

*« Que l'on me donne une lyre et un arc
et je transmettrai aux hommes
les desseins infaillibles de Zeus ! »*



Apollon est le [dieu grec](#) du chant, de la musique, de la beauté masculine, de la poésie et des 9 muses. Il est également dieu des purifications et de la guérison, mais peut apporter la peste par son arc ; enfin, c'est l'un des principaux dieux capables de divination, consulté, entre autres, à [Delphes](#), où il rendait ses [oracles](#) par la Pythie de Delphes.

Do Ré Mi Fa Sol

Comment a-t-on créé la gamme ?

Par Gilles Moine

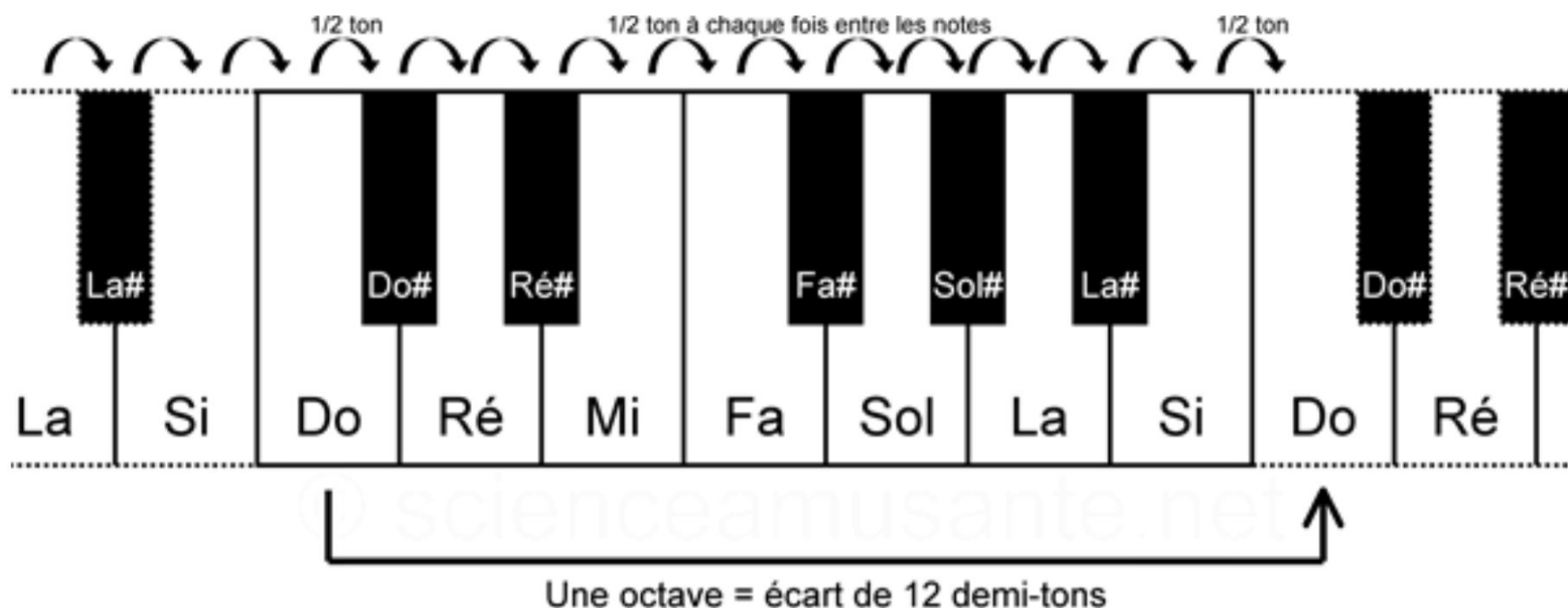
Tonique								
Fondamentale			Tierce		Quinte			Octave
1	2	3	4	5	6	7	8	
Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do	

Intervalle d'une octave

The diagram illustrates the construction of the C major scale. It shows a musical staff with a treble clef and a G-clef. The notes are placed on the lines and spaces: Do (C) on the first line, Ré (D) on the first space, Mi (E) on the second line, Fa (F) on the second space, Sol (G) on the third line, La (A) on the third space, Si (B) on the fourth line, and Do (C) on the fourth space. Below the staff, a bracket indicates the interval between the first and eighth notes. The intervals are labeled as 1, 1, 1/2, 1, 1, 1, 1/2, representing the sequence of whole, whole, half, and whole steps.

Gamme dodécaphonique

12 demi-tons égaux entre fondamentale et son octave.



Avec la voix, on peut monter de manière continue d'une note à son octave supérieure. Il y a donc un nombre « infini » de notes différentes. Toutefois, utiliser « n'importe quelle note » ne mènerait pas à un résultat satisfaisant — harmonieux, agréable — mais ces critères sont subjectifs. Dans la musique européenne, on a donc distingué sept notes au sein d'une octave, et on les a nommées : do, ré, mi, fa, sol, la et si.

Les noms des notes

La musique est utilisée en Occident depuis le IV^{ème} siècle comme "moyen mnémotechnique" pour retenir les textes sacrés. Les chants grégoriens en sont un parfait exemple.

Guido D'Arezzo, un moine italien ayant vécu au Moyen-Âge, constate qu'on ne peut s'appuyer que sur la mémoire des professeurs de musique pour transmettre les morceaux à leurs élèves, alors que les professeurs ont eux-mêmes appris ces morceaux en les écoutant. Il établit alors un système de portées, mais ce qui nous intéresse ici, c'est qu'il nomme les notes. En 1028, il utilise les premières syllabes d'un hymne à Saint Jean Baptiste pour les nommer.

«**UT** queant laxis / Pour que puissent
«**RE**sonare fibris / résonner des cordes
«**M**ira gestorum / détendues de nos lèvres
«**F**Amili tuorum, / les merveilles de tes actions,
«**SOL**ve polluti / ôte le péché,
«**L**Abii reatum, / de ton impur serviteur,
«**S**ancte Iohannes. / ô Saint Jean.

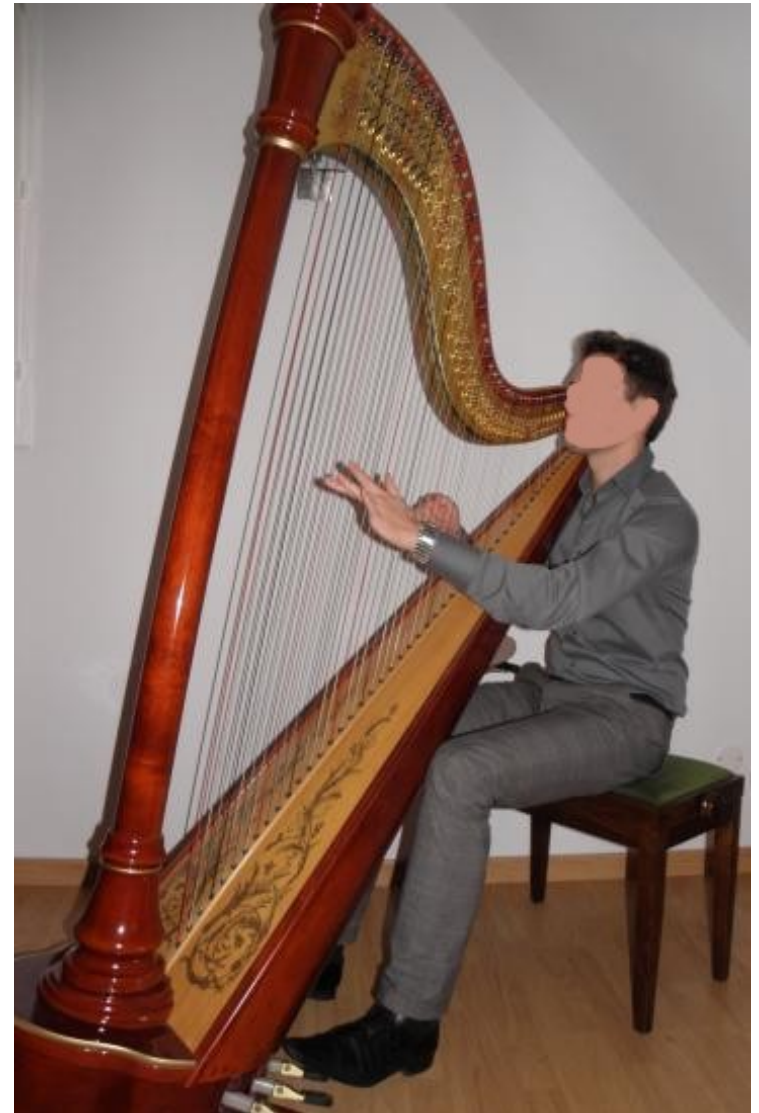
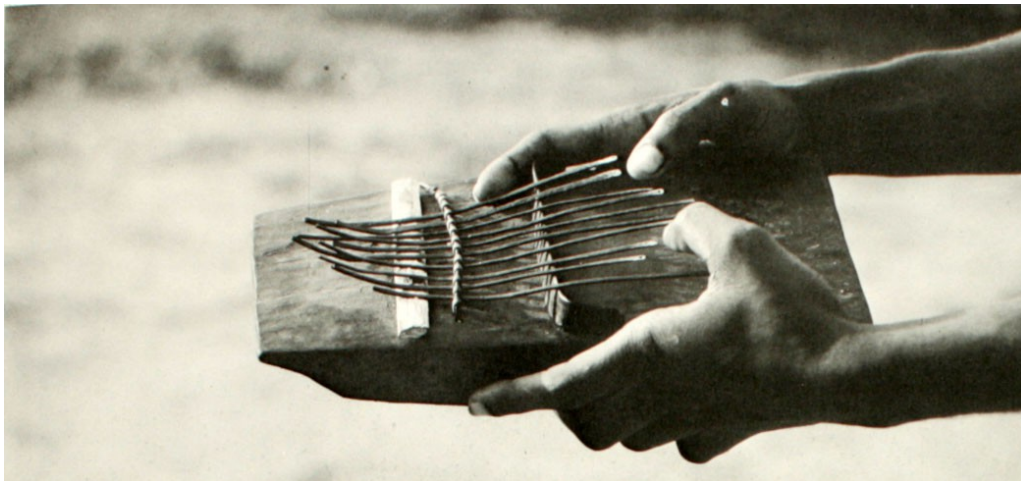
Do viendrait de la première syllabe du mot latin : *Dominus*, Le Seigneur. La supplique de l'hymne : 1 Ut queant... de la fête de la nativité de saint Jean-Baptiste, sorti du contexte de la fête, peut être précédé de l'invocation : **Domine** (ô Seigneur), vocatif singulier de *Dominus*.

Le terme « gamme » provient de la lettre grecque gamma « Γ », qui était utilisée auparavant pour désigner le sol le plus grave.

Discrétisation du fond des âges...

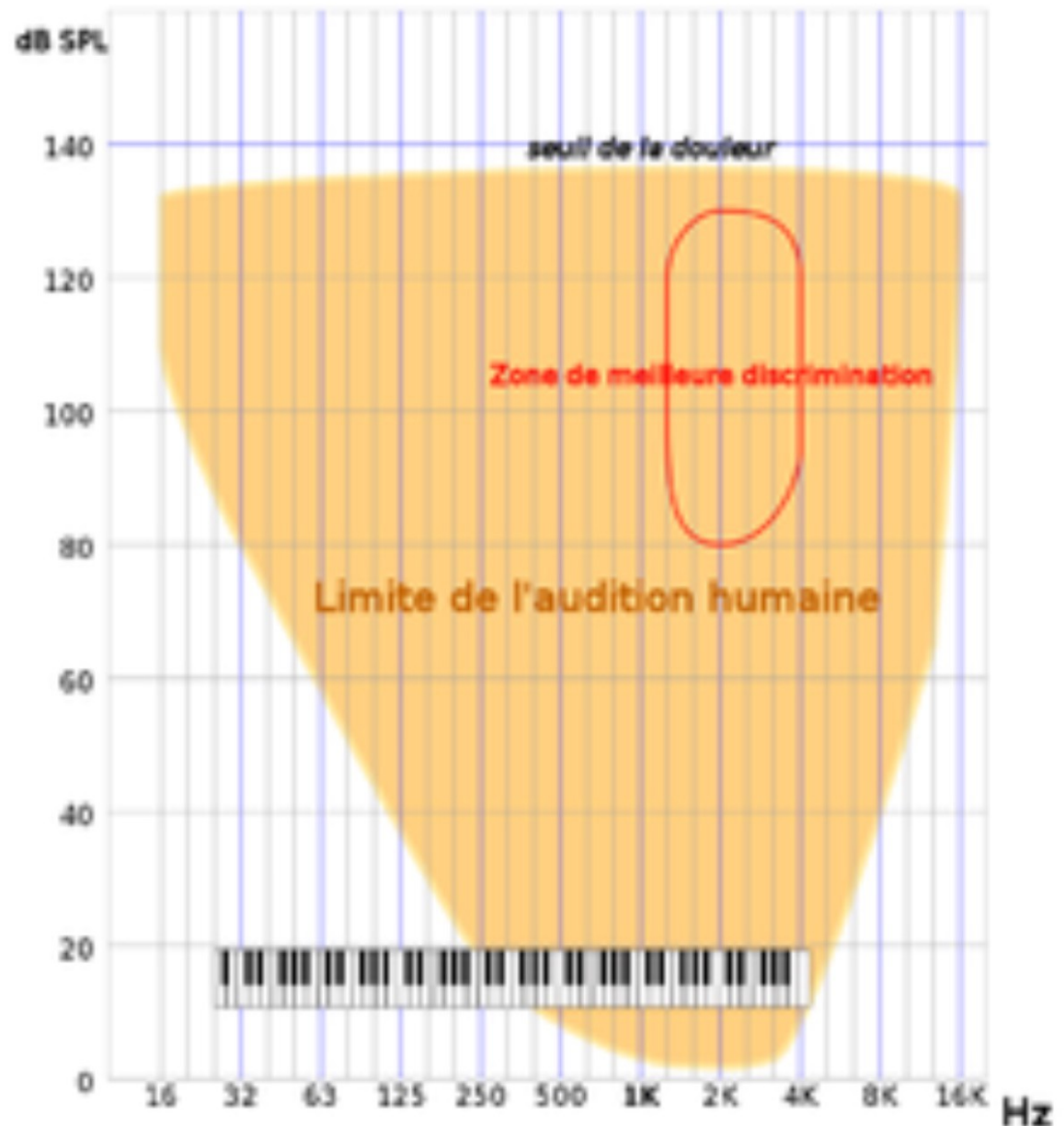


Court = aigü, long = grave

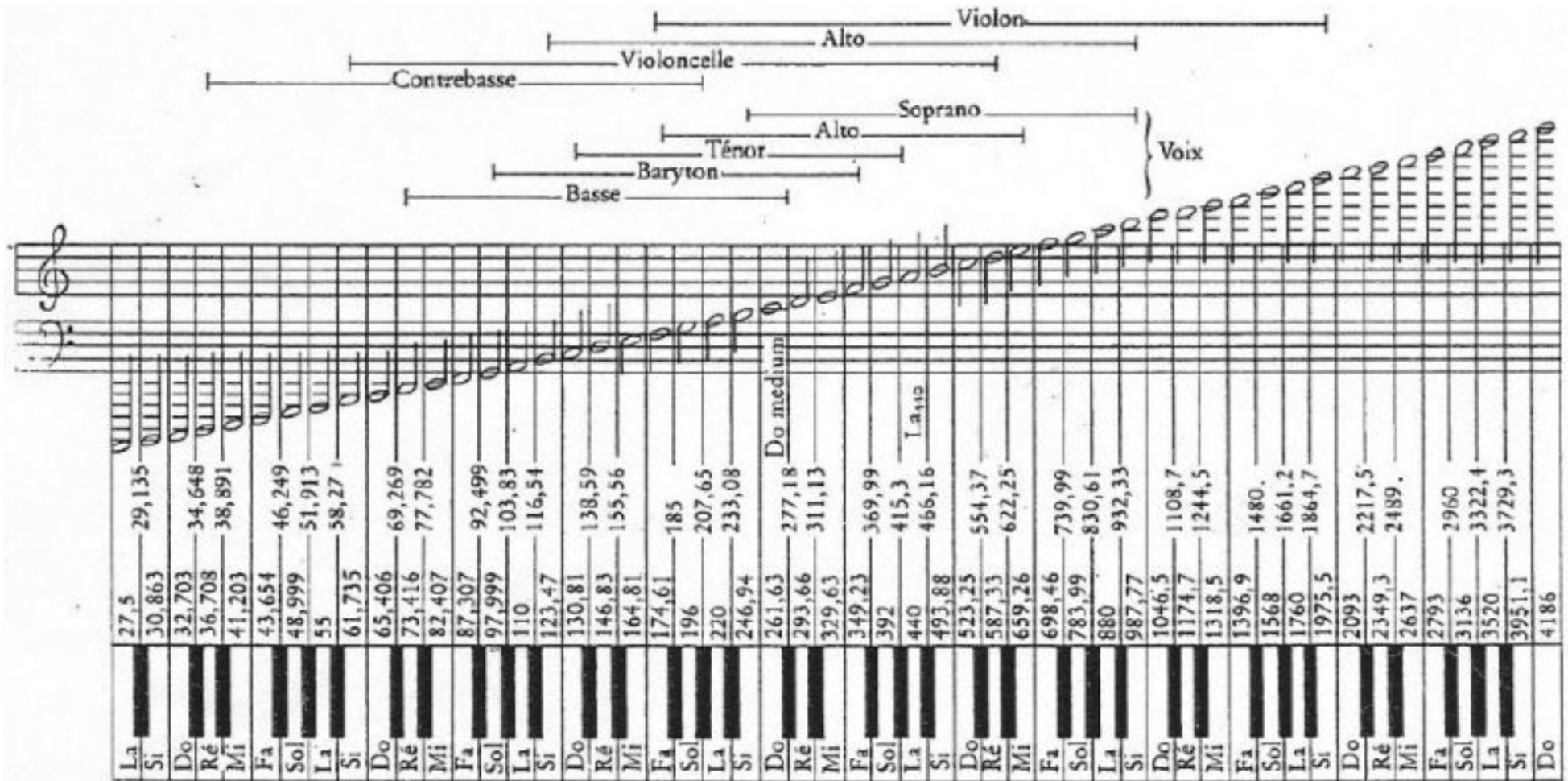


L'oreille humaine

- L'évènement sonore le plus court que les personnes puissent isoler dure au moins 10 ms.
- Le domaine des fréquences auxquelles l'oreille humaine est plus ou moins sensible s'étend d'environ 16Hz à environ 16 000 Hz.
- Dans le meilleur des cas, l'oreille humaine peut arriver à distinguer des sons qui diffèrent en fréquence d'une proportion de 1 à 1,002. Cette performance se dégrade progressivement jusqu'à la proportion de 1 à 1,25 aux limites de l'aire audible, du côté des basses, des aigües, et des sons de faible intensité.



Tessitures



Harmonie = plusieurs notes en même temps. Mélodie = une seule.

L'oreille « logarithmisée » tout

Axiome du logarithme. *Les rapports entre fréquences sont perçus comme des intervalles entre les sons correspondants.*

C'est ainsi qu'un être humain (éduqué à la musique) entend, devant un piano, à peu près "le même intervalle" entre le LA et le DO DIÈSE qui le suit qu'entre ce DO DIÈSE et le FA qui le suit, intervalle baptisé *tierce majeure*. Il entend un intervalle "double" entre le LA et le FA.

Or, si le LA a une fréquence de 440 Hz, le DO DIÈSE a une fréquence d'environ 554 Hz, et le FA une fréquence d'environ 698. Ainsi les *différences*

$$\text{fréquence}(\text{DO DIÈSE}) - \text{fréquence}(\text{LA}) = 114 \text{ Hz}$$

et

$$\text{fréquence}(\text{FA}) - \text{fréquence}(\text{DO DIÈSE}) = 144 \text{ Hz}$$

ne sont pas égales. Par contre, leurs *rapports*

$$\frac{554}{440} \quad \text{et} \quad \frac{698}{554} \quad = 1,259$$

le sont.

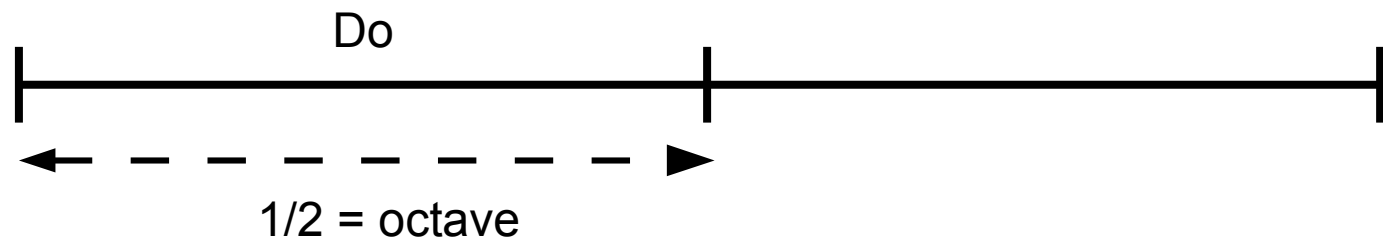
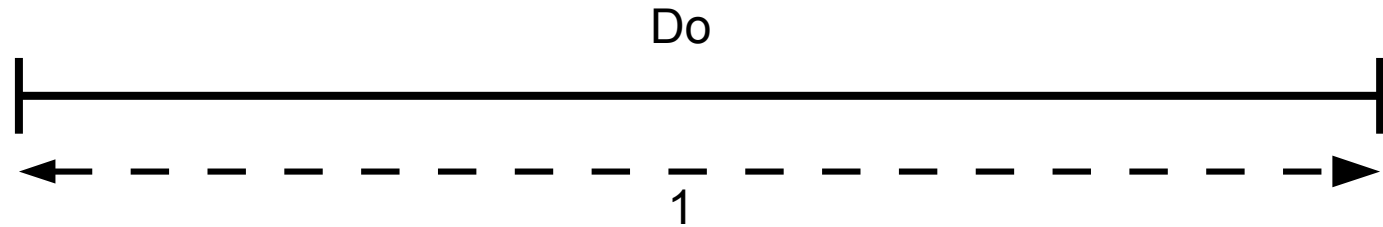
En d'autres termes, les accords produits par les paires de fréquences {440, 554} et {554, 698} sont transposés l'un de l'autre, et sont donc perçus comme "les mêmes".

L'être humain formule que "des fréquences de mêmes rapports correspondent à des sons de mêmes intervalles". De ce point de vue, le cerveau humain (ou l'oreille humaine ?) fonctionne comme un logarithme naturel : il transforme les produits en sommes et les divisions en différences.

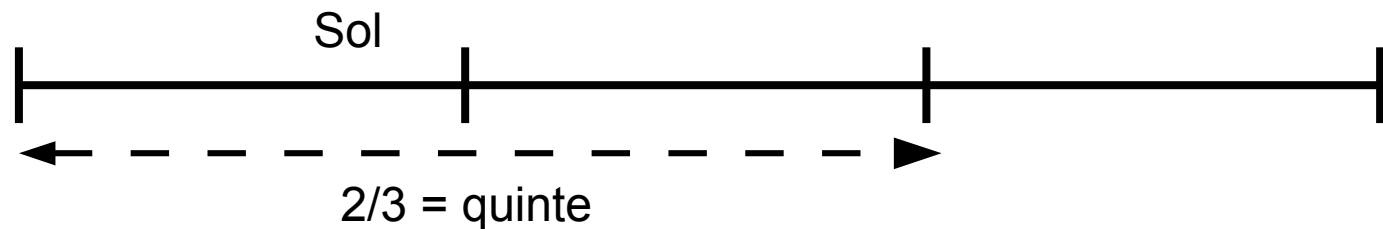
Un intervalle correspondant à un rapport de fréquence de 1,03 est en général perçu par une oreille humaine exercée. L'intervalle correspondant à un rapport de 1,01 est en général imperceptible.

Jouons du monocorde

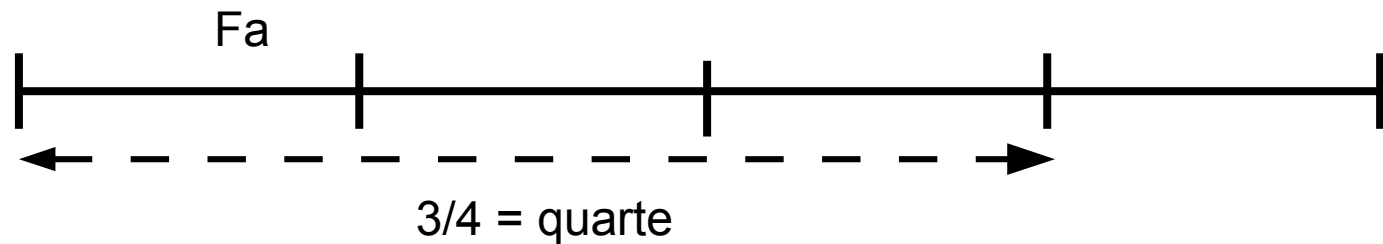
Longueurs et fréquences sont inversement proportionnels :
 $L = 1/F$



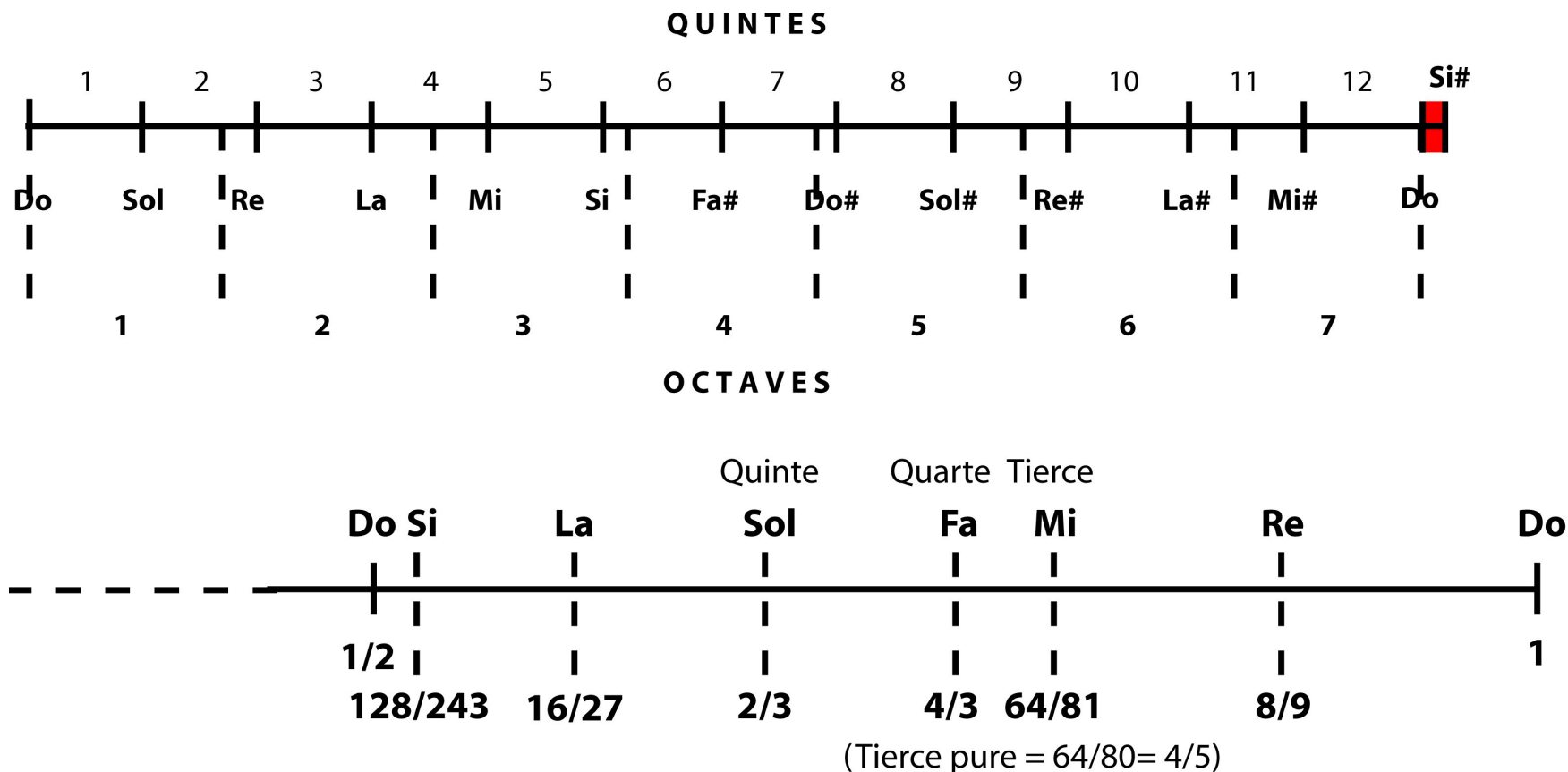
Quintes :
- Dallas
- Ligne de basse d'une chanson très connue



Octaves :
5ème symphonie de Beethoven



La gamme de Pythagore



On construit un intervalle de quinte en prenant les $\frac{2}{3}$ de la corde. À partir de cette nouvelle note, on prend à nouveau les $\frac{2}{3}$ de la corde pour créer une deuxième quinte. Pythagore remarque qu'en répétant cette opération, on retombe, à la 12^{ème} quinte, sur une note très proche de la note prise au départ. On tombe en fait presque sur la même note, mais 7 octaves plus haut.

Voici l'explication physique/mathématique. À partir d'une note donnée, pour monter d'une octave, il faut multiplier sa fréquence par 2. De la même manière, pour monter d'une quinte, il faut multiplier sa fréquence par $\frac{3}{2}$.

Donc quand on monte de 7 octaves cela fait : $2^7 = 128$

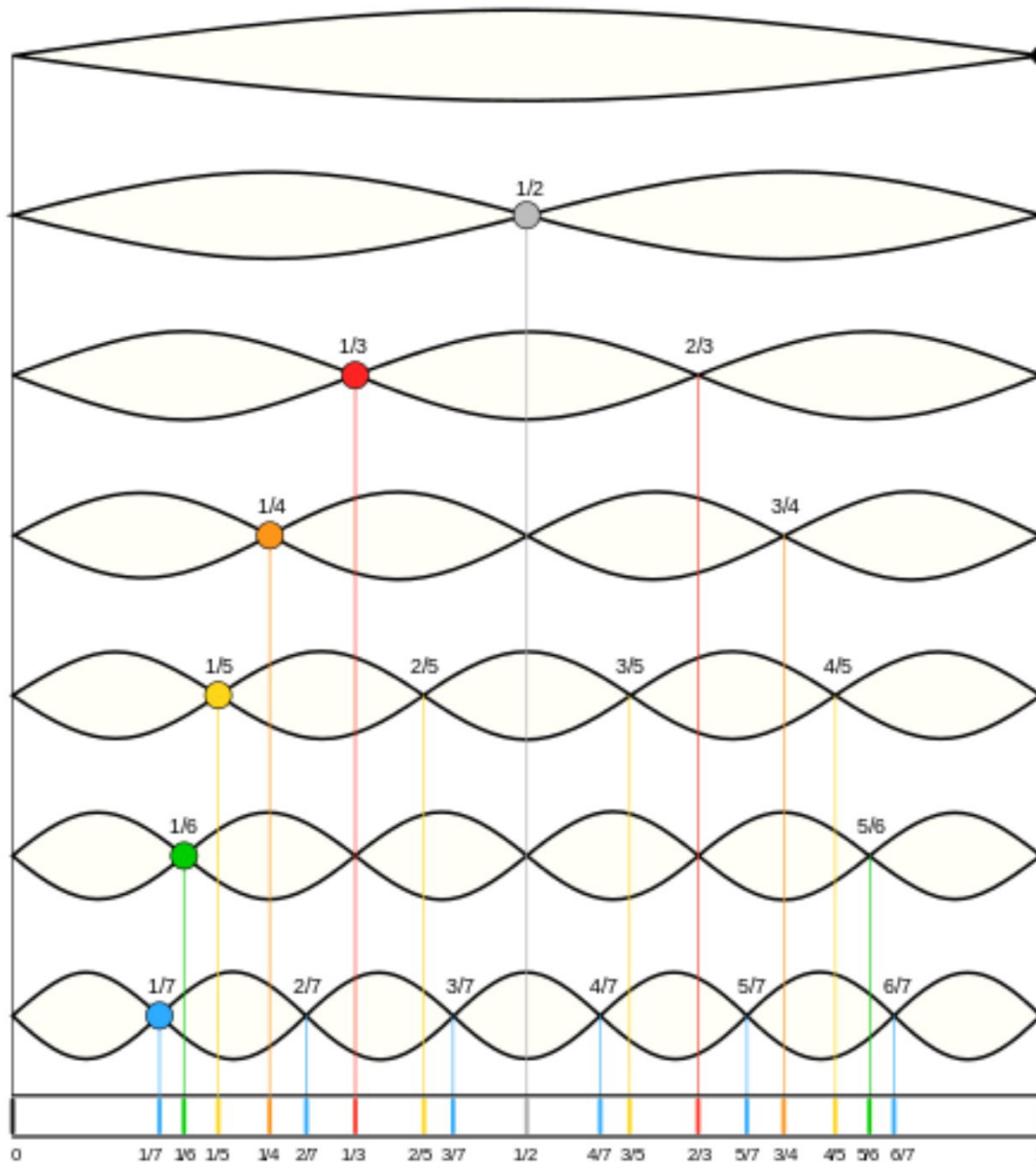
Et d'un autre côté, quand on monte de 12 quintes on a : $(\frac{3}{2})^{12} \approx 129,75$

De plus, les intervalles étant différents, on ne peut ni moduler, ni transposer...

Folle soirée chez Pythagore...



Consonances et harmoniques



Quinte

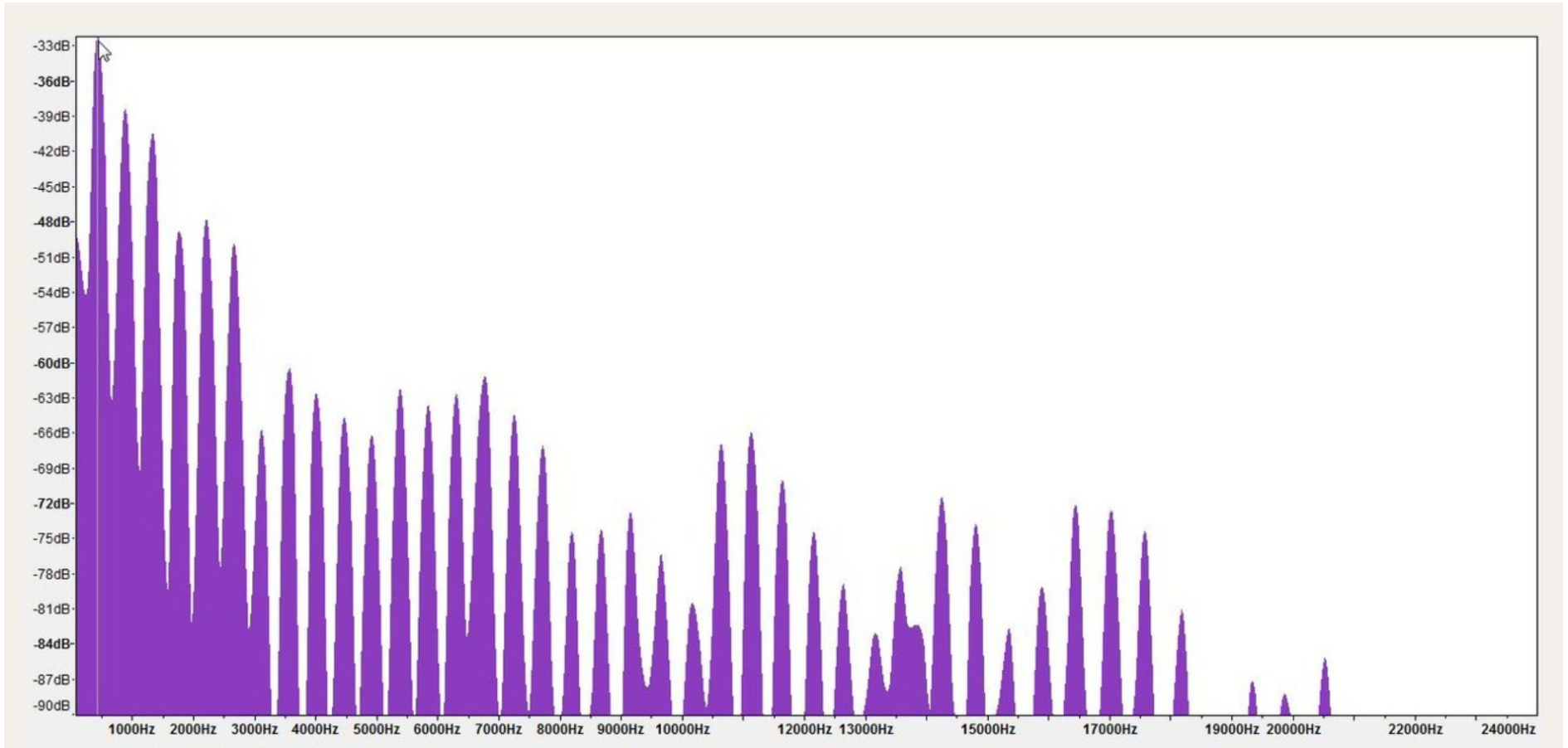
Quarte

Tierce majeure

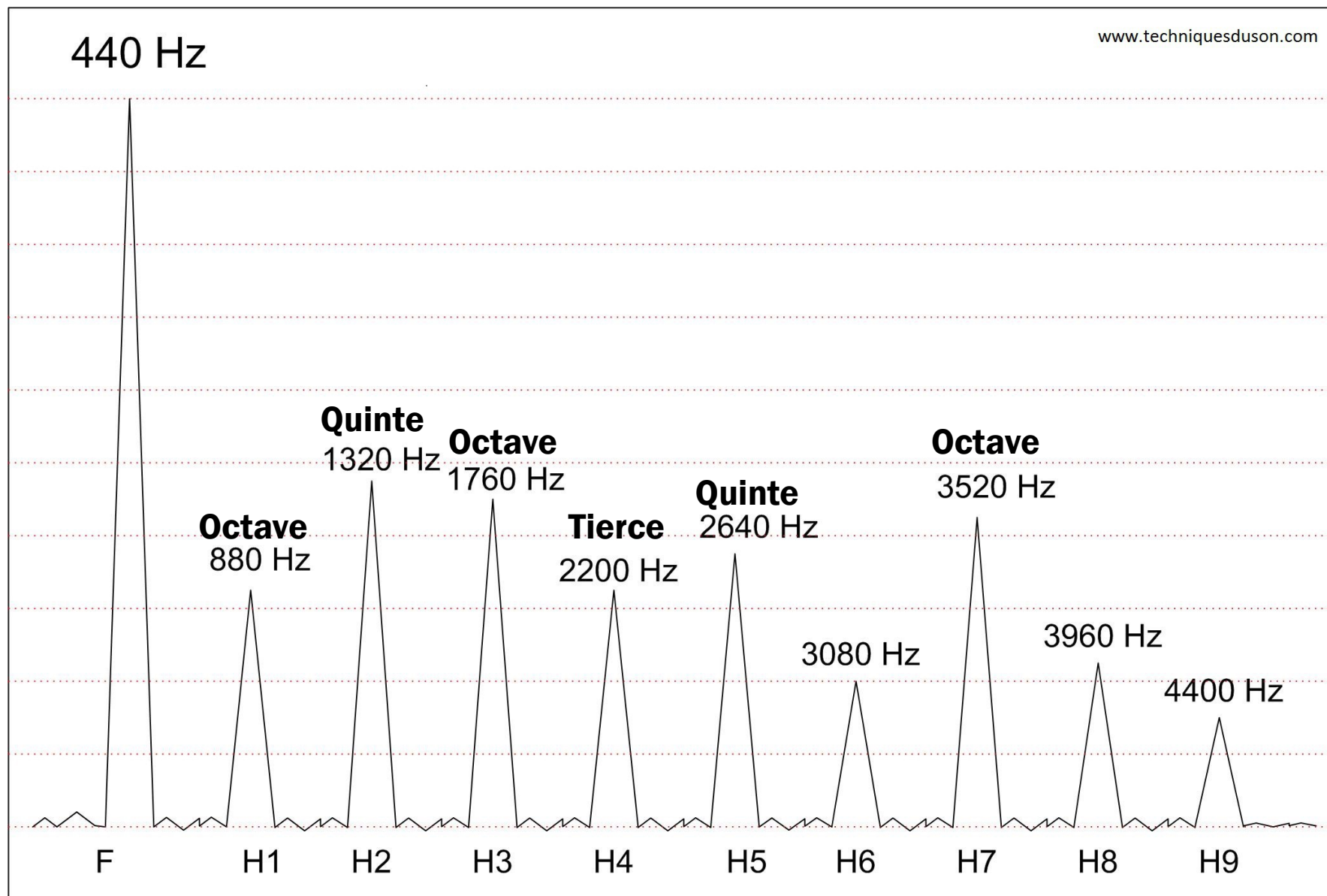
Tierce mineure

????!!!!!!

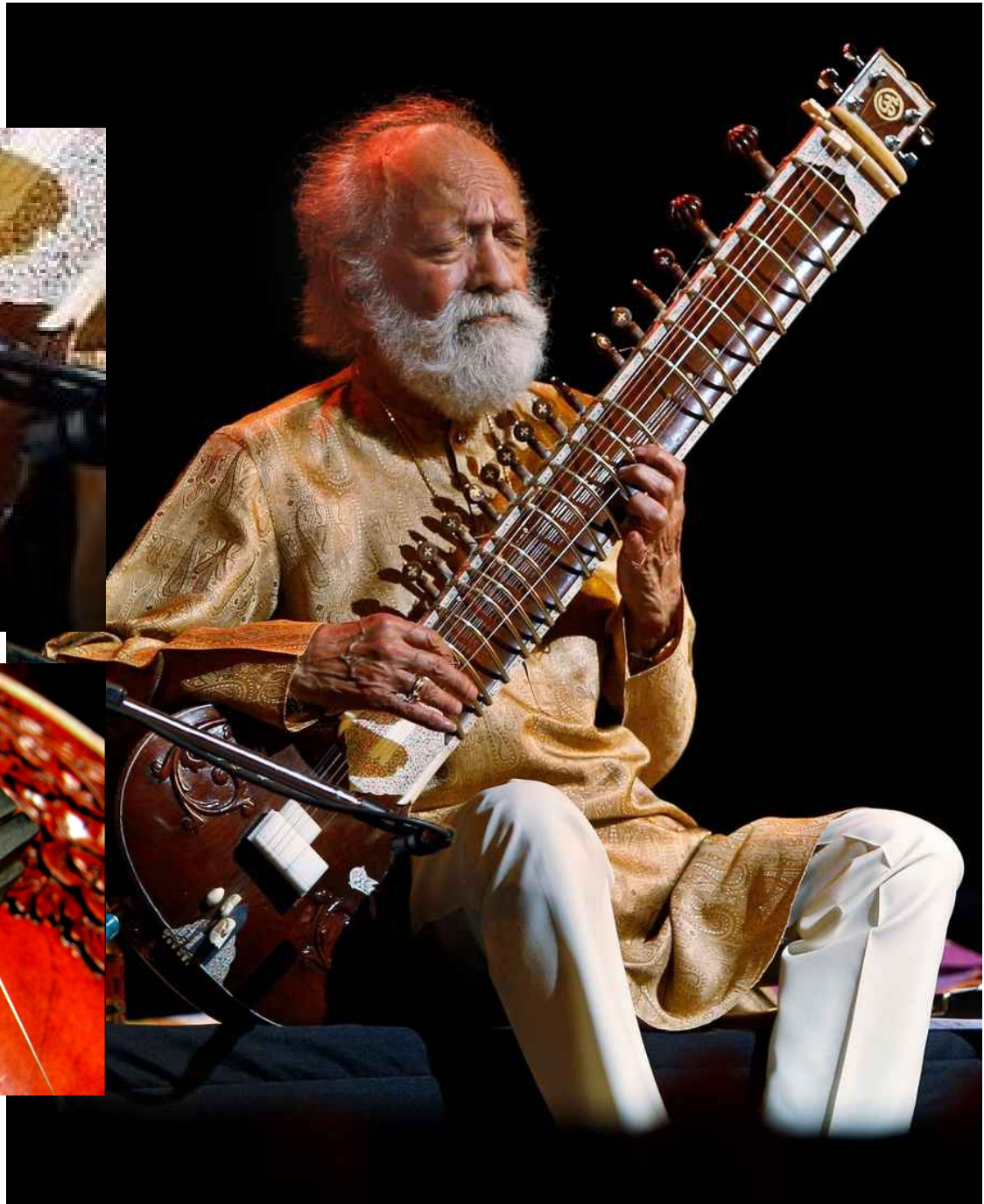
Spectre du La3 d'une guitare



Harmoniques du La3



Le sitar, roi des consonnances



A la recherche des tierces perdues 1

tierce mineure et gamme « des physiciens »

La gamme naturelle est essentiellement théorique, souvent discutée par les théoriciens (d'où son nom de "gamme des physiciens"), mais peu utilisable en pratique.

Après le rapport d'octave ($2/1$), l'harmonie la plus simple est le rapport de quinte ($3/2$) et son intervalle complémentaire la quarte ($4/3$). La cinquième harmonique conduit aux intervalles consonnants de tierce majeure ($5/4$) et de sixte ($5/3$) ; et la sixième harmonique permet d'introduire facilement la tierce mineure. À partir de ces six premiers harmoniques et des intervalles justes qu'ils définissent, il est possible de construire de proche en proche une gamme naturelle.

La gamme naturelle est formée à ce stade par les notes suivantes, qui suffisent à construire des mélodies simples :

On voit dès ce stade que pour que les notes soient justes en termes de rapport de fréquence, les intervalles entre notes successives ne sont alors pas égaux. L'écart Fa-Sol est un « ton majeur » de $9/8$, tandis que l'écart Sol-La est un « ton mineur » légèrement plus petit de $10/9$. L'écart entre ces deux intervalles est le **comma syntonique** (voir plus bas) ; sa valeur est égale à leur rapport algébrique : $(81/64)/(5/4) = 81/80$, soit $1,0125$, légèrement inférieure au comma pythagoricien. De même, l'écart entre $Mi\flat$ et Mi est de $25/24$, un « demi-ton chromatique », alors que celui entre Mi et Fa est de $16/15$, un « demi-ton diatonique » ; l'écart entre ces deux demi-tons étant de $128/125$, soit un « comma enharmonique ».

La conséquence de cette différence est que si un instrument est correctement accordé sur une gamme naturelle, par exemple en Do comme ci-dessus, il n'est pas possible d'y jouer un air transposé : partant d'une autre note les intervalles s'écarteront de quelques commas de leur valeur naturelle et sonneront faux.

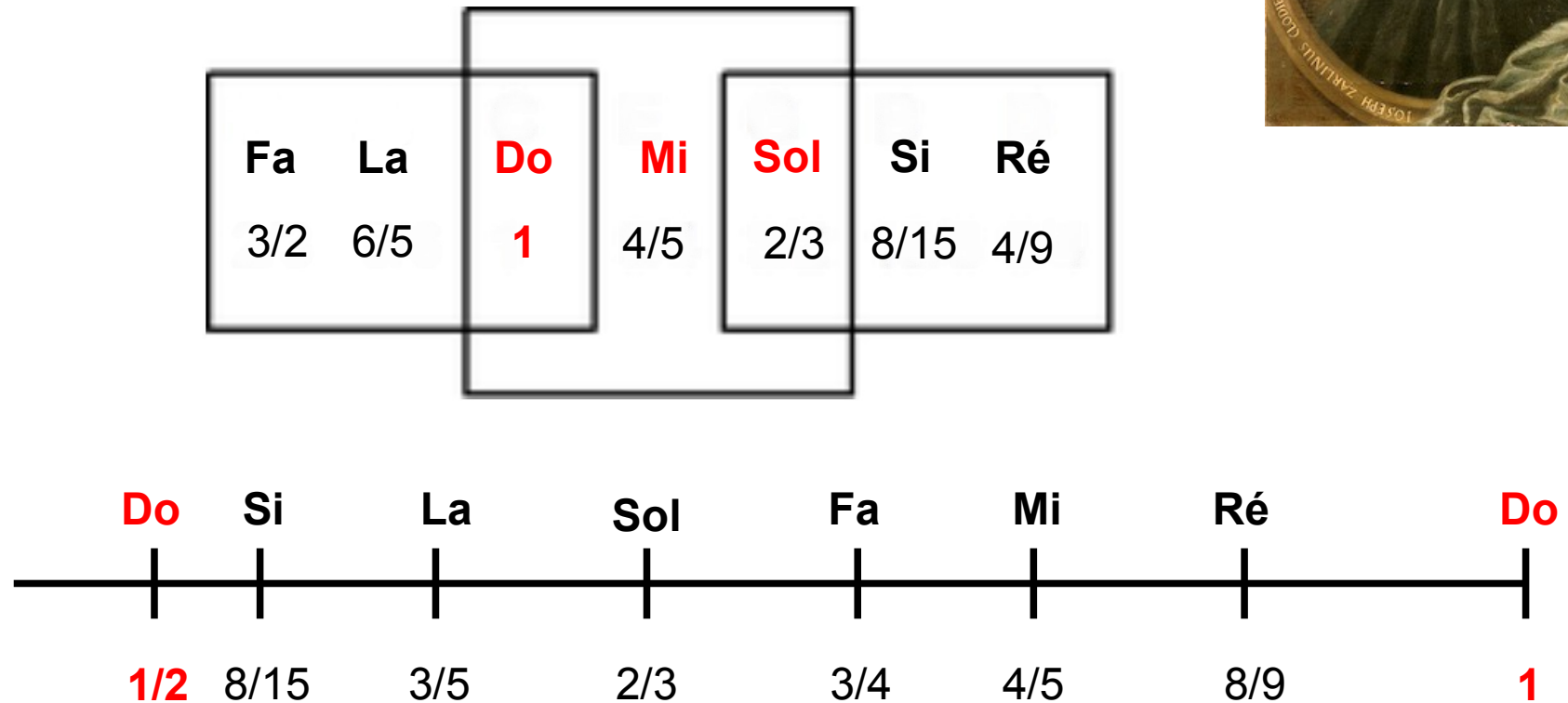
intervalle	note	rapport au Do	rapport à la note précédente
Fondamentale	Do	1	-
Tierce mineure	$Mi\flat$	$6/5$	$(6/5)$
Tierce majeure	Mi	$5/4$	demi-ton $25/24$
Quarte	Fa	$4/3$	demi-ton $16/15$
Quinte	Sol	$3/2$	ton $9/8$
Sixte (majeure)	La	$5/3$	ton $10/9$
Octave	Do	2	$(6/5)$

On retombe sur la difficulté signalée pour la transposition : le Ré ne peut pas être le même suivant qu'il est considéré comme la quinte du Sol ($9/8$) ou comme la sixte du Fa ($10/9$). De même, le $La\flat$ n'est pas le même suivant qu'il est à la tierce mineure du Fa ($8/5$) ou à la tierce majeure du Mi ($25/16$), et le $Si\flat$ suivant qu'il est à la tierce mineure du Sol ($9/10$) ou à la quarte du Fa ($16/9$).

Zarlino et ses accords parfaits

Gioseffo Zarlino, en 1558, décide donc de fonder une nouvelle échelle sur l'accord parfait, tonique-tierce-quinte.

- Le premier part de la fondamentale (Do)
- Le second part de la quinte de la fondamentale (Sol)
- Le troisième accord part de la note dont la fondamentale est la quinte (Fa)



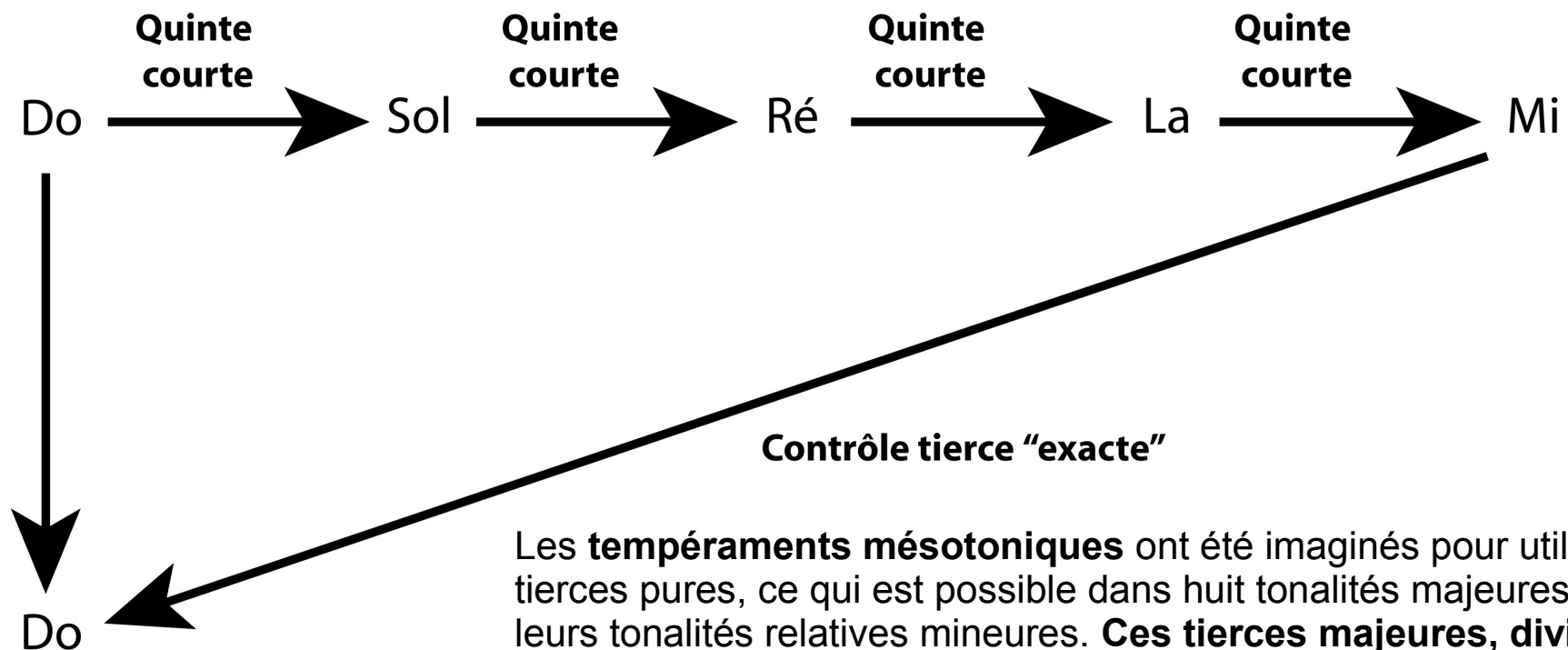
Mais toujours des intervalles différents, donc on ne peut toujours pas transposer...

A la recherche des tierces perdues 2

Autre méthode pour récupérer les tierces : leur donner la priorité sur la quinte.

Pour cela, on procède comme Pythagore, de quinte en quinte, mais comme 4 quintes successives font un intervalle un peu plus grand qu'une tierce pure plus une octave (le rapport des longueurs est $(4/5)^4 = 0,410$ dans le premier cas, de $2/5 = 0,4$ dans le second), on « raccourcit » un peu les quintes !

On accorde donc les instruments de cette façon :



Les **tempéraments mésotoniques** ont été imaginés pour utiliser des tierces pures, ce qui est possible dans huit tonalités majeures et dans leurs tonalités relatives mineures. **Ces tierces majeures, divisées en deux tons égaux, laissent subsister une **quinte du loup** plus ou moins prononcée ainsi que quatre tierces trop grandes, appartenant à des tonalités interdites.**

Clavicorde, piano forte et sons fixes

Créé au début du XVIIIème siècle par l'italien **Bartolomeo Cristofori**, à Florence, sous l'appellation de piano-forte, le piano naît de l'évolution d'un instrument appelé *clavicorde* (XVème siècle) et du *tympanon* (Moyen Age).

La date du premier piano-forte par Bartolomeo Cristofori est incertaine, mais un inventaire indique l'existence d'un instrument en 1698. Cristofori n'aura construit en tout qu'une vingtaine de piano-forte avant sa mort en 1731, et seuls trois d'entre eux sont parvenus jusqu'à nous, datés des années 1720.

La découverte de Cristofori est la résolution d'un problème mécanique intrinsèque aux pianos : les marteaux doivent frapper les cordes mais cesser d'être en contact avec elles une fois frappées afin de ne pas étouffer le son ; ils doivent de plus retourner à leurs positions initiales sans rebondir violemment et ceci rapidement pour permettre aux notes d'être répétées à une vitesse satisfaisante.



Ce nouvel instrument restera peu connu jusqu'à ce qu'un écrivain italien, **Scipione Maffei**, écrive un article enthousiaste à son propos. Cet article fut distribué d'une manière très large, et la plupart des facteurs de piano-forte des générations suivantes mirent les découvertes de Cristofori en pratique après en avoir pris connaissance.

Tempéré, certes ; mais égal ?

« **Le clavier bien tempéré** » :

24 préludes et 24 fugues pour chacun des deux livres dont l'objectif est à la fois musical, théorique et didactique.

Le titre de Bach suggère qu'il a utilisé un **tempérament** qui sonnait bien dans tous les tons. Il est parfois supposé que Bach pensait au **tempérament égal** qui s'est généralisé après sa mort, mais il est maintenant admis qu'il jouait avec un **tempérament inégal** : soit un tempérament adapté à chaque morceau, soit le même utilisé pour toute l'œuvre.

Des élèves de Bach ainsi que son fils **Carl Philipp Emanuel Bach** indiquent tous des tempéraments inégaux proches du **tempérament égal**.

Bach était d'une génération qui admettait et utilisait largement les caractères propres à chaque tonalité : il apportait dans leur choix le plus grand soin. Quel intérêt à composer, dans le tempérament égal, en do # majeur, avec ses sept altérations à la clef, si le même morceau sonne de manière identique en do majeur ?

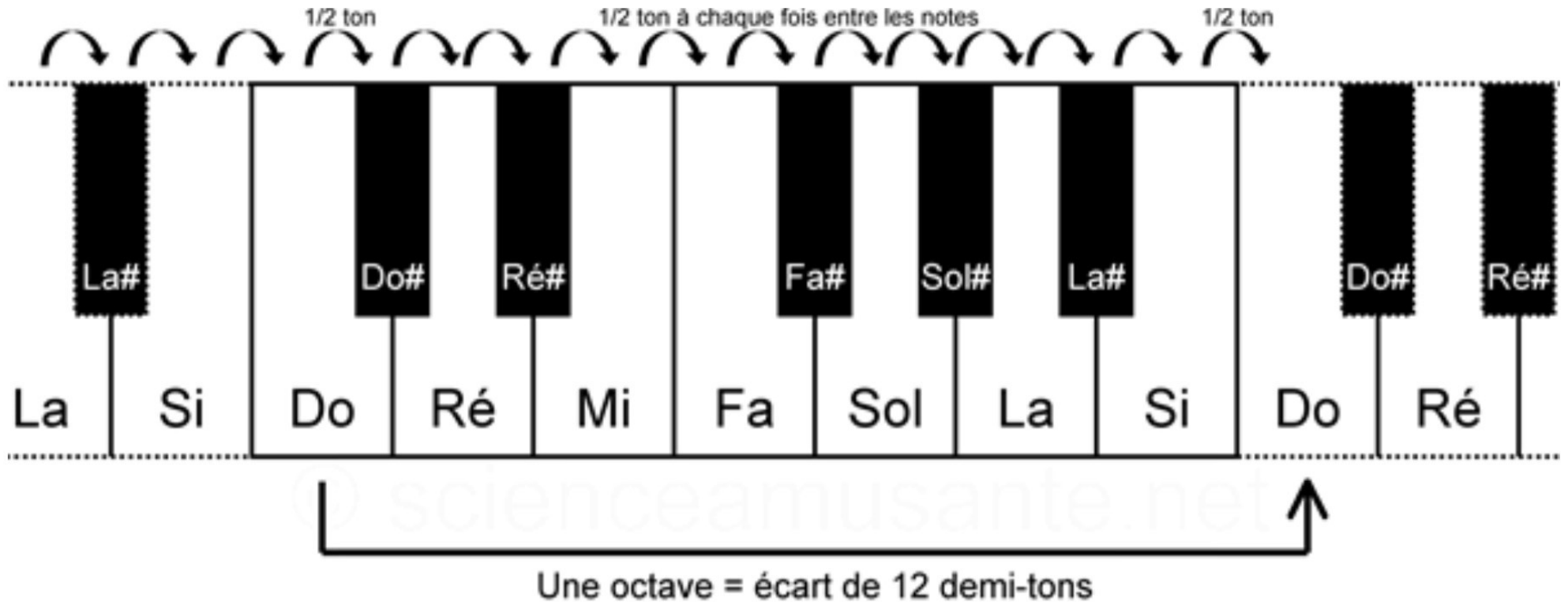
Qu'il n'ait pas précisé l'instrumentation, alors qu'il eût été facile de le faire, indique que cette question n'était pas plus cruciale pour lui que celle du tempérament.

En réalité, le «clavier bien tempéré» ne peut se concevoir comme une musique écrite dans le souci du tempérament égal : il s'agissait de montrer essentiellement qu'il était possible de trouver des compromis entre les systèmes pythagoriciens et mésotoniques, sans tomber dans le tempérament égal. De cette époque date une longue série de systèmes d'accord, souvent englobés sous le dénomination «tempérament de transition»: en illustrent les noms de Werckmeister, Kirnberger pour l'Allemagne, Rameau pour la France, et quelques autres.



Ces systèmes sont d'ailleurs assez voisins les uns des autres : **leur principe général est d'éviter la fameuse quinte injouable, dite quinte du loup. Généralement, ils choisissent un nombre donné de quintes justes, par exemple huit dans le Werckmeister III, répartissant le défaut sur les autres quintes sans en rendre aucune inacceptable. Ainsi, toutes les tonalités deviennent jouables, mais la transposition modifie complètement la couleur sonore.**

Le retour de la revanche du fils de racine de 2



$$r = \sqrt[12]{2} = 2^{1/12} \text{ (environ 1,059 463)}$$

Avantages de l'égalité

- plus de quintes du loup
- plus de tonalités interdites
- grands orchestres symphoniques
- transpositions enfin possibles dans toutes les tonalités



Inconvénients...

- à part les octaves,
toutes les notes sont fausses ! Pas si facile d'accorder un piano...

- tierces majeures trop grandes, même si moins que Pythagore,

- tierces mineures trop petites

- perte complète des consonnances pures d'où la « résistance » du baroque

Fréquences des notes dans 3 systèmes, la = 440 Hz

Note	Intonation juste	Gamme de Pythagore	Gamme tempérée
do	264,00	260,74	261,63
do#	275,00	278,44	277,18
ré	297,00	293,33	293,66
mi♭	316,80	309,03	311,13
mi	330,00	330,00	329,63
fa	352,00	347,65	349,23
fa#	371,25	371,25	369,99
sol	396,00	391,11	392,00
sol#	412,50	417,66	415,30
la	440,00	440,00	440,00
si♭	475,20	463,54	466,16
si	495,00	495,00	493,88
do	528,00	521,48	523,25

Tierce maj =
 $5/4 = 1,25$

$261,63 \times 1,25$
= 327,03

Modes oubliés et après do ré mi

L'harmonie modale va de son côté se fonder sur les enchaînements de **ton** et de **demi-ton** d'une gamme modèle qui consiste à **monter une octave en ne jouant que des notes sans altérations (c'est-à-dire sans dièses ni bémols)**

Ainsi on peut dégager 7 modes qui correspondent aux 7 **notes** existantes :

le mode de Do ou mode ionien (gamme de do majeur en fait)

le mode de Ré ou **mode dorien**

le mode de Mi ou mode phrygien

le mode de Fa ou mode lydien

le mode de Sol ou **mode mixolydien**

le mode de La ou mode aéolien

le mode de Si ou mode locrien

C'est au cours du **xvii^e siècle** que **les modes sont tombés en désuétude pour ne plus privilégier que deux seuls modes: le mode majeur et le mode harmonique mineur**. Les modes ont été ensuite plus ou moins oubliés pendant plusieurs siècles.

À Paris, le monde musical, dominé par la figure de **Claude Debussy**, reste perplexe face à la redécouverte des **musiques traditionnelles** — la **musique orientale**, qu'a fait connaître l'**Exposition Universelle parisienne de 1889**, la **musique arabo-andalouse**, que redécouvrent des compositeurs tels que **Albeniz** ou **Manuel de Falla**, etc. — et de la **musique modale du Moyen Âge**, influences auxquelles s'ajoute le **wagnérisme** encore présent dans les esprits à l'époque.

Avec ces pensées musicales, se désagrège peu à peu la prépondérance de l'**harmonie classique**, fondée sur, d'une part un système d'**accords parfaits** plus ou moins dérivés des principes de l'**acoustique**, d'autre part l'omniprésence de la **gamme** qui, mineure ou majeure, définit les enchaînements d'un **degré** à un autre suivant des principes hiérarchiques immuables fixés depuis le **xvii^e siècle** par la règle du "Cycle des Quintes", plaçant le cinquième degré (ou **dominante**) de la gamme au carrefour des changements de tonalité (ou **modulation**). Ainsi l'on commence à entrevoir, notamment dans la **musique médiévale**, des **modes** que l'on croit alors dérivés de l'**antiquité grecque**, et qui ne sont autres que la gamme classique décalée — ainsi le traditionnel « do-ré-mi-fa-sol-la-si-do » devient « ré-mi-fa-sol-la-si-do-ré », qui est une gamme modale etc.

Pentatoniques et autres gammes

Gamme orientale.

Soustraction des demi-tons intempestifs et dissonnants (« Diabolus in musica... »).

Pentatonique majeure : chinoise, africaine, nord-américaine.

Pentatonique mineure avec quinte diminuée.

Exploitation du diabolus in musica :
la non résolution perpétuelle du blues.

*Sans musique,
la vie serait une erreur...*

Friedrich Nietzsche

Remerciements

Michel Broué
Edouard Thomas

Liens utiles

La conférence de Michel Broué sur les tonalités musicales,
qui a inspiré cet exposé :

<https://webusers.imj-prg.fr/~michel.broue/tonamath.pdf>

Wikipedia est votre ami : une des plus belles créations d'internet,
exclusivement fait par des bénévoles, aidez les,
les serveurs ne sont pas gratuits...!

www.kafemath.fr