



Chiffres arabes ... chiffres romains, Comment écrire les nombres

Hervé Stève

herve.steve@hotmail.fr

Kafemath du 01/03/2017

CE RATP Championnet



Bibliographie

G. Ifrah : Histoires Universelles des CHIFFRES
(2 tomes), edt R. Lafont



PLAN

1. Compter
2. Chiffres romains
3. Chiffres arabes
4. Autres chiffres, bases



Premiers entiers

compter « à vue » :

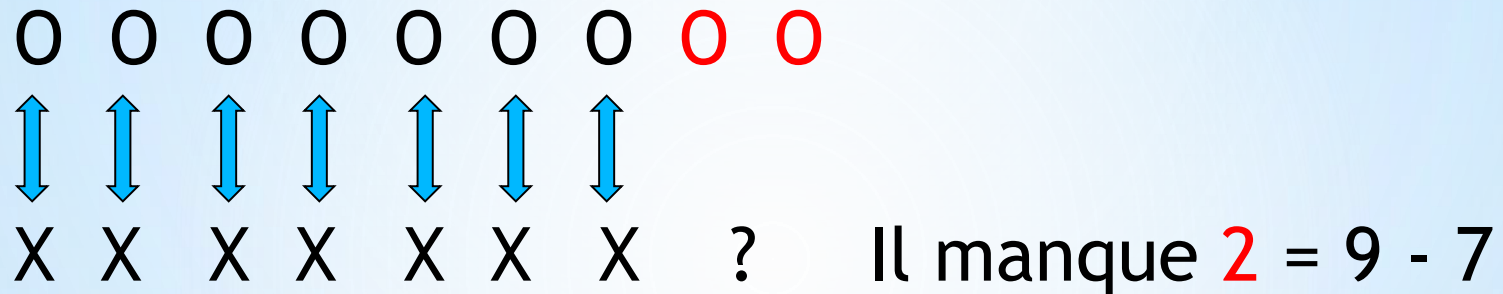
- unité, paire, ... beaucoup
- un, deux, un-deux, deux-deux, ... base 2
- un, deux, trois, quatre, ... beaucoup
- I II III IIII V VI VII VIII VIII VIII VV
... base 5
- I II III III III III ... base 3
I II III



Appariement

compter « sans compter » : support

par exemple : un troupeau de X



avec/sur des objets

sur le corps : doigts de la main, ...



Nombre cardinal/ordinal

Nombre cardinal : « ensemble » intrinsèque

1 lune, 2 ailes, 3 lobes trèfle, 4 pattes,
5 doigts, ...

Nombre ordinal : position, ordre, succession

numéro : premier symbole, second
symbole, troisième symbole, ...

construction des nombres (entiers)



symboles / base

Nombre de symboles : **infini !**

base fini : moins de symboles pour de plus grand nombres

base 2 : 1=un, 2=deux, 3=deux+un, 4=deux+deux, 5
deux+deux+un, 6 deux+deux+deux, ...

base 10 : 10 symboles 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,
10+1,10+2,...,10+9,10+10,10+10+1,...

numération de position : unité 1 , dizaine 10 , centaine
100, ...



Systeme decimal ?

Langage du corps : 2 mains à 5 cinq doigts

Base 10 = 2 x 5
Base 12 = 3 x 4 = 2 x 6 } **pour le commerce**

Base 7, 11 : **nombre premier**

Base 2 : **peu de symboles** mais beaucoup de chiffres ! $627=512+64+32+16+2+1=1\ 001\ 110\ 011$

Bases 20 et 60 : beaucoup de symboles, problème pour la mémoire ...

Optimal entre 10 et 12



Entiers

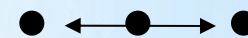
Le premier des entiers est 1 l'unité



Le second est 2 ou l'autre 1 : parité



Puis 3 : la trinité avec 1 et 2



Les suivants de 1 (naturels) : 2, 3, ..., n, n+1, ...
jusqu'à ... l'infini ∞

Les précédents (relatifs) : n, n-1, ..., 1 et plus
rien ... le zéro 0 et puis -1, -2, ..., $-\infty$



Grands entiers

Paquets de p :

multiplication : $n + n + \dots + n = p \times n = m$

division : $n = m : p = m / p$

division euclidienne : $m = n \times p + \text{reste } (< p)$

Puissance :

$n \times n \times \dots \times n = n^p$ (n exposant p)

combien de grains de riz sur l'échiquier ?

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1 \approx 18 \cdot 10^{18}$$

18 milliards de milliards !



Compter en “base dix” avec les Romains

de un à cinq : la première main...

de six à dix : la première main plus des doigts de la seconde main...

Le nombre “cinq”, nombre de doigts d'**une main**,
joue un rôle intermédiaire



minirinette.over-blog.fr

un comptage naturel : I II III IIII

le nombre cinq est représenté chez les Romains par le symbole V

suite du comptage naturel : VI VII VIII IIIII

puis un nouveau symbole pour représenter “dix” : X

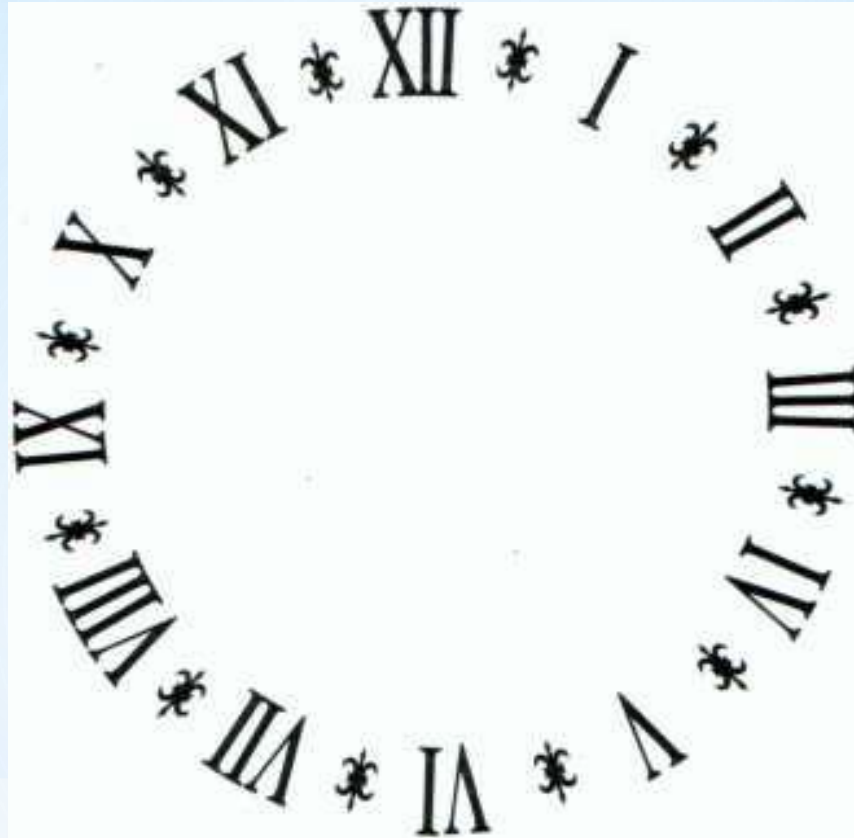
petite astuce pour diminuer le nombre de symboles :

quatre est égal à “cinq moins un” : on le note “un avant cinq”, soit IV

neuf est égal à “dix moins un” : on le note “un avant dix”, soit IX



Chiffres romains



source : onveutout.com



Compter en “base dix” avec les Romains

I un

II deux

III trois

V cinq

IV quatre égale cinq moins un

VI six égale cinq plus un

VII sept égale cinq plus deux

VIII huit égale cinq plus trois

X dix

IX neuf égale dix moins un

XI onze égale dix plus un

XII douze égale dix plus deux



Compter en “base dix” avec les Romains

les premiers nombres représentés par les Romains :

I II III IV V VI VII VIII IX X

On considère deux paquets de dix (vingt) : XX

trois paquets de dix (trente) : XXX

cinq paquets de dix (cinquante) : L

quatre paquets de dix (quarante) : XL

six paquets de dix (soixante) : LX

sept paquets de dix (septante) : LXX

huit paquets de dix (octante) : LXXX

dix paquets de dix (cent) : C

neuf paquets de dix (nonante) : XC

les premières dizaines représentées par les Romains :

X XX XXX XL L LX LXX LXXX XC C

Cent est le résultat de dix paquets de dix...



Compter en “base dix” avec les Romains

On continue avec cette nouvelle échelle.

On considère deux paquets de cent : **CC**

trois paquets de cent : **CCC**

cinq paquets de cent : **D**

quatre paquets de cent : **CD**

six paquets de cent : **DC**

sept paquets de cent : **DCC**

huit paquets de cent : **DCCC**

dix paquets de cent : **M**

neuf paquets de cent : **CM**

les premières centaines représentées par les Romains :

C CC CCC CD D DC DCC DCCC CM M

On continue cette logique ; deux paquets de mille : **MM**

trois paquets de mille : **MMM**



Compter en “base dix” avec les Romains

Un total de sept symboles

un I

cinq V

dix X

cinquante L

cent C

cinq cent D

mille M

année deux mille dix-sept : **MMXVII**

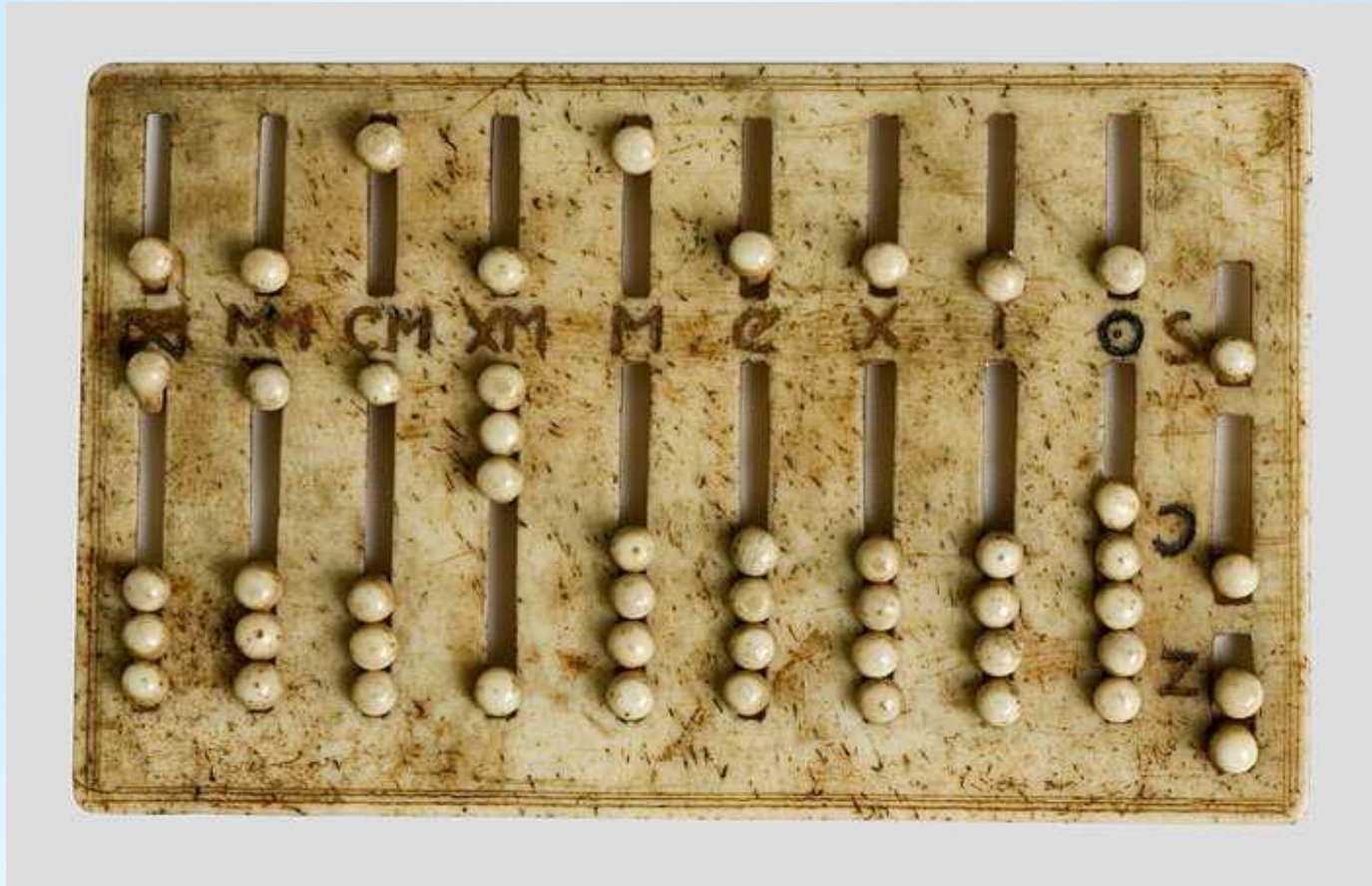
on ne peut pas compter au-delà de
quatre mille neuf cent quatre vingt dix neuf !

MMMMDCCCXCIX



Calculer avec les chiffres romains

pourquoi compter si on a une ... machine qui donne le résultat ?



abaque romain (boulrier !)

source : interstices.info



Calculer avec les chiffres romains

Les nombres sont représentés en France avec des chiffres romains pendant tout le moyen-âge pour les usages courants...



source : ask.com

Gerbert d'Aurillac (945 - 1003), qui deviendra Sylvestre II, pape de l'an mille, rapporte les chiffres arabes d'Espagne.



Compter en base dix avec les chiffres arabes

les neuf premiers nombres demandent chacun un symbole :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Puis on a dix, qui forme un “paquet de dix”

On ajoute un nombre de un à neuf `a cette première dizaine :

11 12 13 14 15 16 17 18 19

Un nombre se présente comme une suite de chiffres

le chiffre de droite désigne le nombre d'unités

puis à sa gauche, le nombre de dizaines

puis à sa gauche, le nombre de centaines

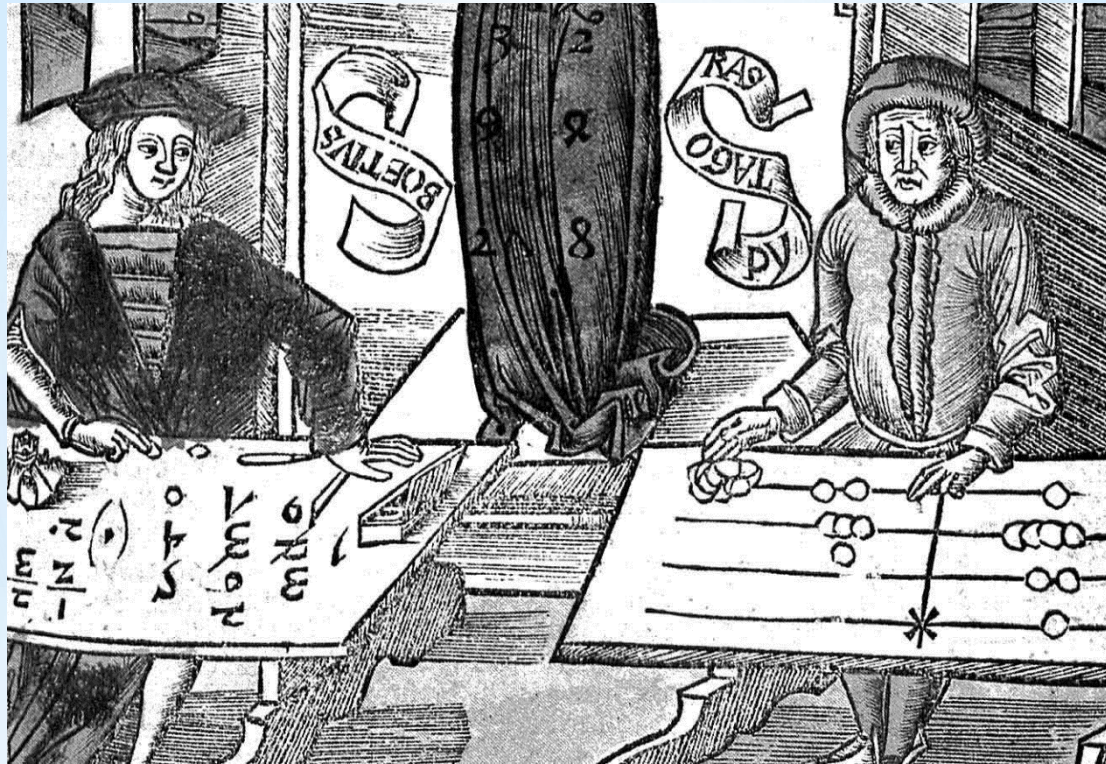
puis à sa gauche, le nombre de milliers, etc.

deux mille trois cent douze : 2 312



Abacistes et algoristes

grande querelle (cinq siècles ! jusqu'à la fin du XVIIIème siècle) entre les partisans des chiffres romains traditionnels et des calculs avec des abaquas et les partisans des chiffres arabes et des calculs avec un “**algorithme**”...



source : maths-rometus.org



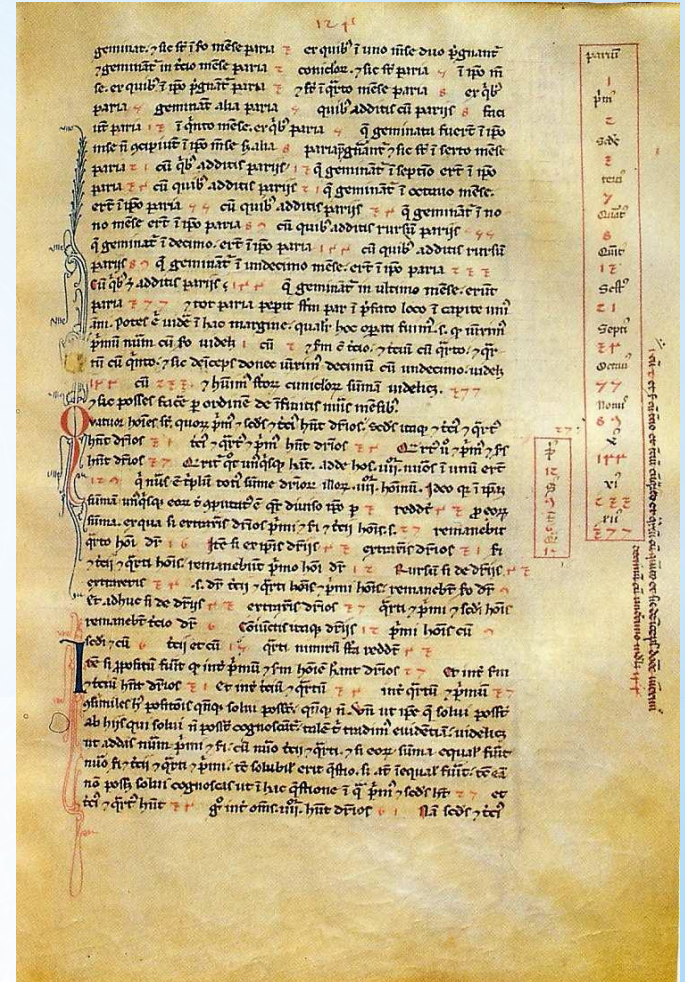
Compter en base dix avec les chiffres arabes

Comment faire quand l'une des colonnes d'un abaque n'a pas de jeton ?

Notion de "jeton pointé" pour exprimer qu'il n'y a pas de jeton dans la colonne correspondante



Léonard de Pise «Fibonacci» (1175-1250), "Liber Abaci" (1202)



pari
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100



Les chiffres arabes sont en fait indiens... (chinois ?)

Les indiens ont appris à désigner l'absence, le vide :
symbole "zéro" 0

invention (entre autres) par l'Indien Bramahgupta (598 - 668)

Brahmasphutasiddhanta (628) : le zéro est défini comme la somme de deux quantités opposées : un bien et une dette...

Règles de calcul avec zéro :

$0 + n = n$ pour tout entier n (neutre pour +)

$0 \times n = 0$ pour tout entier n ! (nilpotent pour \times)

on ne peut pas diviser par zéro !!

Mention en Syrie dès le VIIIème siècle...



Bramahgupta (598 - 668)



source : angelolaplace.fr



Nous avons dix doigts et dix orteils



minirinette.over-blog.fr,



myfashionworld.fr



Compter en base vingt comme les Mayas ?



source : visitchiapas.com

Apogée de la civilisation Maya entre le VIème et le IXème siècle de notre ère au Mexique et au Guatemala ; ici une vue de Palenque...



Compter en base vingt comme les Mayas ?

0	1	2	3	4
	•	••	••••	•••••
5	6	7	8	9
	•	••	••••	•••••
10	11	12	13	14
	•	••	••••	•••••
15	16	17	18	19
	•	••	••••	•••••

dix neuf chiffres au total !!

source : fr.wikipedia.org



Systeme « vincésimal » comme les Bretons !

Les civilisation **celte** utilisait traditionnellement
une numération en base **20**

Ainsi,

soixante-dix en France ... au lieu de **septante** ... en Belgique !
quatre-vingts au lieu de **octante** du système décimal !

“une pièce de cent sous”, c’est à dire de cinq Francs !

En Grande Bretagne, Le shilling est le vingtième de la Livre...

Hôpital des Quinze-Vingts

(28 Rue de Charenton, 75012 Paris XIIème)

Il abritait **quinze** fois **vingt** soit **trois cents** lits !



Compter en base soixante en Mésopotamie



Les jardins suspendus, l'une des sept merveilles du Monde !



Tablette d'argile (2 400 ans avant J.C.)



source : math93.com



Systeme sexagésimal à Babylone

Comptabilité, calcul d'aires, zéro, équation du second degré, extraction de racines carrées, suites arithmétiques et géométriques, factorisations.

Soixante a beaucoup de diviseurs :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 .

Comptons avec les doigts :

1 (doigt 1 baissé), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5)

6 (doigts 5,4 baissés), 7 (5,4,3), 8 (5,4,3,2), 9 (5,4,3,2,1)

10 (doigt 6 baissé), 20 (6,7), 30 (6,7,8), 40 (6,7,8,9), 50 (6,7,8,9,10)

51 (6,7,8,9,10,1), 52 (6,7,8,9,10,2), 53 (6,7,8,9,10,3), 54 (6,7,8,9,10,4), 55 (6,7,8,9,10,5),

56 (6,7,8,9,10,5,4), 57 (6,7,8,9,10,5,4,3), 58 (6,7,8,9,10,5,4,3,2), 59 (6,7,8,9,10,5,4,3,2,1)



Le **systeme sexagésimal** des Babyloniens est toujours présent dans notre quotidien !

Division de l'heure en **soixante minutes**...

Un angle de un degré se divise en **soixante minutes** d'arc.



Base deux pour l'informatique

Deux symboles seulement : zéro et un

Écrire tous les nombres avec deux chiffres !

zéro	0
un	1
deux	10
trois	11
quatre	100
huit	1 000
seize	10 000
trente et un = $32 - 1$	11 111
trente deux	100 000
trente trois = $32 + 1$	100 001
soixante quatre	1 000 000
cent vingt huit	10 000 000
mille vingt quatre	10 000 000 000
mille neuf cent quatre vingt quatre = 31×64	11 111 000 000
2017 = $1984 + 33$	11 111 100 001



Conclusion

- **Les chiffres romains et les chiffres arabes** coexistent depuis des siècles. Les chiffres romains étaient utilisés de façon exclusive en France jusqu'au XXIIIème siècle... Chaque système de représentation des nombres a des avantages et des inconvénients !
- En particulier, les **opérations arithmétiques sont plus simples avec les chiffres arabes**, mais traditionnellement, on regardait les résultats grâce à des “abaques” !
- Pourtant, en obligeant à nommer **le vide avec le nombre zéro**, une invention proposée entre autres par l'Indien Bramahgupta dès le 7ème siècle, les chiffres arabes ont introduit le chiffre zéro dans la représentation des nombres, ouvrant la voie à des progrès conceptuels essentiels.