

Chiffres romains... chiffres arabes

François Dubois ¹

Kafemath
“La Grange des Doux Dingues”
Authoison (Haute-Saône)
vendredi 11 septembre 2015

¹ créateur et animateur du Kafemath.

Nous avons dix doigts



source : minirinette.over-blog.fr, 14 février 2009.

Compter en “base dix” avec les Romains

de un à cinq : la première main...

de six à dix : la première main plus des doigts de la seconde main...

Le nombre “cinq”, nombre de doigts d'une main,
joue un rôle intermédiaire

un comptage naturel : I II III IIII

le nombre cinq est représenté chez les Romains par le symbole V

suite du comptage naturel : VI VII VIII IIIII

puis un nouveau symbole pour représenter “dix” : X

petite astuce pour diminuer le nombre de symboles :

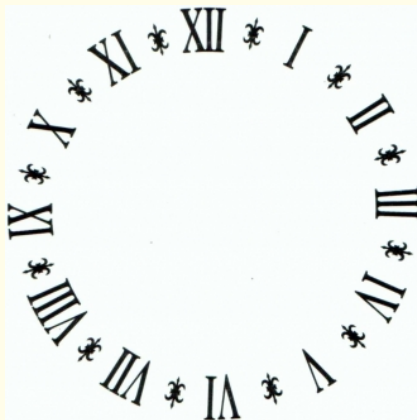
quatre est égal à “cinq moins un” :

on le note “un avant cinq”, soit IV

neuf est égal à “dix moins un” :

on le note “un avant dix”, soit IX

Chiffres romains



source : onveutout.com

Compter en "base dix" avec les Romains (ii)

I	un
II	deux
III	trois
V	cinq
IV	quatre égale cinq moins un
VI	six égale cinq plus un
VII	sept égale cinq plus deux
VIII	huit égale cinq plus trois
X	dix
IX	neuf égale dix moins un
XI	onze égale dix plus un
XII	douze égale dix plus deux

Compter en "base dix" avec les Romains (iii)

les premiers nombres représentés par les Romains :

I II III IV V VI VII VIII IX X

On considère deux paquets de dix (vingt) :	XX
trois paquets de dix (trente) :	XXX
cinq paquets de dix (cinquante) :	L
quatre paquets de dix (quarante) :	XL
six paquets de dix (soixante) :	LX
sept paquets de dix (septante) :	LXX
huit paquets de dix (octante) :	LXXX
dix paquets de dix (cent) :	C
neuf paquets de dix (nonente) :	XC

les premières dizaines représentées par les Romains :

X XX XXX XL L LX LXX LXXX XC C

Cent est le résultat de dix paquets de dix...

Compter en "base dix" avec les Romains (iv)

on continue avec cette nouvelle échelle.

On considère deux paquets de cent :	CC
trois paquets de cent :	CCC
cinq paquets de cent :	D
quatre paquets de cent :	CD
six paquets de cent :	DC
sept paquets de cent :	DCC
huit paquets de cent :	DCCC
dix paquets de cent :	M
neuf paquets de cent :	CM

les premières centaines représentées par les Romains :

C CC CCC CD D DC DCC DCCC CM M

On continue cette logique ; deux paquets de mille :	MM
trois paquets de mille :	MMM

Compter en "base dix" avec les Romains (v)

Un total de sept symboles

un	I
cinq	V
dix	X
cinquante	L
cent	C
cinq cent	D
mille	M

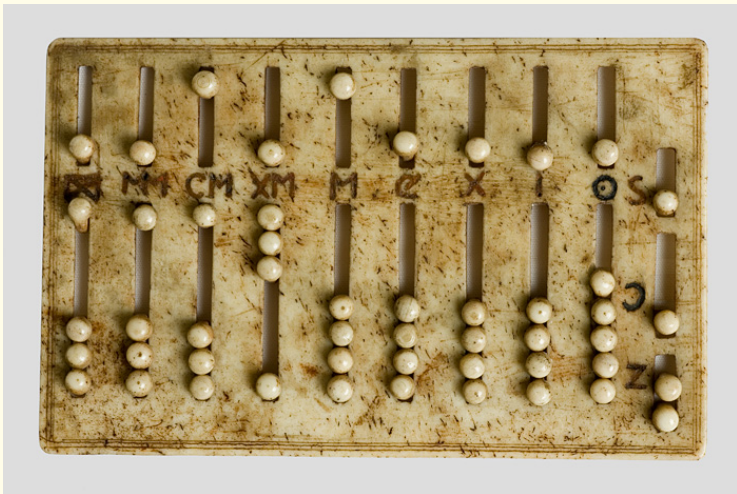
année deux mille quinze : MMXV

on ne peut pas compter au-delà de

quatre mille neuf cent quatre vingt dix neuf
MMMMDCCCCXCIX

Calculer avec les chiffres romains

pourquoi compter si on a une... machine qui donne le résultat ?



abaque romain (boulrier !)

source : interstices.info

Calculer avec les chiffres romains (ii)

Les nombres sont représentés en France avec des chiffres romains pendant tout le moyen-âge pour les usages courants...



source : ask.com

Gerbert d'Aurillac (945 - 1003), qui deviendra Sylvestre II, pape de l'an mille, rapporte les [chiffres arabes](#) d'Espagne.

Compter en base dix avec les chiffres arabes

les neuf premiers nombres demandent chacun un symbole :

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Puis on a dix, qui forme un “paquet de dix”

On ajoute un nombre de un à neuf à cette première dizaine :

11 12 13 14 15 16 17 18 19

Un nombre se présente comme une suite de chiffres

le chiffre de droite désigne le nombre d'unités

puis à sa gauche, le nombre de dizaines

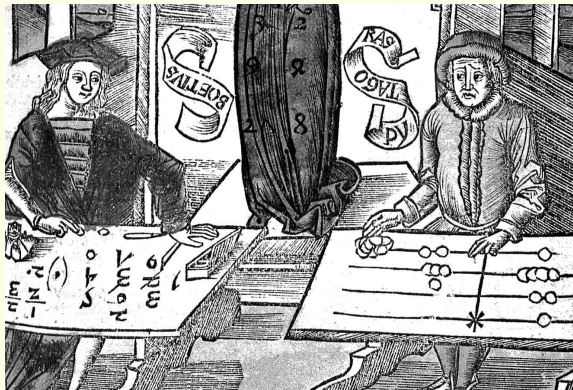
puis à sa gauche, le nombre de centaines

puis à sa gauche, le nombre de milliers, *etc.*

deux mille trois cent douze : 2 312

Abacistes et algoristes

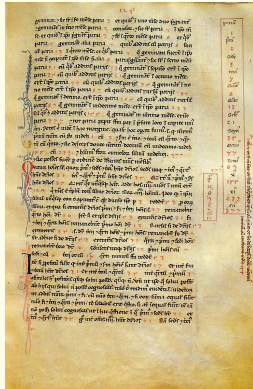
grande querelle (cinq siècles ! jusqu'au la fin du XVIII^{ième} siècle)
entre les partisans des chiffres romains traditionnels
et des calculs avec des **abaques** et les partisans des chiffres arabes
et des calculs avec un “**algorithme**” ...



Compter en base dix avec les chiffres arabes (ii)

Comment faire quand l'une des colonnes d'un abaque n'a pas de jeton ?

Notion de "jeton pointé" pour exprimer qu'il n'y a pas de jeton dans la colonne correspondante



Léonard de Pise (Fibonacci) (1175 - 1250), "Liber Abaci" (1202)

Zéro

Les chiffres arabes sont en fait indiens... (chinois ?)

Les indiens ont appris à désigner l'absence, le vide :

symbole "zéro" 0

invention (entre autres) par l'Indien [Bramahgupta](#) (598 - 668)

[Brahmasphutasiddhanta](#) (628) : le zéro est défini comme la somme de deux quantités opposées : un bien et une dette...

Règles de calcul avec zéro

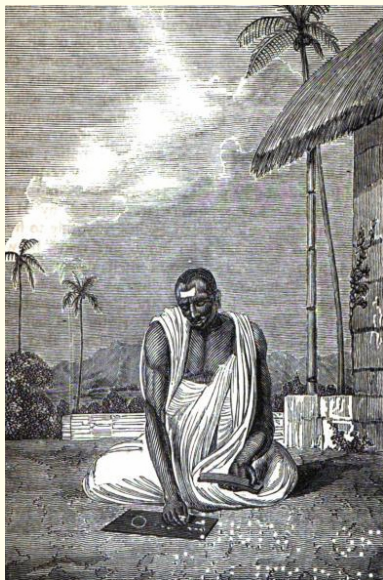
$$0 + n = n \quad \text{pour tout entier } n$$

$$0 \times n = 0 \quad \text{pour tout entier } n !$$

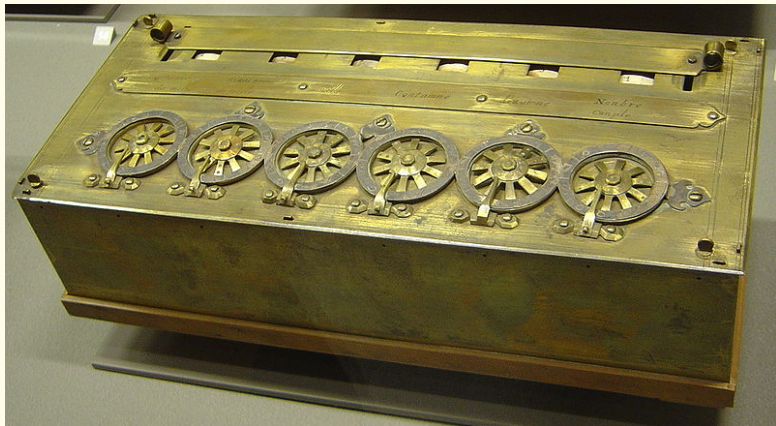
on ne peut pas diviser par zéro !!

Mention en Syrie dès le VII^{ième} siècle des chiffres indiens...

Brahmagupta (598 - 668)



Pascaline de Blaise Pascal (1642)



source : [//fr.wikipedia.org/](http://fr.wikipedia.org/)

Exemplaire original au Conservatoire National des Arts et Métiers

Pascaline de Blaise Pascal (1642) (ii)



Nous avons dix doigts et dix orteils



minirnette.over-blog.fr,



myfashionworld.fr

















Compter en base vingt comme les Mayas ?



source : visitchiapas.com

Apogée de la civilisation Maya entre le **VI^{ième}** et le **IX^{ième}** siècle de notre ère au Mexique et au Guatemala ; ici une vue de Palenque...

Compter en base vingt comme les Mayas ? (ii)

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
	• 	•• 	••• 	•••• 
10	11	12	13	14
	• 	•• 	••• 	•••• 
15	16	17	18	19
	• 	•• 	••• 	•••• 

source : fr.wikipedia.org

dix neuf chiffres au total plus le zéro !!

Système vincésimal comme les Bretons !

Les civilisation **celte** utilisait traditionnellement

une numération en **base 20**

Ainsi,

soixante dix en France..... au lieu de septante... en Belgique !

quatre vingts au lieu de octante du système décimal !

“**une pièce de cent sous**”, c’est à dire de cinq Francs !

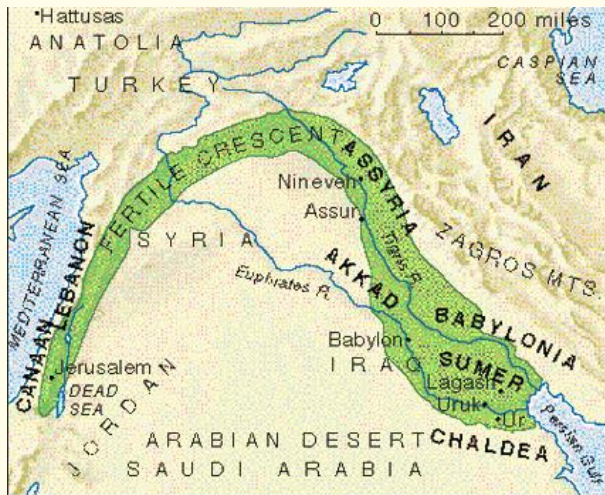
En Grande Bretagne, Le **shilling** est le **vingtième** de la Livre...

Hôpital des **Quinze-Vingts**

(28 Rue de Charenton, Paris XII^{ième})

Il abritait **quinze fois vingt** soit trois cents lits !

Compter en base soixante en Mésopotamie



source : internationalnews.fr

de 3500 ans avant J.C. jusqu'aux Romains

Compter en base soixante en Mésopotamie (ii)

Babylone (en Irak aujourd'hui), plus de 2000 ans avant J.C.
(plus de mille ans avant les Grecs !)



Les jardins suspendus, l'une des sept merveilles du Monde.

Tablette d'argile (2 400 ans avant J.C.)



Système sexagésimal à Babylone

Comptabilité, calcul d'aires, zéro, équation du second degré, extraction de racines carrées, suites arithmétiques et géométriques, factorisations.

Soixante a **beaucoup de diviseurs** :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 .

“J’ai pris un roseau: je n’en connais pas la dimension. J’en ai retranché une coudée, puis je suis allé soixante fois par la longueur (du champ rectangulaire). Ce que j’en avais retranché, je lui ai restitué, puis suis allé 30 fois par la largeur. La surface est 6.15.

Quelle est la longueur originale du roseau?

F. Thureau-Dangin, *Textes mathématiques babyloniens*, 1938.
voir les travaux de Christine Proust, www.math.ens.fr/culturemath

Le **système sexagésimal** des Babyloniens

est **toujours présent** dans notre quotidien :!!

Division de l’heure en **soixante minutes**...

Un angle de un degré se divise en **soixante minutes d’arc**.

Base deux pour l'informatique (depuis 1957...)

Deux symboles seulement : zéro et un

Ecrire tous les nombres avec deux chiffres seulement !

zéro	0
un	1
deux	10
trois	11
quatre	100
sept	111
huit	1 000
vingt huit = 4×7	11 100
trente et un = $32 - 1$	11 111
trente deux	100 000
soixante quatre	1 000 000
cent vingt huit	10 000 000
mille vingt quatre	10 000 000 000
mille neuf cent quatre vingt quatre = 31×64	11 111 000 000
2015 = 1984 + 31	11 111 011 111

Faire varier la base de façon dynamique ?

Unités de zéro à neuf (ou à dix neuf, ou à cinquante neuf)	x^0
Paquets de 10 (ou 20, ou 60)	x^1
Paquets de paquets de 10 (ou 20, ou 60)	x^2
Paquets de paquets de paquets de 10 (ou 20, ou 60)	x^3
etc.	

$$2015 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10 + 5$$

$$2015 = 2x^3 + 0x^2 + 1x + 5x^0 \text{ avec } x = 10$$

J'oublie que x vaut dix et je le fais varier !!

par exemple avec $x = 20$

$$2 \times 20^3 + 0 \times 20^2 + 1 \times 20^1 + 5 \times 20^0 = 16\,025$$

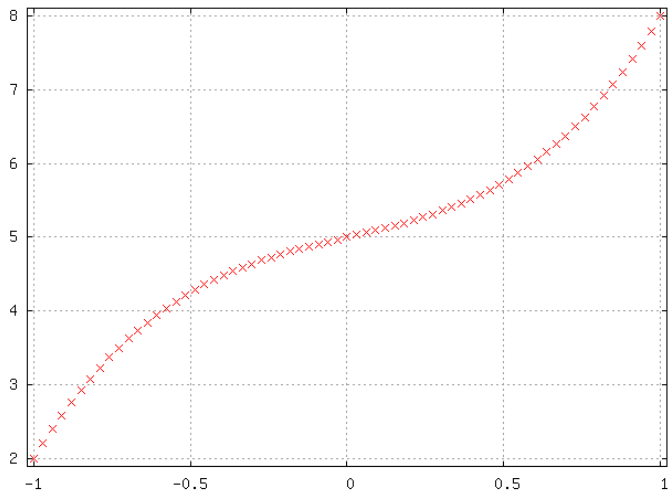
ou avec $x = 60$

$$2 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 1 \times 60^1 + 5 \times 60^0 = 432\,065$$

$$p(x) = 2x^3 + 0x^2 + 1x + 5x^0 \quad \text{avec } x \text{ quelconque}$$

J'ai "inventé" un **polynome** !

Fonction polynomiale de troisième degré



le polynome "2015" entre $x = -1$ et $x = 1$

En résumé...

- Les chiffres romains étaient utilisés de façon exclusive en France jusqu'au 13^{ième} siècle...
- Les chiffres romains et les chiffres arabes ont coexisté pour effectuer des calculs pendant plus de cinq siècles.
- Chaque système de représentation des nombres a des avantages et des inconvénients !
- En particulier, les opérations arithmétiques sont plus simples avec les chiffres arabes, mais traditionnellement, on calculait grâce à des “abaques” !
- Invention proposée entre autres par l'Indien **Bramahgupta** dès le VII^{ième} siècle. Nommer le vide : nombre **zéro**.
- La numérotation arabe a introduit le nombre zéro dans la représentation des nombres, ouvrant la voie à des **progrès conceptuels essentiels**.