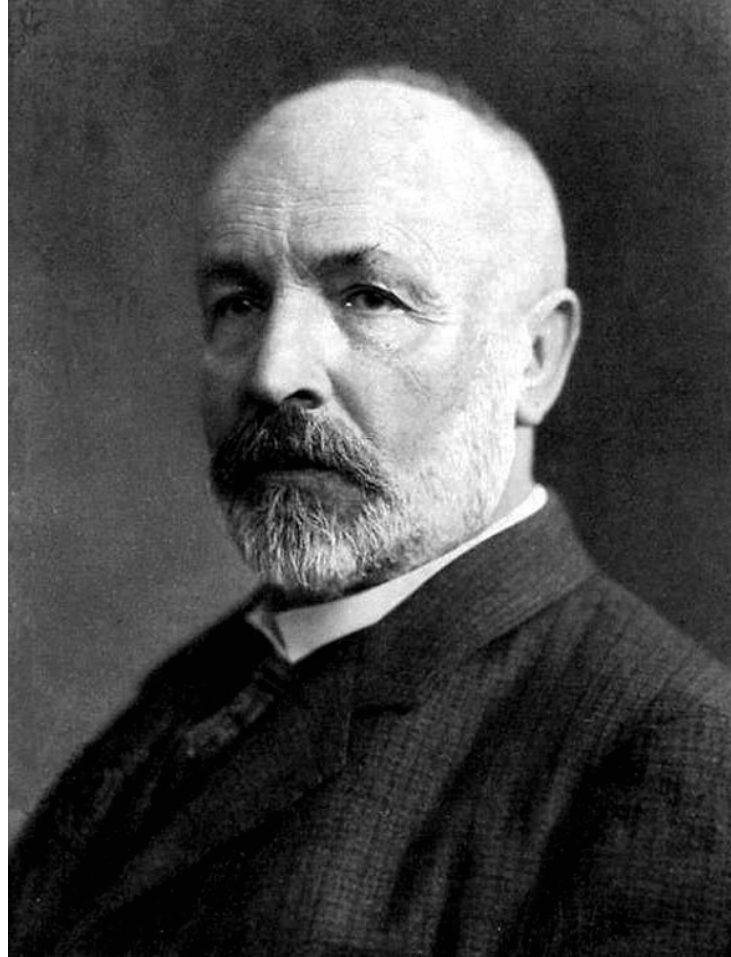


Georg “Aleph” Cantor



L'homme qui nous a appris
à compter
sur deux doigts
(au moins)

Un esprit très troublé



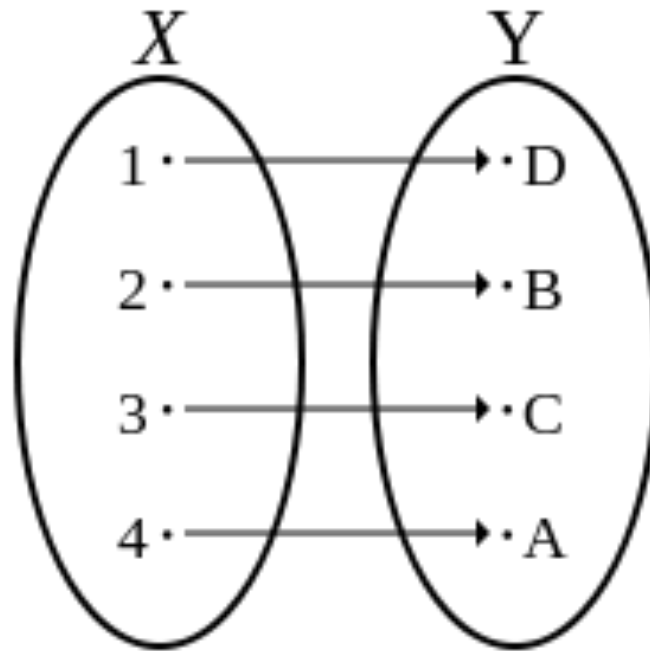
Troublé en lui-même et par les autres

- Nombreuses dépressions et séjours en clinique psychiatrique
- Passions pour des sujets bizarres
- Rejets par une partie de la communauté mathématique
- Persécutions professionnelles

Poincaré : le “cantorisme”

Un des traits caractéristiques du cantorisme, c'est qu'au lieu de s'élever au général en bâtissant des constructions de plus en plus compliquées et de définir par construction, il part du génies supremum et ne définit, comme auraient dit les scholastiques, que per genus proximum et differentiam speeißcam. De là l'horreur qu'il a quelque temps inspirée à certains esprits, à HERMITE par exemple, dont l'idée favorite était de comparer les sciences mathématiques aux sciences naturelles. Chez la plupart d'entre nous ces préventions s'étaient dissipées, mais il est arrivé qu'on s'est heurté à certains paradoxes, à certaines contradictions apparentes, qui auraient comblé de joie ZENON d'Elée et l'école de Mégare. Et alors chacun de chercher le remède. Je pense pour mon compte, et je ne suis pas seul, que l'important c'est de ne jamais introduire que des êtres que l'on puisse définir complètement en un nombre fini de mots. Quel que soit le remède adopté, nous pouvons nous promettre la joie du médecin appelé à suivre un beau cas pathologique.

Un outil évident mais pervers



Définition de l'égalité du nombre d'éléments de deux ensembles par la bijection :

à chaque élément de chacun des ensembles correspond un et un seul élément de l'autre.

Décomptes finis : numéroter

- Les lettres de l'alphabet
- Les sujets de la Sécurité Sociale
- Maisons d'une rue et numéros
- IPV4 / IPV6
-

Les “nombres” de “nombres” : LA transgression ...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ...

\aleph_0

Aleph-0 : le “nombre” de nombres entiers :
deuxième pas philosophique audacieux et paradoxal

Autres aleph-0 ?

Les nombres pairs

$$1 \iff 2$$

$$2 \iff 4$$

$$3 \iff 6$$

$$4 \iff 8$$

$$5 \iff 10$$

$$6 \iff 12$$

$$7 \iff 14$$

....

Autres aleph-0 ?

Les multiples de 7

$$1 \quad \langle === \rangle \quad 7$$

$$2 \quad \langle === \rangle \quad 14$$

$$3 \quad \langle === \rangle \quad 21$$

$$4 \quad \langle === \rangle \quad 28$$

$$5 \quad \langle === \rangle \quad 35$$

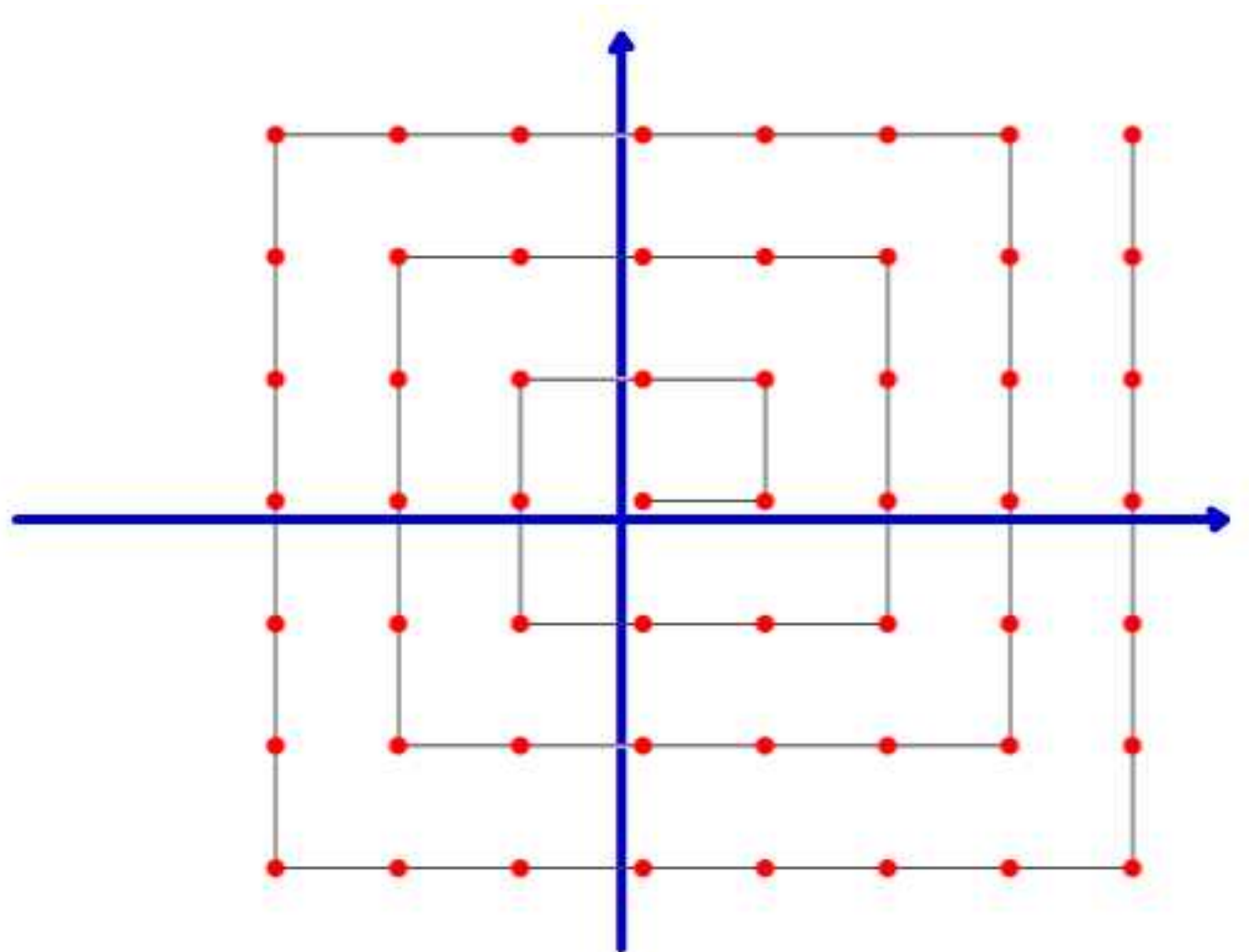
$$6 \quad \langle === \rangle \quad 42$$

$$7 \quad \langle === \rangle \quad 49$$

.....

Autres aleph-0 ?

L'espace cartésien



Les nombres réels ?

$]0, 1[$

La diagonale de Cantor et l'absurde :

il y a PLUS de réels que d'entiers

X1	=	0,	0	6	8	7	2	0	1	5	8	...
X2	=	0,	5	4	3	4	3	5	7	8	2	...
X3	=	0,	3	5	2	3	2	7	8	5	5	...
X4	=	0,	8	0	0	2	7	3	4	3	7	...
X5	=	0,	7	5	1	2	5	2	6	3	6	...
X6	=	0,	7	4	4	8	6	4	3	7	2	...
X7	=	0,	3	7	4	3	0	0	6	3	6	...
X8	=	0,	0	0	3	0	6	6	4	2	0	...
X9	=	0,	7	3	0	8	2	2	0	6	6	...
Y	=	0,	1	5	3	3	6	5	7	3	7	...

Donc il existe *au moins* 2 alephs

\aleph_1 Aleph-1
le continu

Aleph-0
le dénombrable

\aleph_0

Aleph-1 est aussi :

Le “nombre” d'ensembles contenant
Aleph-0 éléments

La cardinalité de l'ensemble des ensembles
contenant
Aleph-0 éléments

Aleph-1 est aussi :

$$\aleph_1 = 2^{\aleph_0}$$

L'ensemble des sous-ensembles de aleph-0

Existe-t-il d'autres alephs ?

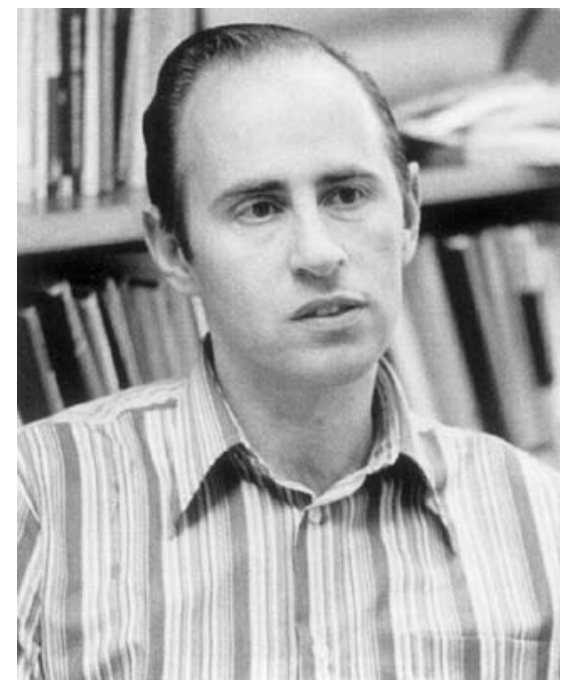
- Entre aleph-0 et aleph-1 ?
- Au-delà de aleph-1 ?

Cantor s'est épuisé en vain à chercher

Il est mort en 1918 sans pouvoir répondre.

Paul Cohen

médaille Field 1962



Prouve l'indépendance de l'hypothèse du continu :
on peut aussi bien postuler, de manière logiquement cohérente

- qu'il n'y a qu'un seul aleph-1, différent de aleph-0
- qu'il y a plusieurs alephs, au-delà de aleph-0

... et pratiquement ?

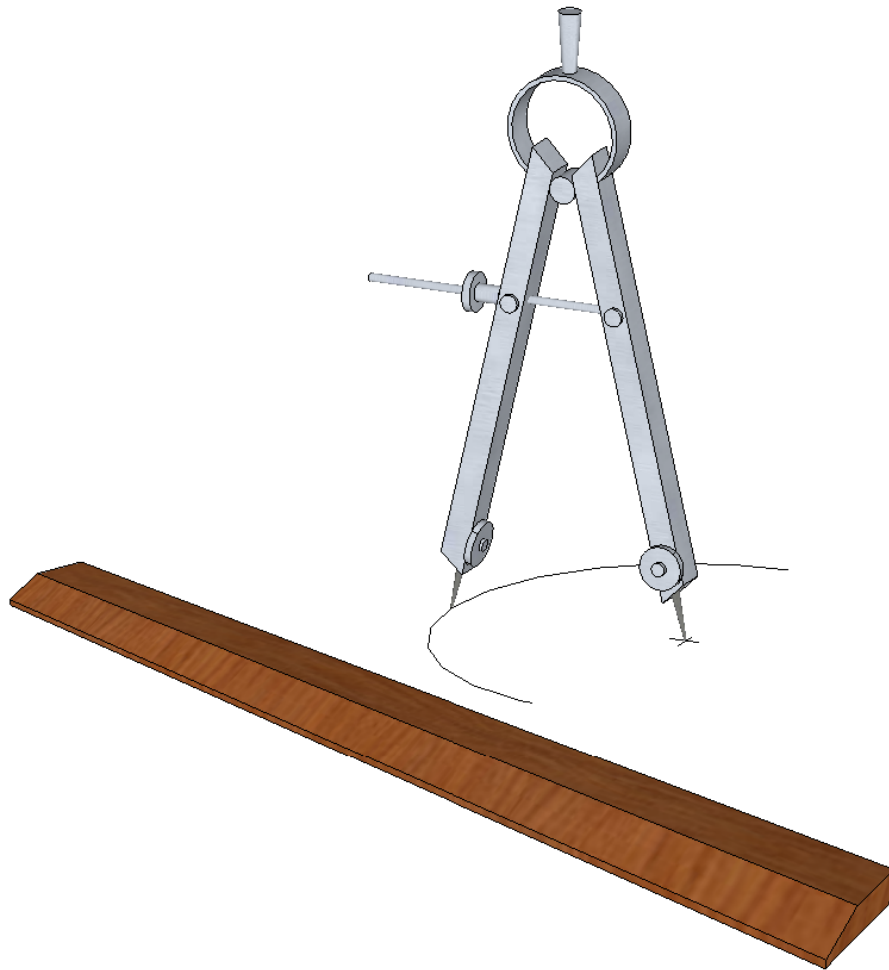
puisque nous savons compter
sur deux doigts ...

L'ensemble de tout ce qui peut être écrit et dit, dans toutes les langues alphabétiques, connues et à venir



№ 0

L'univers constructible avec La règle et le compas



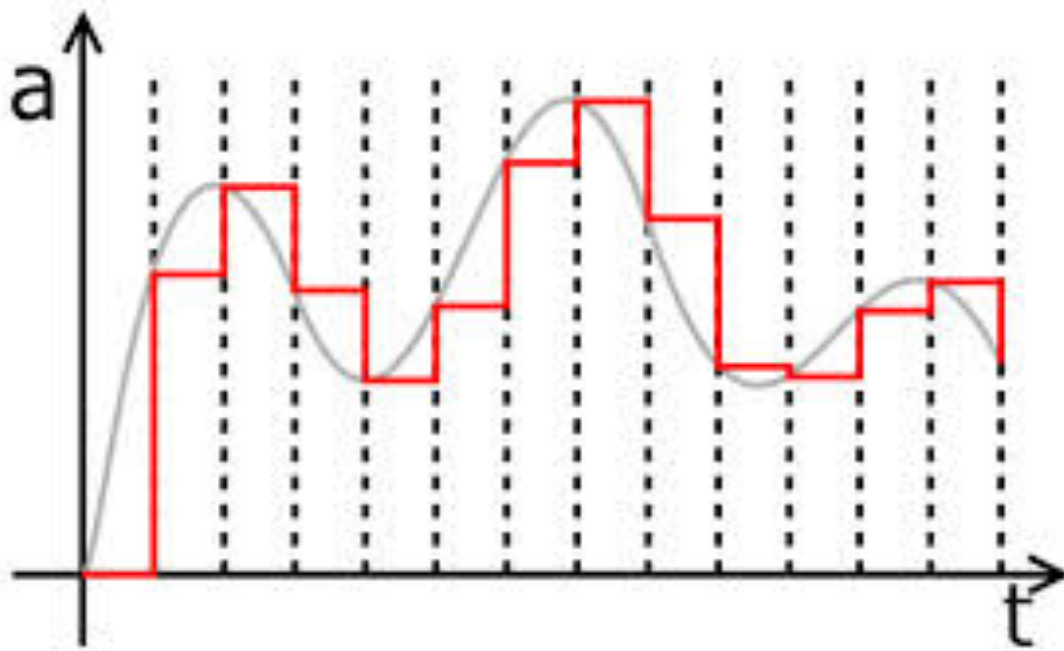
N₀

L'univers ?



N_1

L'ensemble de tous les enregistrements digitalisés, sonores ou musicaux



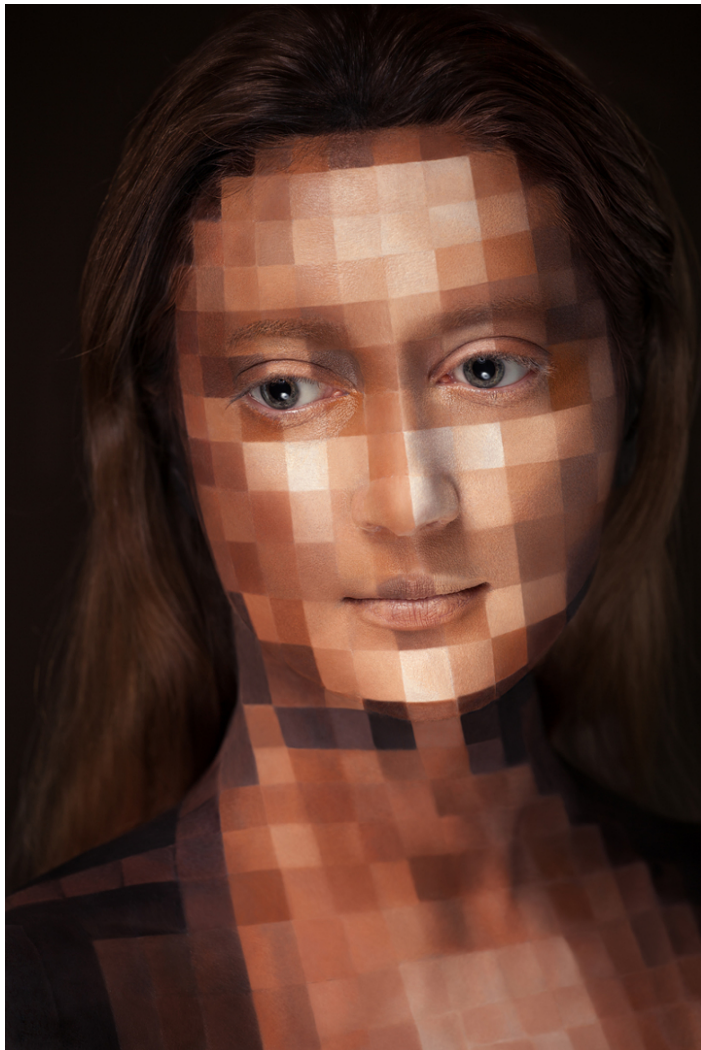
N₀

Une seconde de musique



N 1

L'ensemble de toutes les images digitalisées, actuelles ou à venir, bitmaps ou vectorielles



L'informatique connue pédale irrémédiablement dans le dénombrable

0110100010111010100...

\aleph_0

L'ensemble de tous les
programmes informatiques
possibles et de toutes leurs
productions ...

Internet
reste
dans le dénombrable

Ipv4 : 213.186.33.17

Ipv6 : 2001:41d0:1:1b00:213:186:33:17

très, très loin du réel ?

No



1

1

0

0