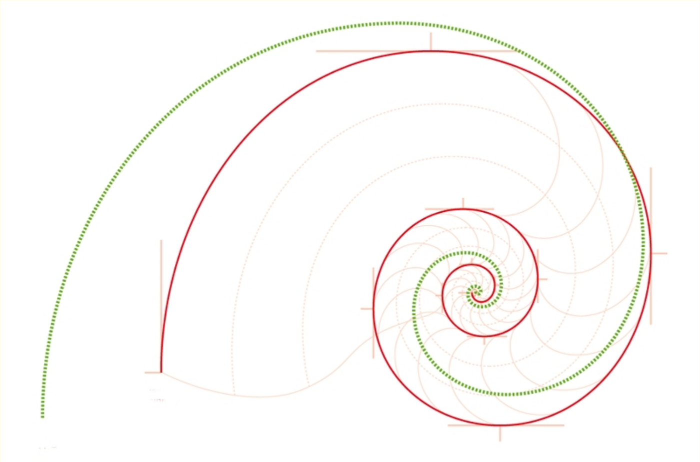


spirale d'or

Nautile

Chris 73, commons.wikimedia.org

Spirale d'or *(ii)*



le nautile (en rouge) ne doit pas être confondu
avec la spirale d'or (en vert) www.etereaestudios.com
voir aussi l'article de Christiane Rousseau (2008)