

Petits problèmes

1 - Le tournoi de tennis

Au premier tour d'un tournoi de tennis, on groupe les concurrents par paires. Après le premier tour, on groupe les gagnants par paires pour le second tour. On continue ainsi jusqu'au dernier tour qui désignera le vainqueur. Lorsqu'on tombe sur un nombre impair de joueurs, l'un d'eux se retire pour attendre le tour suivant. L'organisateur doit fournir une boîte de balles neuves pour chaque partie de deux joueurs.

Question : Combien doit-il prévoir de boîtes de balles ?

2 - Le vol du bourdon

Deux trains partent simultanément de deux villes A et B distantes de 160 km en se dirigeant l'un vers l'autre à la vitesse de 80 km/h. Un bourdon part au même moment de A et se dirige vers B à la vitesse de 100 km/h. Quand il rencontre le train venant de B, il fait demi-tour et repart vers A. Il vole ainsi d'un train à l'autre jusqu'à ce que ces trains se croisent et tombe alors mort de peur.

Question : Quelle est la distance totale parcourue par le bourdon ?

3 - La bouteille à l'eau

Un rameur remonte une rivière à la rame. Une bouteille à moitié pleine est à l'avant de la barque. En passant sous un pont, la barque subit un léger roulis et la bouteille tombe à l'eau. Le rameur ne s'en aperçoit pas et continue à remonter la rivière tandis que la bouteille se met à la descendre. 20 minutes plus tard, il voit que sa bouteille est tombée, fait demi-tour et descend la rivière en ramant au même rythme. En remontant la rivière, sa vitesse par rapport à la rive était égale à la différence entre la vitesse de la barque et celle du courant. En descendant la rivière, sa vitesse par rapport à la rive est égale à la somme de la vitesse de la barque et de celle du courant. Il retrouve finalement sa bouteille 1 km en aval du pont.

Question : Quelle est la vitesse du courant ?

4 - Les concombres

On suppose, pour les besoins de ce problème, que les concombres sont composés de 99% d'eau. On laisse reposer 500 kg de concombres pendant une nuit, et le lendemain, les concombres ne contiennent plus que 98% d'eau.

Question : Quel est le poids de concombres restant ?

5 - Peinture fraîche

Trois peintres doivent repeindre un salon. Le premier mettrait 2 heures s'il était seul, le deuxième 3 et le troisième 5.

Question : Combien de temps mettent-ils à trois ?

6 - Jeu des bâtonnets de Fort-Boyard (jusqu'en 2013 ?)

- Jeu à 2 joueurs
- On dispose devant les 2 joueurs une rangée de 20 bâtonnets
- Chaque joueur à tour de rôle en retire 1 ou 2 ou 3
- Le joueur qui retire le dernier perd

Question : Comment gagner ?

Solutions

1 - Le tournoi de tennis

On considère un tournoi commençant avec n joueurs. Chaque partie élimine un joueur. Comme le tournoi doit se terminer avec le seul gagnant, il faut éliminer $n-1$ joueurs. Il y a donc $n-1$ parties et il faut $n-1$ boîtes de balles.

2 - Le vol du bourdon

Les trains se croisent au bout d'une heure. Le bourdon a donc parcouru 100 km.

Précision : Quand on posa le problème à John von Neumann, il donna la réponse immédiatement. Son interlocuteur lui dit : Vous avez pris la solution simple, je croyais que vous auriez fait la somme de la série infinie. Mais, j'ai fait la somme de la série infinie, répondit von Neumann.

3 - La bouteille à l'eau

On peut rapporter les données à un système de coordonnées qui se déplace avec la rivière. La rivière devient un lac, tandis que la rive et le pont se déplacent par rapport à elle. Si un objet tombe à l'eau quand on rame sur un lac et qu'on fait demi-tour 20 minutes après, l'objet n'aura pas bougé et il faudra ramer 20 minutes pour le retrouver. Dans le problème, la bouteille est restée dans l'eau 40 minutes, temps pendant lequel le pont s'est déplacé de 1 km par rapport à la rivière. La vitesse du pont par rapport à la rivière ou, ce qui est la même chose, la vitesse de la rivière par rapport au pont et à la rive, est de 1 km par 40 minutes, soit 1,5 km par heure.

4 - Les concombres

Avant la nuit, les concombres étaient composés de 5 kg de matière solide et, pour le reste, d'eau. Le lendemain, la matière solide constitue 2% du poids restant. Il reste donc 250 kg de concombres.

5 - Peinture fraîche

On calcule combien de salons pourraient peindre ensemble les trois peintres en $2 \times 3 \times 5 = 30$ heures. Le premier pourrait peindre $30/2 = 15$ salons, le deuxième $30/3 = 10$ salons et le troisième $30/5 = 6$ salons. Soit en tout 31 salons en 30 heures. Il leur faut donc $30/31$ heures pour peindre un salon, soit 58 minutes.

6 - Jeu des bâtonnets de Fort-Boyard

La stratégie consiste à laisser une position perdante à l'adversaire, c'est-à-dire un nombre de bâtonnets qui l'empêche de gagner. En analysant la fin de la partie, on trouve facilement que les nombres de bâtonnets à laisser doivent être 17, 13, 9, 5, 1 (nombres de la forme $4n+1$).

Références

G. Gamow et M. Stern – Jeux mathématiques

Problèmes 1, 2, 3

P. Halmos - Problèmes pour mathématiciens, petits et grands

Problème 4

G. et C. Deslandes - Enigmes mathématiques corrigées

Problème 5

Mickaël Launay - 2 vidéos sur Youtube accessibles à partir du site <http://micmaths.com>

Problème 6