

Les myriades de l'Arénaire

François Dubois ¹

Kafemath

“Martin Gardner’s Celebration of Mind”

Commune Libre d’Aligre

mercredi 21 octobre 2015

¹ créateur et animateur du Kafemath.

Archimède de Syracuse (287 avant J.C. - 212 avant J.C.)



source : Wikipedia

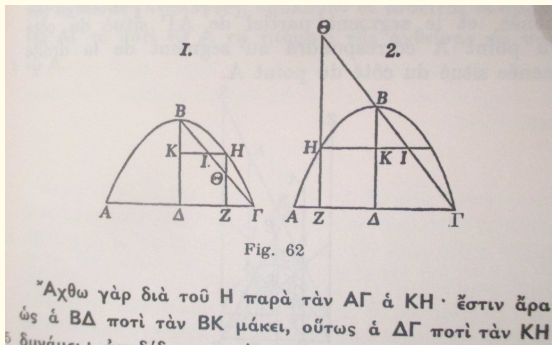
Archimède mécanicien

Voir l'exposé au Kafemath de [François Lavallou](#) le 07 juin 2012
statique, hydrostatique, hydraulique, balistique, ...



Archimède mathématicien

De l'équilibre des figures planes, La quadrature de la parabole,



De la sphère et du cylindre, Des spirales,

Sur les conoïdes et les sphéroïdes, De la mesure du cercle,

L'arénaire, ...

Œuvres, traduction de [Charles Mugler](#),
Les Belles Lettres, Paris, 1971

L'Arénaire

Traduction disponible sur internet :

[François Peyrard](#)

professeur de mathématiques et d'astronomie au Lycée Bonaparte

[bibliothécaire de l'école polytechnique de 1795 1804]

chez François Buisson, libraire-éditeur,

rue Gît-Le-Cœur, numéro 10,

et ci-devant rue Haute-Feuille, numéro 30.

à Paris, M DCCC VII.

<http://oncle-dom.fr/sciences/histoire/archimede/arenaire.htm>

[Combien de grains de sable emplissent l'univers ?](#)

Définir d'abord ce qu'est l'univers !

Apprendre à compter avec les très grands nombres...

Evaluer la taille d'un grain de sable...

Puis faire des comparaisons successives !

[On peut penser des nombres](#) plus grands que

le nombre de grains de sable de l'univers...

Compter en “base dix” avec les Grecs

Numération acrophonique (Athènes, 5ème siècle avant J.C.)

Chaque signe (sauf le 1) est la première lettre du nom du nombre

I		un
Γ	pénte	cinq
Δ	déka	dix
H	hekatón	cent
X	khélio	mille
M	múrioi (myriade)	dix mille
?	hekatommyrio (cent myriades)	un million

Archimède considère la **myriade**, soit dix fois mille... **10 000**

et aussi la **myriade de myriades** 100 000 000

Aristarque remercie Archimède de l'avoir critiqué

La théorie d'Aristarque (-310 avant J.C. – -230 avant J.C.) sur l'héliocentrisme (-280), nous est connue grâce à l'Arénaire !!

“Tu sais que le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la terre et dont le rayon est égal à la droite placée entre le centre de la terre et celui du soleil.

Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu'il a publiées contre les astronomes.

D'après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire; car il suppose que les étoiles et le soleil sont immobiles ; que la terre tourne autour du soleil comme centre; et que la grandeur de la sphère des étoiles fixes dont le centre est celui du soleil, est telle que la circonférence du cercle qu'il suppose décrite par la terre est à la distance des étoiles fixes comme le centre de la sphère est à la surface [...]"

Quelle est la taille de l'univers ?

périmètre de la Terre : 300 myriades de stades

un stade = 10000 doigts = 192,27 mètres

surestimation d'un facteur 10 par rapport aux "prédécesseurs"

diamètre de la Terre supérieur à celui de la Lune

diamètre du soleil égal à 30 fois celui de la Lune

pour Aristarque : entre 18 et 20

diamètre du soleil plus petit

que 30 fois le diamètre de la Terre

Taille de l'univers centré sur la Terre

diamètre du soleil supérieur au polygone de 1000 côtés
inscrit dans le grand cercle du monde

dans tout cercle, le diamètre est inférieur au tiers du périmètre
de tout polygone régulier [de plus de 6 côtes]

le "diamètre du monde" est donc inférieur à 1000 fois
le diamètre du soleil divisé par trois,
soit 10 000 fois le diamètre de la terre
soit 10 000 fois 100 myriades de stades
soit 100 myriades de myriades de stades

Grands nombres

Comment aller au-delà de la myriade de myriades ?

nombres “premiers” :

compris entre 1 et une myriade de myriades (10^8)

nombres “seconds” :

compris entre une myriade de myriades plus 1

et une myriade de myriades de myriades ($(10^8)^2$)

nombres “troisièmes” :

compris entre une myriade de myriades de myriades plus 1

et une myriade de nombres seconds ($(10^8)^3$)

... jusqu'aux nombres “cent millionnièmes” :

qui permettent de compter jusqu'à $(10^8)^{10^8}$

suite des grands nombres...

et Archimède va encore plus loin

[il a l'idée de l'analyse non standard ?!]

Tous ces nombres forment les nombres de la première période
inférieurs ou égaux à $P = (10^8)^{10^8}$

unité de premiers nombres de la seconde période :

myriade de myriade de premiers nombres

puis les dizaines, centaines, milliers, myriades,...

myriades de myriades de nombres seconds

$$(10^8 P = (10^8)^{(10^8+1)})$$

unité de nombres troisièmes de la deuxième période, ...

jusqu'à la myriade de myriades de nombres cent-millionnièmes

$$((10^8)^{10^8} P = P^2 = ((10^8)^{10^8})^2)$$

toujours plus de grands nombres !

ensuite...

unité de premiers nombres de la troisième période

“et ainsi de suite,

jusqu'à la myriade de myriades

de nombres dix mille myriadièmes

de la dix mille myriadième période”

de l'ordre de $P^{10^8} = ((10^8)^{10^8})^{10^8} = 10^{8 \cdot 10^{16}}$

Exponentielle

Il est utile de connaître aussi ce qui suit.

Si des nombres sont en proportion à partir de l'unité, et que certains de ceux qui sont dans la même proportion sont multipliés entre eux, le **produit** sera dans la même proportion éloigné du plus grand des facteurs d'autant de nombres dont le plus petit facteur est éloigné, en proportion, de l'unité, et il sera éloigné de l'unité de la **somme** moins un des nombres dont les facteurs sont éloignés de l'unité.

Règle de calcul des exponentielles : $10^{n+m} = 10^n 10^m$

Grain de sable...

Des comparaisons successives et des majorations
du grain de sable à l'univers

une graine de pavot : une myriade de grains de sable

diamètre d'un doigt : quarante fois la taille d'une graine de pavot

les sphères ont entre elles le rapport des cubes de leurs diamètres

un doigt contient $(40)^3 10^4 = 64 10^7$ grains de sable
qui est majoré par dix myriades de myriades
ou dix unités de nombres seconds (10^9)

Sphères...

Sphère d'un diamètre de **100 doigts**

elle contient au plus $100^3 \cdot 10^9$ grains de sable

100 myriades fois 10 myriades de myriades

1000 myriades de nombres seconds (10^{15})

Sphère d'un diamètre **une myriade de doigts**

un stade = 10000 doigts (= 192,27 m).

facteur 100^3 par rapport au nombre précédent

100 myriades de fois 1000 myriades de nombres seconds

10 myriades de nombres troisièmes (10^{21})

Sphère d'un diamètre de **100 stades**

facteur 100^3 par rapport au nombre précédent

100 myriades de fois 10 myriades de nombres troisièmes

1000 unités de nombres quatrièmes (10^{27})

des sphères toujours plus grandes...

Sphère d'un diamètre **une myriade de stades**

facteur 100^3 par rapport au nombre précédent

100 myriades de fois 1000 unités de nombres quatrièmes

10 unités de nombres cinquièmes (10^{33})

Sphère d'un diamètre **100 myriades de stades**

facteur 100^3 par rapport au nombre précédent

100 myriades de fois 10 unités de nombres cinquièmes

1000 myriades de nombres cinquièmes (10^{39})

Sphère d'un diamètre **une myriade de myriades de stades**

facteur 100^3 par rapport au nombre précédent

100 myriades de fois 1000 myriades de nombres cinquièmes

10 myriades de nombres sixièmes (10^{45})

un univers de deux milliards de kilomètres de diamètre...

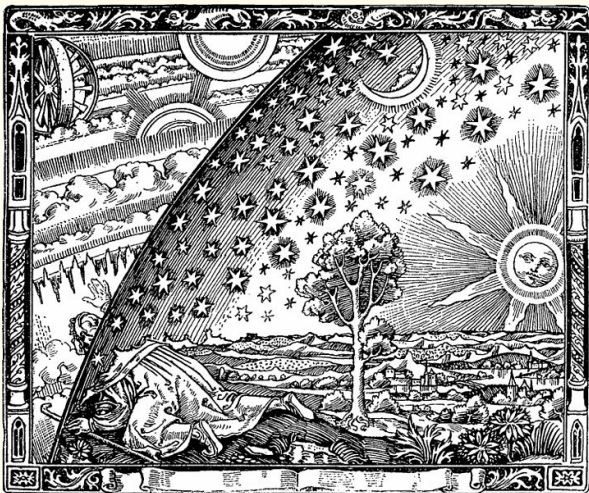
Sphère d'un diamètre de 100 myriades de myriades de stades
facteur 100^3 par rapport au nombre précédent
100 myriades de fois 10 myriades de nombres sixièmes
1000 unités de nombres septièmes (10^{51})

Avec l'univers d'Aristarque où l'on repousse plus loin
la sphère des étoiles fixes, Archimède compte
1000 myriades de nombres huitièmes (10^{63})
grains de sable dans l'univers...



sable du désert de Gobi, source Wikipedia

Merci de votre attention !



source : Wikipedia