De la géométrie à la cryptographie

Alena Pirutka

CNRS et École Polytechnique

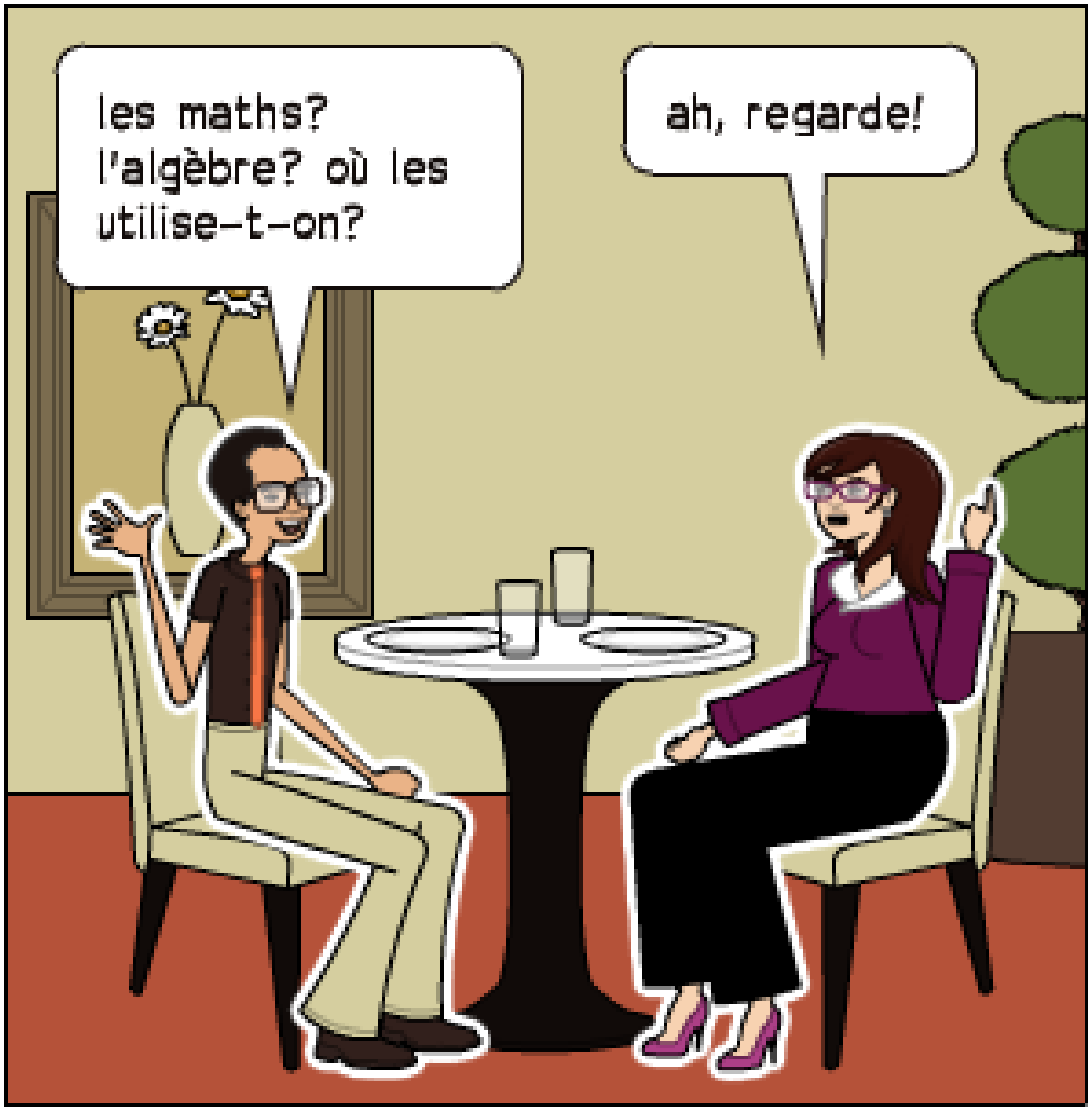
La coulée verte
Jeudi 12 février 2015

De l'année 1840...

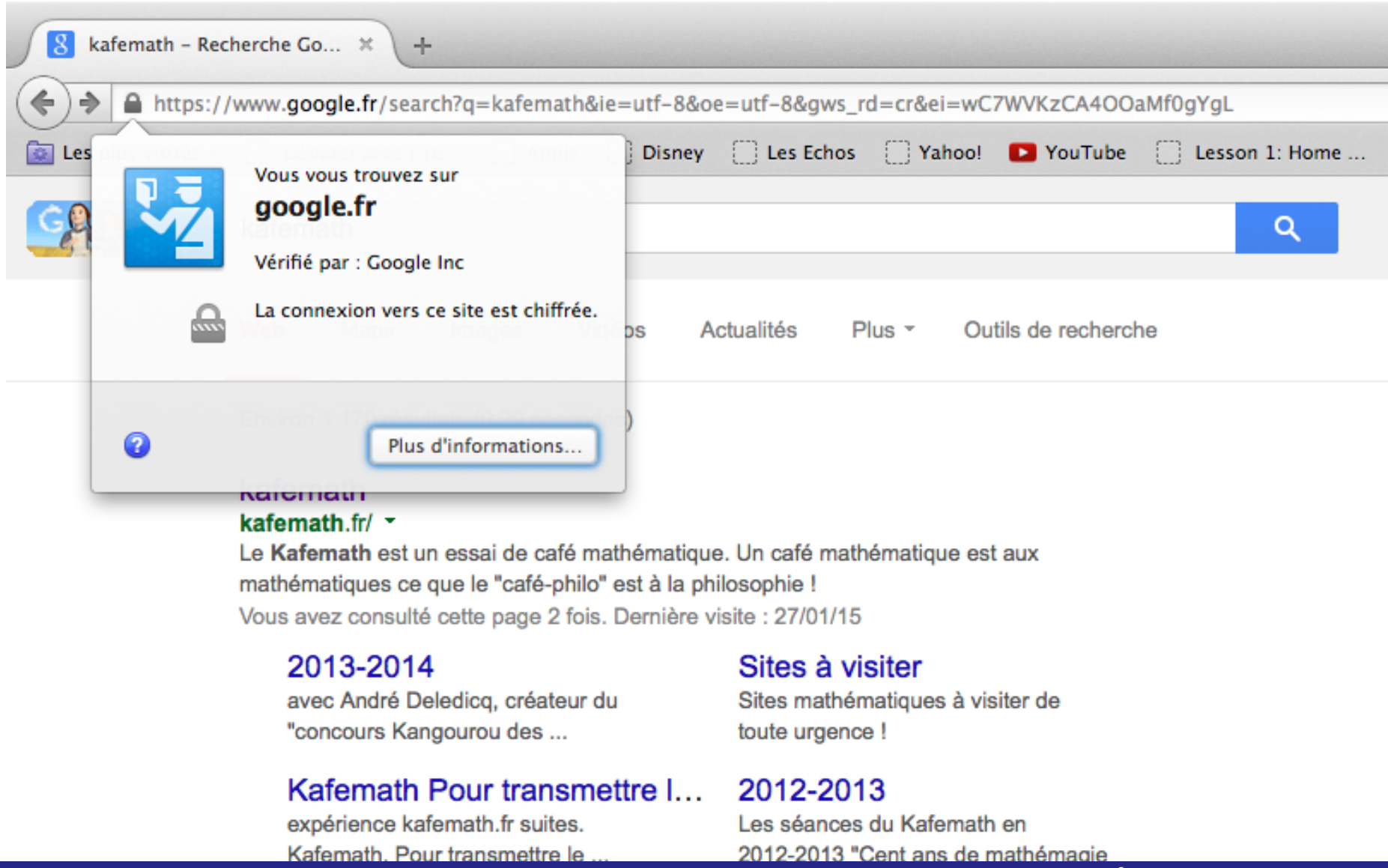
Le nombre est dans l'art comme dans la science. L'algèbre est dans l'astronomie, et l'astronomie touche à la poésie; l'algèbre est dans la musique, et la musique touche à la poésie. L'esprit de l'homme a trois clefs qui ouvrent tout : le chiffre, la lettre, la note. Savoir, penser, rêver. Tout est là.

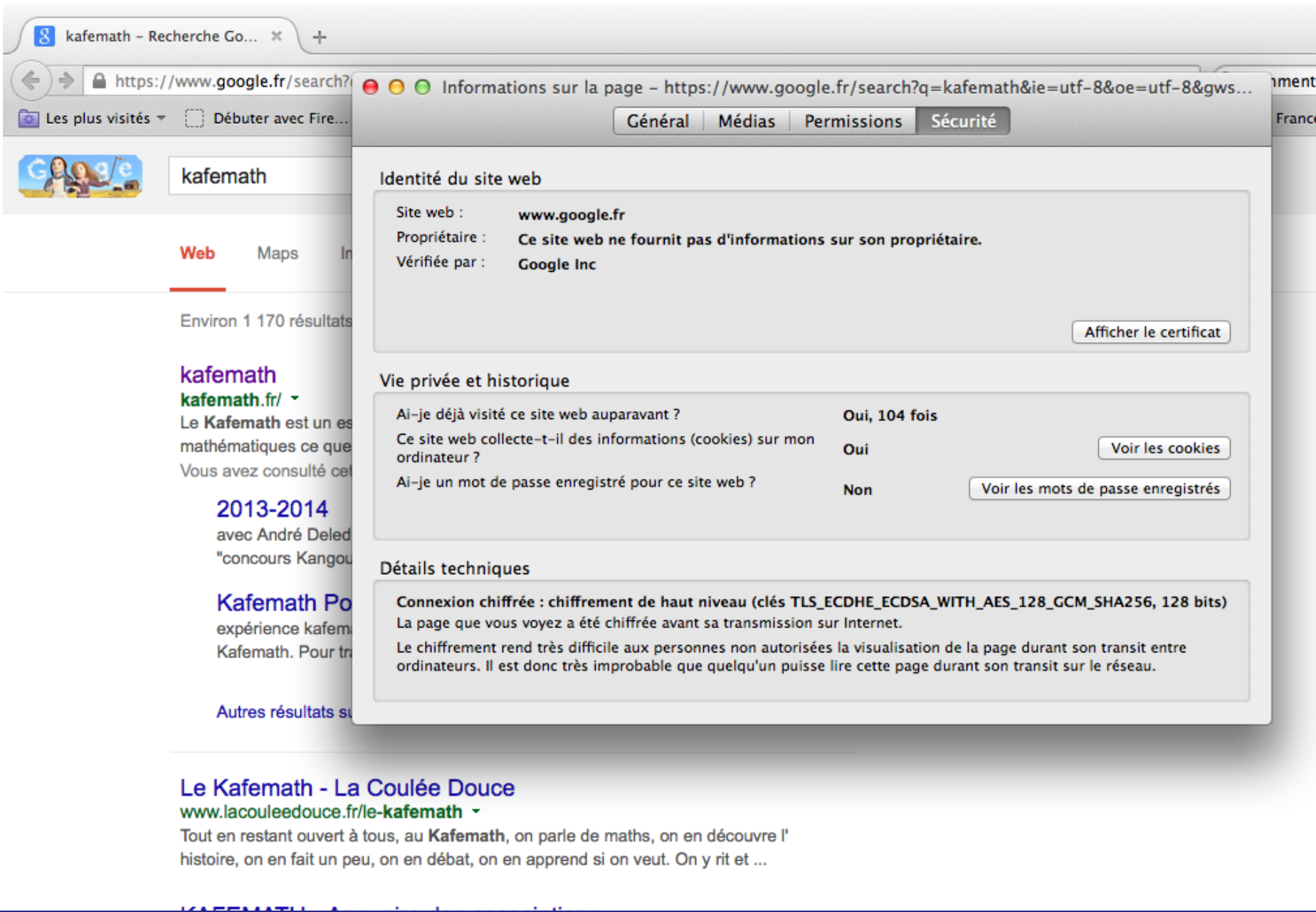
(Victor Hugo, «Les Rayons et les Ombres», préface)

à l'année 2015 :

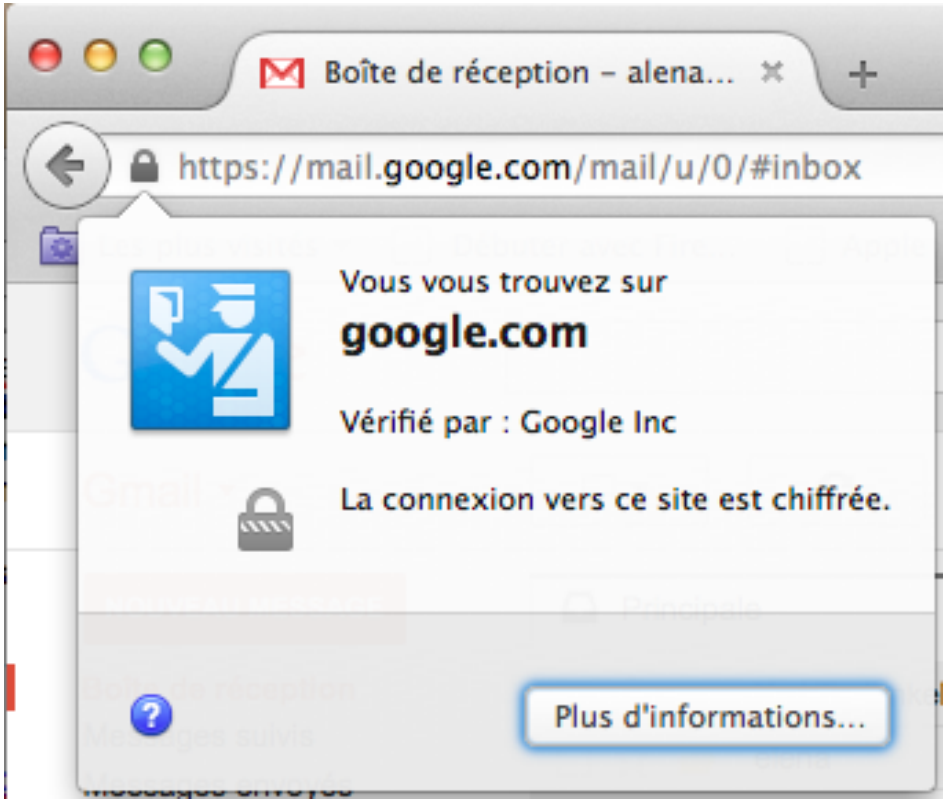


Connections Internet




kafemath – Recherche Go...
https://www.google.fr/search?
Les plus visités
Débuter avec Fire...
kafemath
Web
Maps
Environ 1 170 résultats
kafemath
kafemath.fr/
Le Kafemath est un es
mathématiques ce que
Vous avez consulté cet
2013-2014
avec André Deled
"concours Kangou
Kafemath Po
expérience kafem
Kafemath. Pour tr
Autres résultats su
Le Kafemath - La Coulée Douce
www.lacouleedouce.fr/le-kafemath
Tout en restant ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'
histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et ...
Informations sur la page – https://www.google.fr/search?q=kafemath&ie=utf-8&oe=utf-8&gws...
Général
Médias
Permissions
Sécurité
Identité du site web
Site web : www.google.fr
Propriétaire : Ce site web ne fournit pas d'informations sur son propriétaire.
Vérifiée par : Google Inc
Afficher le certificat
Vie privée et historique
Ai-je déjà visité ce site web auparavant ? Oui, 104 fois
Ce site web collecte-t-il des informations (cookies) sur mon ordinateur ? Oui
Voir les cookies
Ai-je un mot de passe enregistré pour ce site web ? Non
Voir les mots de passe enregistrés
Détails techniques
Connexion chiffrée : chiffrement de haut niveau (clés TLS_ECDHE_ECDSA_WITH_AES_128_GCM_SHA256, 128 bits)
La page que vous voyez a été chiffrée avant sa transmission sur Internet.
Le chiffrement rend très difficile aux personnes non autorisées la visualisation de la page durant son transit entre ordinateurs. Il est donc très improbable que quelqu'un puisse lire cette page durant son transit sur le réseau.

Ou encore avec gmail:



Plan

Plan

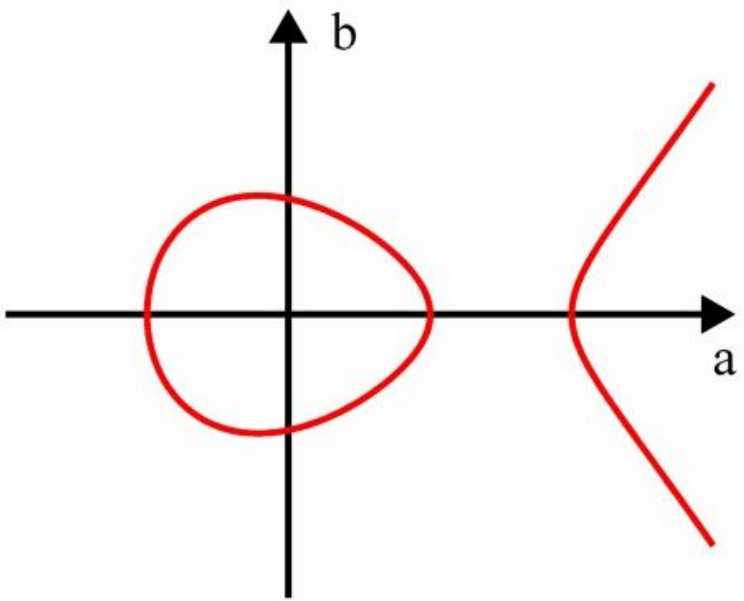
1. Quelques principes et algorithmes.

Plan

1. Quelques principes et algorithmes.
2. Les méthodes du siècle précédent : nombres entiers, divisibilité et RSA.

Plan

1. Quelques principes et algorithmes.
2. Les méthodes du siècle précédent : nombres entiers, divisibilité et RSA.
3. Les méthodes modernes : courbes elliptiques.

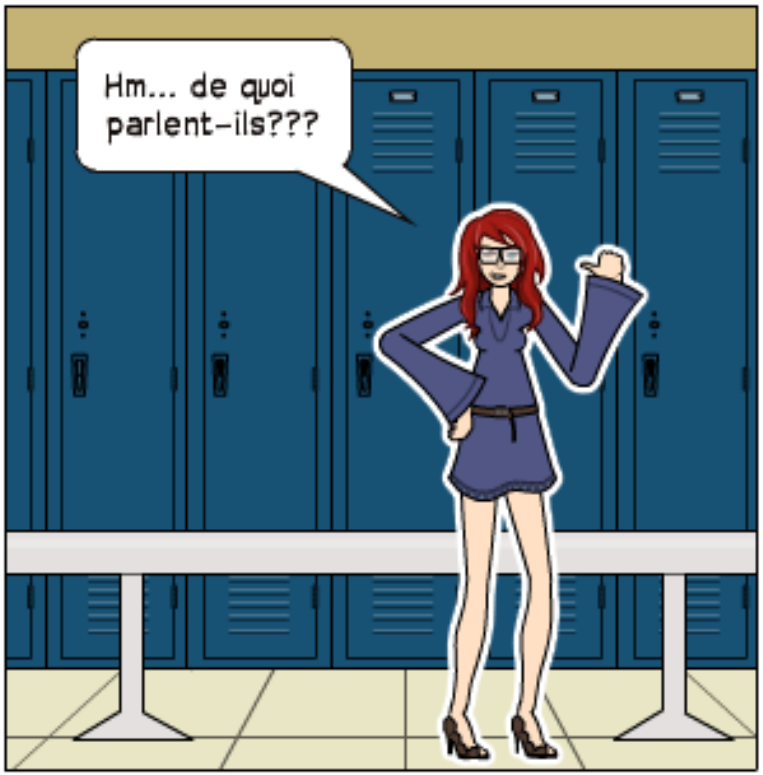


Contexte cryptographique

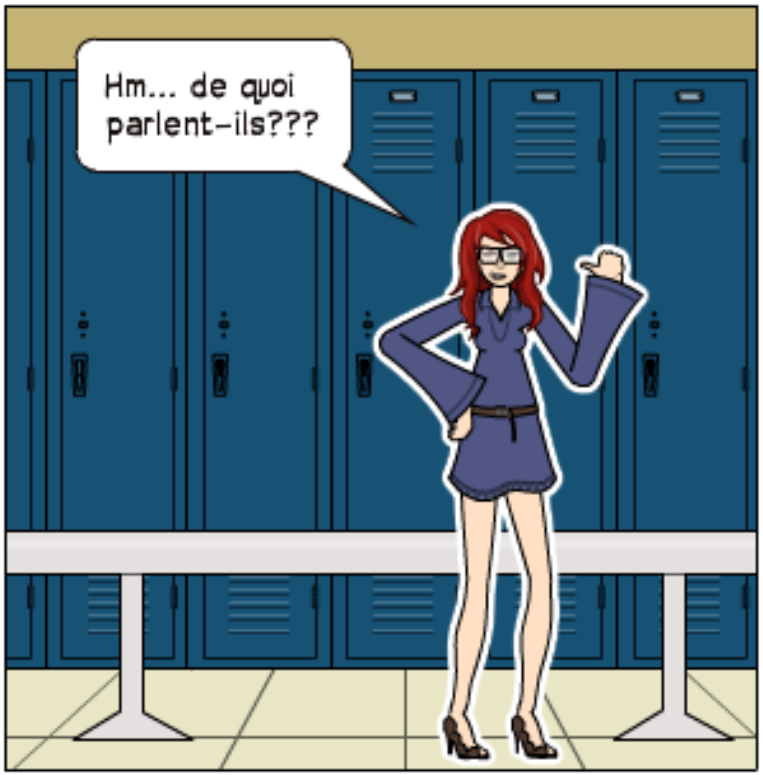
Contexte cryptographique

Contexte cryptographique

Eva

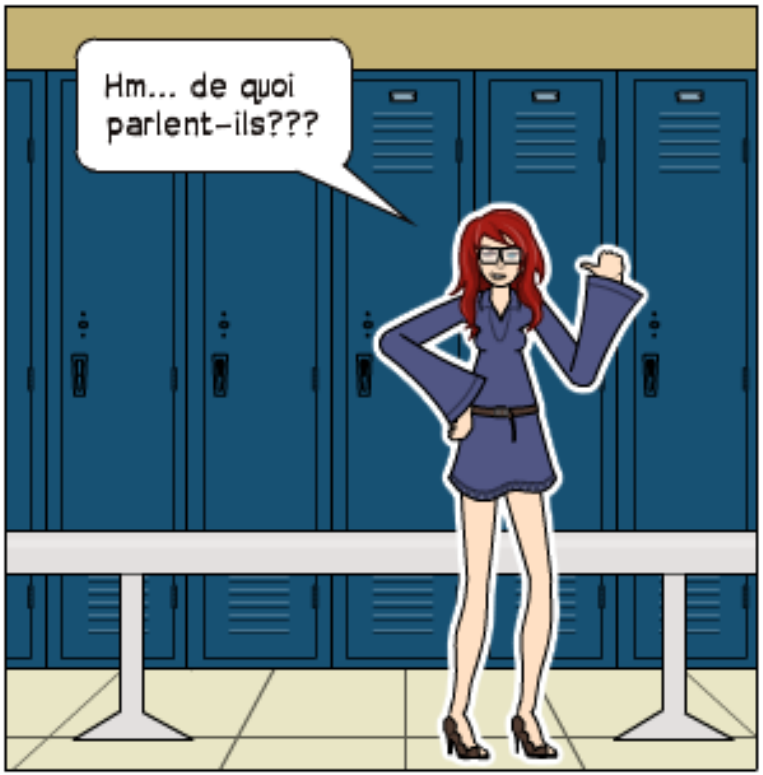


Eva



- Eva veut lire le message privé d'Alice;

Eva



- Eva veut lire le message privé d'Alice;
- Elle peut accéder au canal public de transmission des messages.

Chiffrement

Chiffrement

- Alice et Bob se mettent d'accord sur le système de chiffrement qu'ils utilisent

Chiffrement

- Alice et Bob se mettent d'accord sur le système de chiffrement qu'ils utilisent
- et aussi sur la **clé publique** nécessaire pour chiffrer le message.

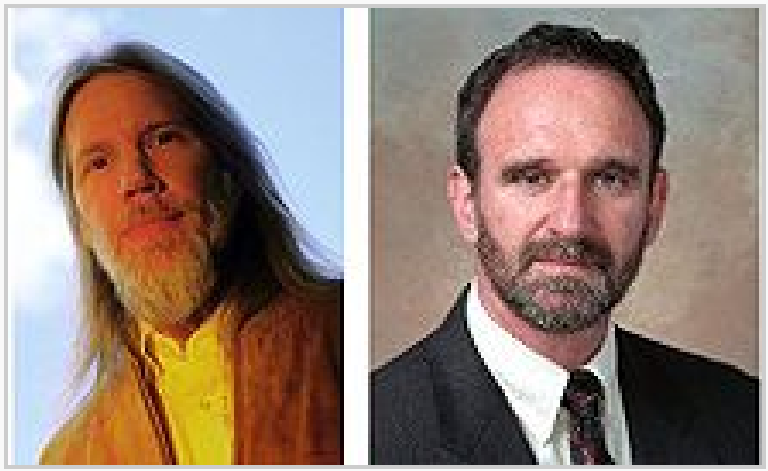
Déchiffrement

Déchiffrement

- Bob choisit la **clé privée** pour déchiffrer le message.

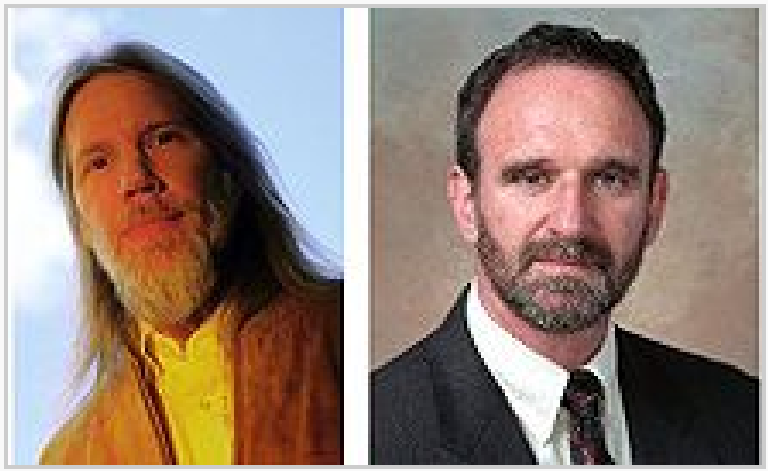
Principe : tout le monde peut chiffrer (avec la clé publique), mais il n'y a que Bob qui peut déchiffrer (avec sa clé privée).

Cette méthode a été proposée en 1976 par Whitfield Diffie et Martin Hellman :



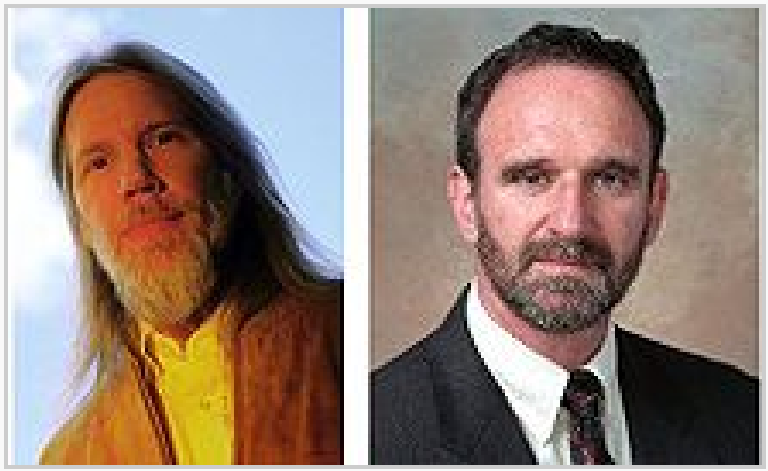
On l'appelle **la cryptographie à clé publique**.

Cette méthode a été proposée en 1976 par Whitfield Diffie et Martin Hellman :



On l'appelle **la cryptographie à clé publique**.
Propriétés :

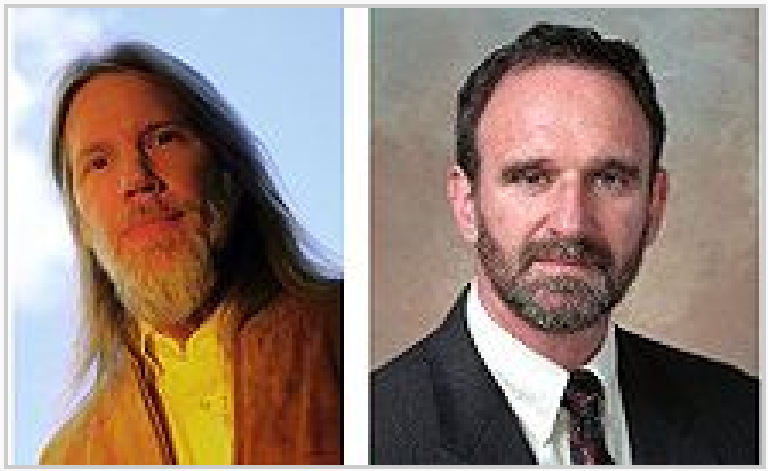
Cette méthode a été proposée en 1976 par Whitfield Diffie et Martin Hellman :



On l'appelle **la cryptographie à clé publique**.
Propriétés :

- C'est «facile» de coder le message.

Cette méthode a été proposée en 1976 par Whitfield Diffie et Martin Hellman :



On l'appelle **la cryptographie à clé publique**.
Propriétés :

- C'est «facile» de coder le message.
- Il est très difficile de déchiffrer le message *sans connaître la clé privée* .

Signature numérique

Signature numérique

Signature numérique

Principe : il n'y a qu'Alice qui peut signer (avec sa clé privée), mais tout le monde peut vérifier (avec la clé publique).

Signature numérique

Principe : il n'y a qu'Alice qui peut signer (avec sa clé privée), mais tout le monde peut vérifier (avec la clé publique).

Algorithme RSA

Proposé par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman

Algorithme RSA

Proposé par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman

en 1978 dans l'article "A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-key Cryptosystems".

Algorithme RSA

Proposé par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman

en 1978 dans l'article "A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-key Cryptosystems".

- Les «messages» sont des nombres entiers;

Algorithme RSA

Proposé par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman

en 1978 dans l'article "A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-key Cryptosystems".

- Les «messages» sont des nombres entiers;
- Pour coder un message, on utilise les opérations arithmétiques: sommes, produits, divisions.

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d divise un entier n si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d divise un entier n si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.
Exemples: $3|12$ car $12 = 3 \cdot 4$; $5|2015$ car $2015 = 5 \cdot 405$,

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d **divise** un entier n (ou que d est un **facteur** de n) si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.
Exemples: $3|12$ car $12 = 3 \cdot 4$; $5|2015$ car $2015 = 5 \cdot 405\,403$

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d **divise** un entier n (ou que d est un **facteur** de n) si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.
Exemples: $3|12$ car $12 = 3 \cdot 4$; $5|2015$ car $2015 = 5 \cdot 405\,403$
aussi $1|n$ pour tout n et $n|n$.

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d **divise** un entier n (ou que d est un **facteur** de n) si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.
Exemples: $3|12$ car $12 = 3 \cdot 4$; $5|2015$ car $2015 = 5 \cdot 405\,403$
aussi $1|n$ pour tout n et $n|n$.

- Un entier p est **premier** s'il n'y a que deux nombres distincts qui divisent p : 1 et p.

Bases arithmétiques

- On dit qu'un entier d **divise** un entier n (ou que d est un **facteur** de n) si l'on peut écrire

$$n = d \cdot q$$

avec q un entier. Si c'est le cas, on écrit $d|n$.
Exemples: $3|12$ car $12 = 3 \cdot 4$; $5|2015$ car $2015 = 5 \cdot 405\,403$
aussi $1|n$ pour tout n et $n|n$.

- Un entier p est **premier** s'il n'y a que deux nombres distincts qui divisent p : 1 et p. Exemples: $2, 3, 5, 7, 11, 13...$

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $10 \equiv 4 (\mathrm{mod}\, 3)$, $2 \equiv 8 (\mathrm{mod}\, 3)$.

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $10 \equiv 4 (\mathrm{mod}\, 3)$, $2 \equiv 8 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Multiplication : si

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d)$$

et $a \equiv b (\mathrm{mod}\, d)$ alors

$$an \equiv bm (\mathrm{mod}\, d).$$

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $10 \equiv 4 (\mathrm{mod}\, 3)$, $2 \equiv 8 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Multiplication : si

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d)$$

et $a \equiv b (\mathrm{mod}\, d)$ alors

$$an \equiv bm (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $20 \equiv 32 (\mathrm{mod}\, 3)$.

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $10 \equiv 4 (\mathrm{mod}\, 3)$, $2 \equiv 8 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Multiplication : si

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d)$$

et $a \equiv b (\mathrm{mod}\, d)$ alors

$$an \equiv bm (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $20 \equiv 32 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Si $d|n$ et $d|m$ on dit que d est un **diviseur commun** de n et m. Si n et m n'ont pas de diviseurs communs (sauf 1) on dit que n et m sont **premiers entre eux**.

Congruences

- Si n et m sont des entiers et $d|(n-m)$ on dit que n **est congru à** m **modulo** d:

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $10 \equiv 4 (\mathrm{mod}\, 3)$, $2 \equiv 8 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Multiplication : si

$$n \equiv m (\mathrm{mod}\, d)$$

et $a \equiv b (\mathrm{mod}\, d)$ alors

$$an \equiv bm (\mathrm{mod}\, d).$$

Exemple : $20 \equiv 32 (\mathrm{mod}\, 3)$.

- Si $d|n$ et $d|m$ on dit que d est un **diviseur commun** de n et m. Si n et m n'ont pas de diviseurs communs (sauf 1) on dit que n et m sont **premiers entre eux**.
Exemples: 5 et 7, 10 et 27.

- Division euclidienne : on peut toujours diviser un entier n par un entier d **avec le reste** :

$$n = d \cdot q + r$$

où r est le reste, $0 \leq r < d$.

- Division euclidienne : on peut toujours diviser un entier n par un entier d **avec le reste** :

$$n = d \cdot q + r$$

où r est le reste, $0 \leq r < d$.
Exemples: $12 = 3 \cdot 4 + 0$, $12 = 7 \cdot 1 + 5$, $2015 = 100 \cdot 20 + 15$.
On a

$$n \equiv r (\mathrm{mod}\, d).$$

On a $12 \equiv 5 (\mathrm{mod}\, 7)$, $2015 \equiv 15 (\mathrm{mod}\, 100)$.

Division et puissances

Question : quels restes vont donner n, n^2, n^3... modulo d?
Peut-on avoir $r = 1$?

Division et puissances

Question : quels restes vont donner n, n^2, $n^3 \ldots$ modulo d?
Peut-on avoir $r = 1$?

- si $d = p$ est un nombre premier et p ne divise pas n, alors

$$n^{p-1} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p).$$

(petit théorème de Fermat).

Division et puissances

Question : quels restes vont donner n, n^2, $n^3 \ldots$ modulo d?
Peut-on avoir $r = 1$?

- si $d = p$ est un nombre premier et p ne divise pas n, alors

$$n^{p-1} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p).$$

(petit théorème de Fermat).
ou encore (en multipliant par n) : $n^p \equiv n (\mathrm{mod}\, p)$.

- Si $d = pq$ est le produit de deux nombres premiers distincts et ni p, ni q ne divise n, alors

$$n^{(p-1)(q-1)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, pq).$$

- Si $d = pq$ est le produit de deux nombres premiers distincts et ni p, ni q ne divise n, alors

$$n^{(p-1)(q-1)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, pq).$$

Ou encore, on multiplie a fois cette conguence par elle-même :

$$n^{(p-1)(q-1)a} \equiv 1^a = 1 (\mathrm{mod}\, pq).$$

- Si $d = pq$ est le produit de deux nombres premiers distincts et ni p, ni q ne divise n, alors

$$n^{(p-1)(q-1)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, pq).$$

Ou encore, on multiplie a fois cette conguence par elle-même :

$$n^{(p-1)(q-1)a} \equiv 1^a = 1 (\mathrm{mod}\, pq).$$

et

$$n^{(p-1)(q-1)a+1} \equiv n (\mathrm{mod}\, pq).$$

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.
- Un «message» sera un entier m tel que $1 \leq m < N$.

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.
- Un «message» sera un entier m tel que $1 \leq m < N$.
- Le chiffrement : le reste r de m^e modulo N.

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.
- Un «message» sera un entier m tel que $1 \leq m < N$.
- Le chiffrement : le reste r de m^e modulo N.
- Pour déchiffrer... encore des puissances : on calcule le reste de r^f de modulo N. Comment choisit-on f?

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.
- Un «message» sera un entier m tel que $1 \leq m < N$.
- Le chiffrement : le reste r de m^e modulo N.
- Pour déchiffrer... encore des puissances : on calcule le reste de r^f de modulo N. Comment choisit-on f? On a

$$r \equiv m^e \pmod{pq}$$

En multipliant f fois cette congruence par elle-même:

$$r^f \equiv (m^e)^f = m^{ef} \pmod{pq}$$

Fonctionnement de RSA

- On choisit N un entier tel que $N = pq$ est le produit de deux (très grands) nombres premiers.
- Un «message» sera un entier m tel que $1 \leq m < N$.
- Le chiffrement : le reste r de m^e modulo N.
- Pour déchiffrer... encore des puissances : on calcule le reste de r^f de modulo N. Comment choisit-on f? On a

$$r \equiv m^e \pmod{pq}$$

En multipliant f fois cette congruence par elle-même:

$$r^f \equiv (m^e)^f = m^{ef} \pmod{pq} \equiv m?$$

Comment avoir $m^{ef} \equiv m \pmod{pq}$?

Comment avoir $m^{ef} \equiv m \pmod{pq}$?
Petit théorème de Fermat : il faut prendre f tel que $ef = (p-1)(q-1)a + 1$, i.e. que

$$ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1)).$$

(rappel : $n^{(p-1)(q-1)a+1} \equiv n (\mathrm{mod}\, pq).$)

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
Données publiques N, e.

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
Données publiques N, e. **Clé privée de Bob :** f.

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
Données publiques N, e. **Clé privée de Bob :** f.

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
Données publiques N, e. **Clé privée de Bob :** f.

Récapitulatif

Paramètres : p, q deux nombres premiers, $N = pq$, e, f tels que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
Données publiques N, e. **Clé privée de Bob :** f.

La sécurité du système

La sécurité du système

- On connait $r = m^e$ (modulo N), comment trouver m?

La sécurité du système

- On connait $r = m^e$ (modulo N), comment trouver m?
- Pour déchiffrer il faut connaître f tel que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.

La sécurité du système

- On connait $r = m^e$ (modulo N), comment trouver m?
- Pour déchiffrer il faut connaître f tel que $ef \equiv 1 (\mathrm{mod}\,(p-1)(q-1))$.
- On peut le trouver si l'on connaît p et q (problème de **factorisation**).

Ce sont des problèmes très difficiles (techniquement)!!!

Un exemple

- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$

Un exemple

- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$: $4^5 \equiv$

Un exemple

- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$: $4^5 \equiv 9 (\text{mod } 35)$.

Un exemple

- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$: $4^5 \equiv 9 (\text{mod } 35)$.
- Déchiffrement : $e \cdot 5 \equiv 1 (\text{mod } 24)$, ici $d = 5$.

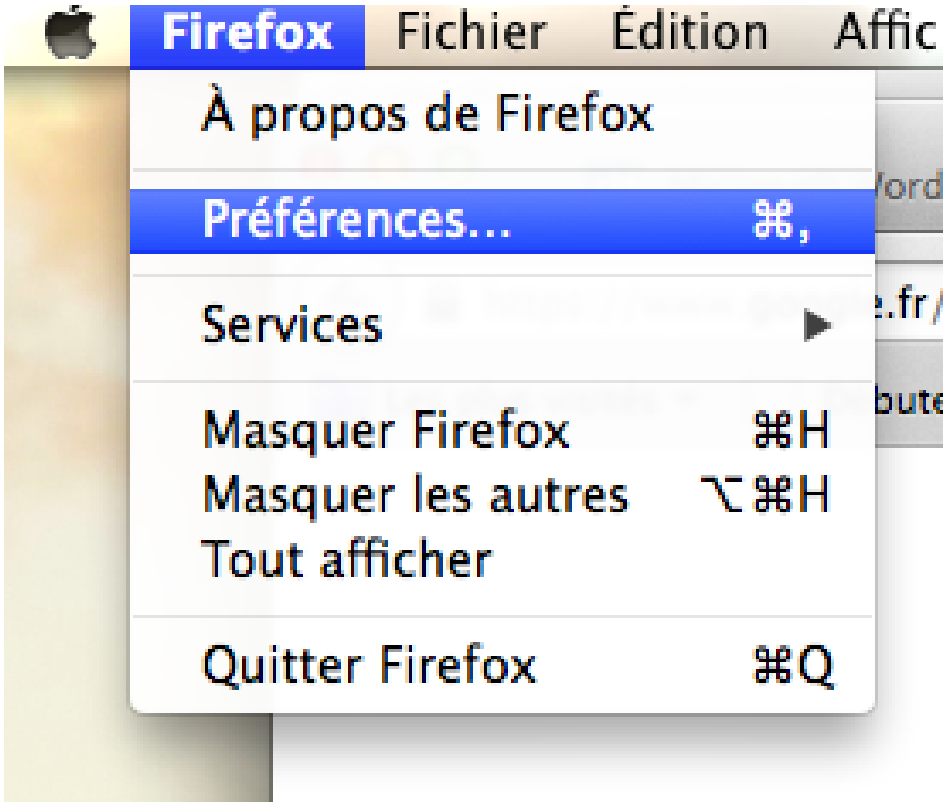
Un exemple

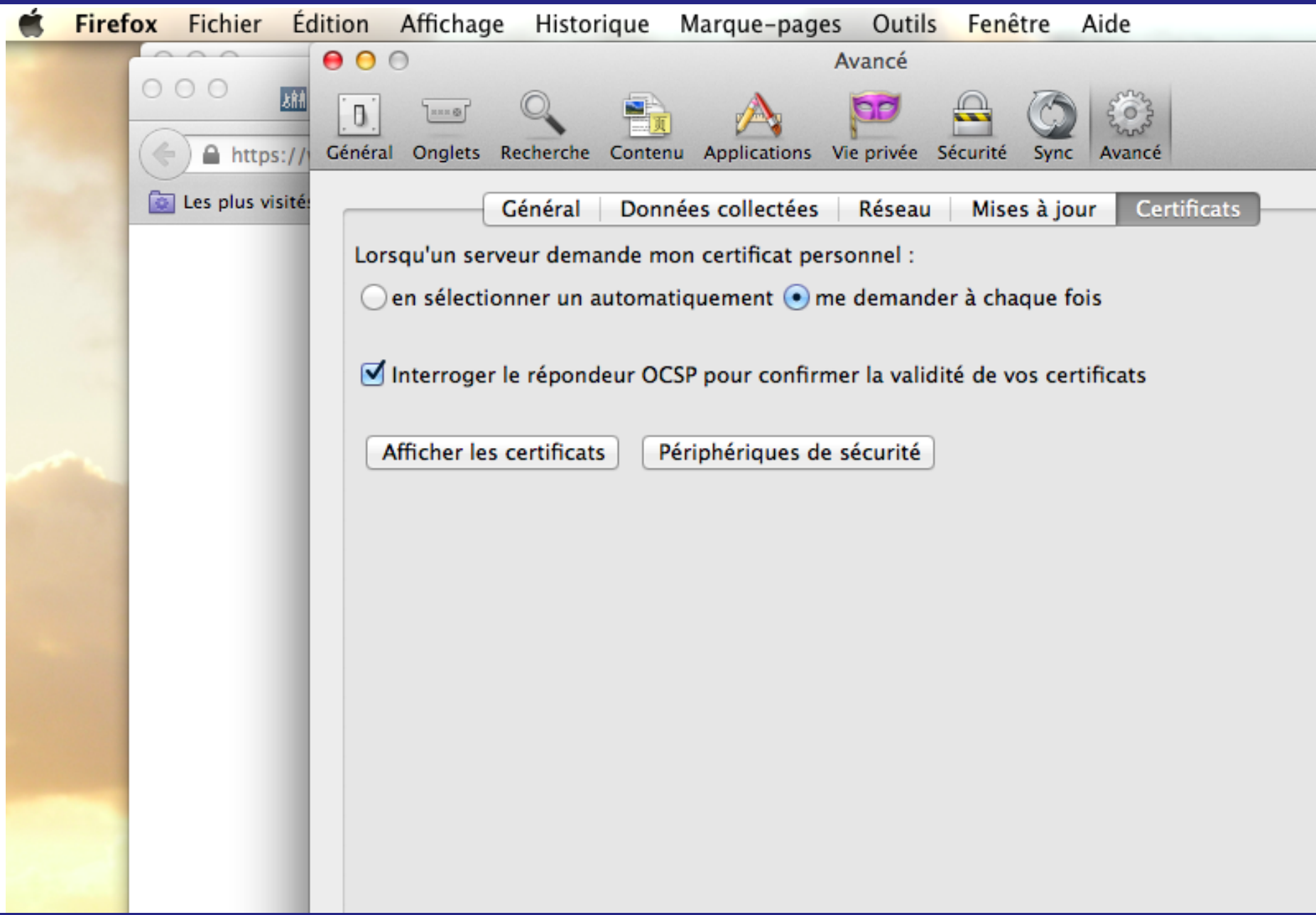
- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$: $4^5 \equiv 9 (\text{mod } 35)$.
- Déchiffrement : $e \cdot 5 \equiv 1 (\text{mod } 24)$, ici $d = 5$.
- On calcule $9^5 \equiv$

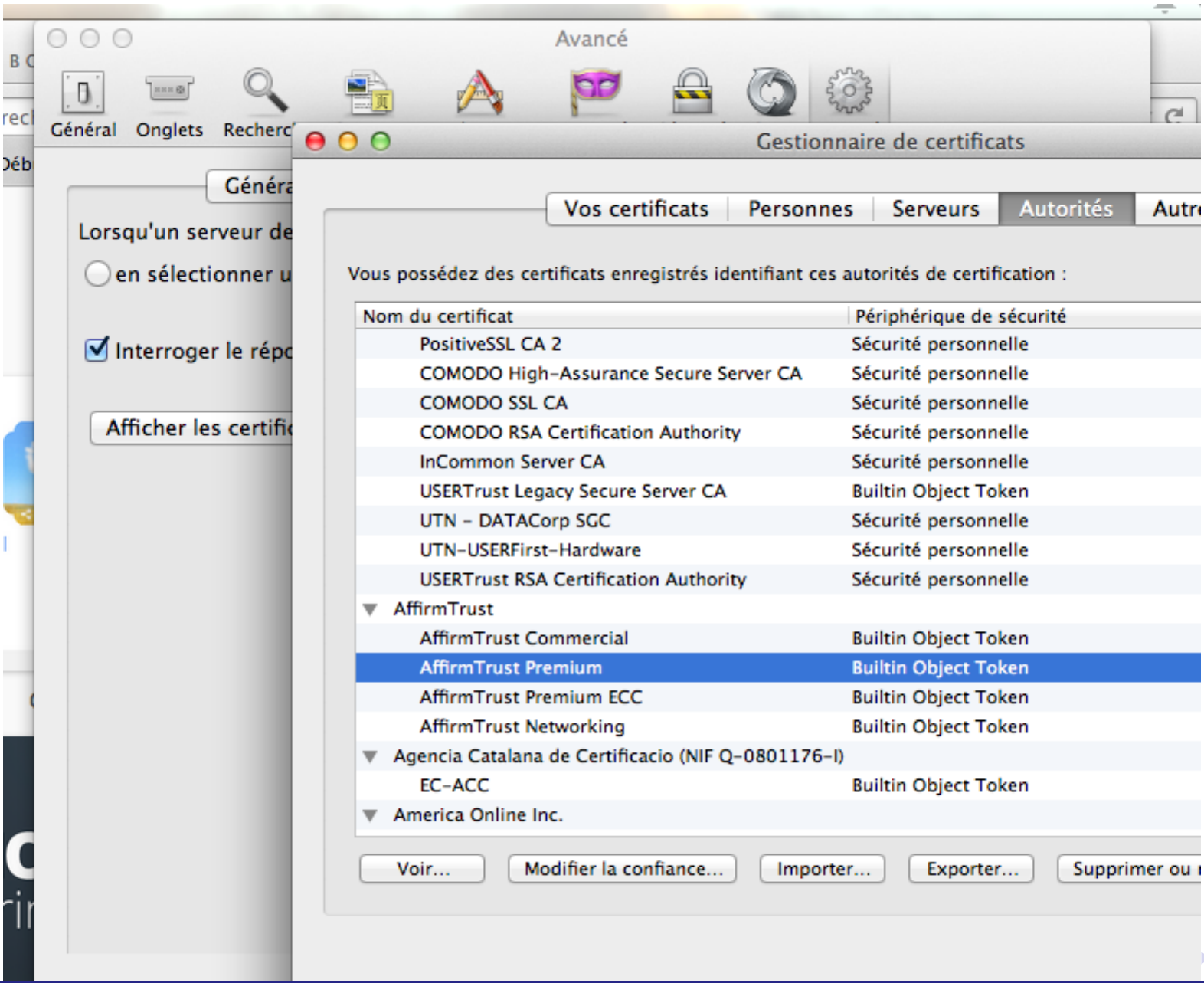
Un exemple

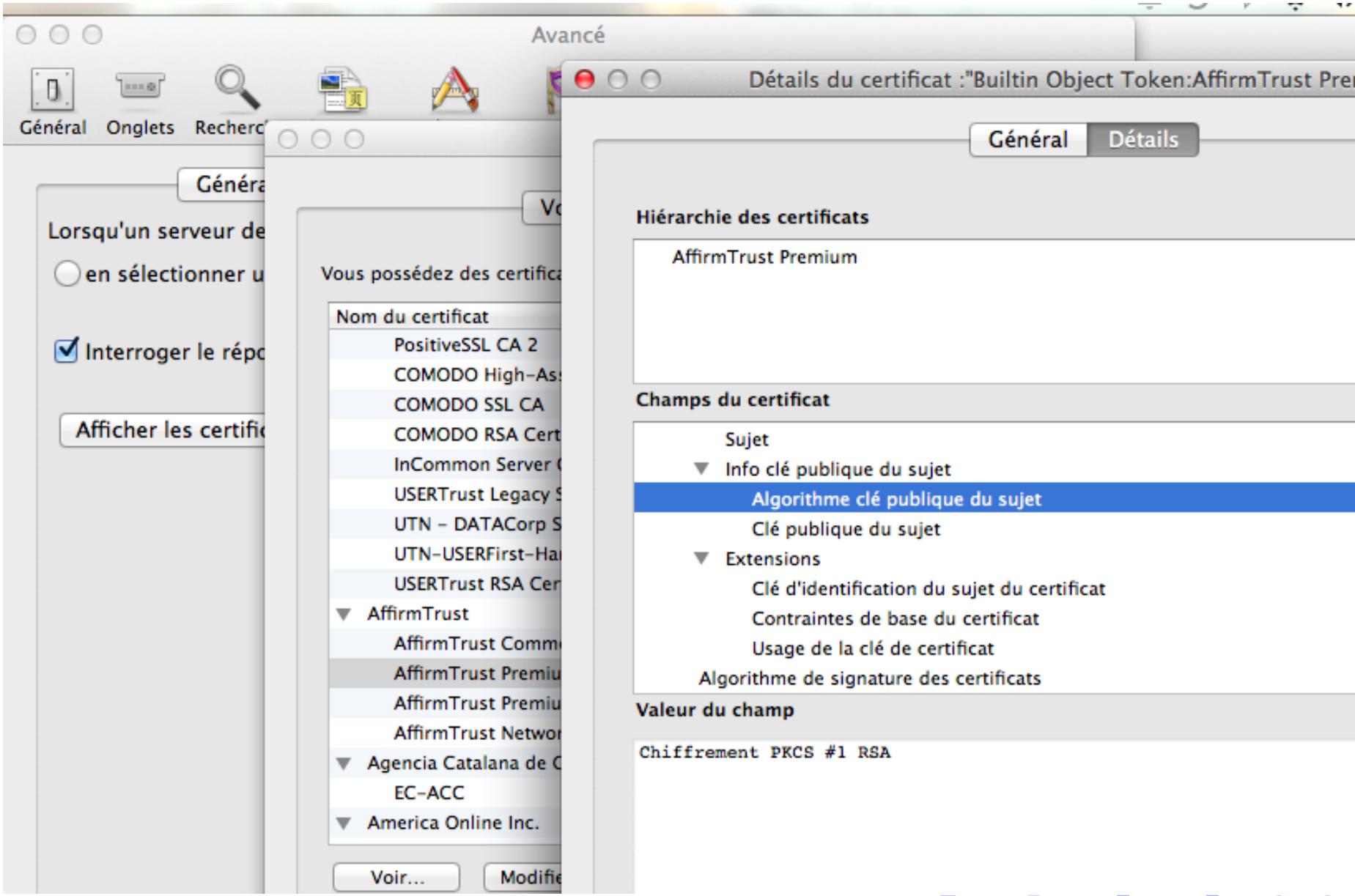
- Le message : la note au BAC (entre $1 = D$ et $4 = A$).
- $p = 5, q = 7, N = 35$, $(p-1)(q-1) = 24$, $e = 5$.
- On chiffre $m = 4$: $4^5 \equiv 9 (\text{mod } 35)$.
- Déchiffrement : $e \cdot 5 \equiv 1 (\text{mod } 24)$, ici $d = 5$.
- On calcule $9^5 \equiv 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3 \equiv (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot 3 \equiv (-6) \cdot (-8) \cdot 3 \equiv -6 \cdot 11 \equiv 4 (\text{mod } 35)$.

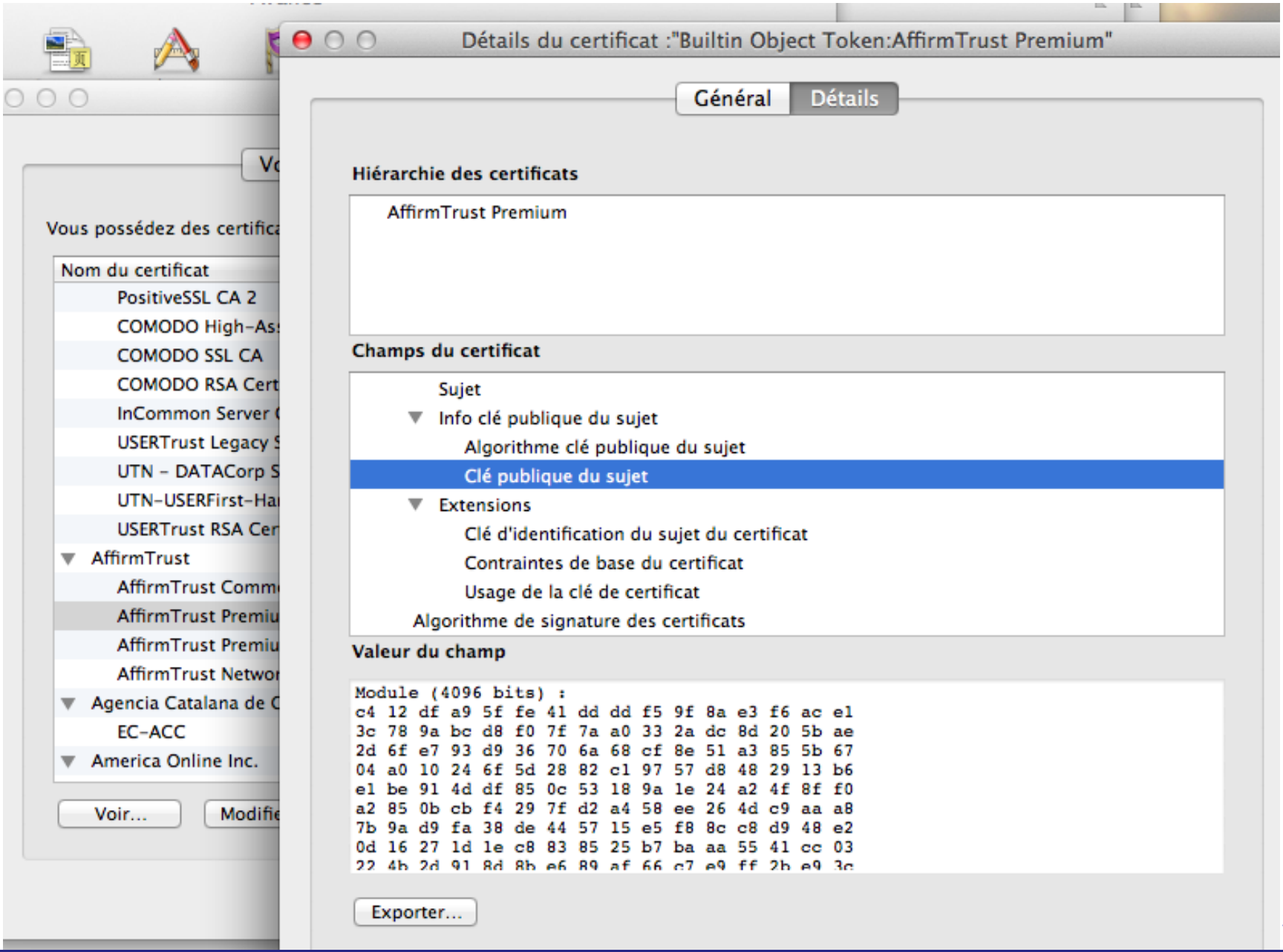
En réalité


Firefox
Fichier
Édition
Affic
À propos de Firefox
Préférences... ⌘,
Services
Masquer Firefox ⌘H
Masquer les autres ⌥⌘H
Tout afficher
Quitter Firefox ⌘Q


Firefox Fichier Édition Affichage Historique Marque-pages Outils Fenêtre Aide
Avancé
Général Onglets Recherche Contenu Applications Vie privée Sécurité Sync Avancé
https://
Les plus visité
Général Données collectées Réseau Mises à jour Certificats
Lorsqu'un serveur demande mon certificat personnel :
en sélectionner un automatiquement
me demander à chaque fois
Interroger le répondeur OCSP pour confirmer la validité de vos certificats
Afficher les certificats
Périphériques de sécurité


Avancé
Général
Onglets
Gestionnaire de certificats
Vos certificats
Personnes
Serveurs
Autorités
Vous possédez des certificats enregistrés identifiant ces autorités de certification :
Nom du certificat
Périphérique de sécurité
PositiveSSL CA 2
Sécurité personnelle
COMODO High-Assurance Secure Server CA
Sécurité personnelle
COMODO SSL CA
Sécurité personnelle
COMODO RSA Certification Authority
Sécurité personnelle
InCommon Server CA
Sécurité personnelle
USERTrust Legacy Secure Server CA
Builtin Object Token
UTN - DATACorp SGC
Sécurité personnelle
UTN-USERFirst-Hardware
Sécurité personnelle
USERTrust RSA Certification Authority
Sécurité personnelle
AffirmTrust
AffirmTrust Commercial
Builtin Object Token
AffirmTrust Premium
Builtin Object Token
AffirmTrust Premium ECC
Builtin Object Token
AffirmTrust Networking
Builtin Object Token
Agencia Catalana de Certificacio (NIF Q-0801176-I)
EC-ACC
Builtin Object Token
America Online Inc.
Voir...
Modifier la confiance...
Importer...
Exporter...
Lorsqu'un serveur de
en sélectionner u
Interroger le répo
Afficher les certifi


Avancé
Général
Onglets
Détails du certificat :"Builtin Object Token:AffirmTrust Pre
Général
Détails
Hiérarchie des certificats
AffirmTrust Premium
Champs du certificat
Sujet
Info clé publique du sujet
Algorithme clé publique du sujet
Clé publique du sujet
Extensions
Clé d'identification du sujet du certificat
Contraintes de base du certificat
Usage de la clé de certificat
Algorithme de signature des certificats
Valeur du champ
Chiffrement PKCS #1 RSA
Lorsqu'un serveur de
en sélectionner u
Interroger le répo
Afficher les certifi
Vous possédez des certifica
Nom du certificat
PositiveSSL CA 2
COMODO High-Ass
COMODO SSL CA
COMODO RSA Cert
InCommon Server
USERTrust Legacy S
UTN - DATACorp S
UTN-USERFirst-Ha
USERTrust RSA Cer
AffirmTrust
AffirmTrust Comm
AffirmTrust Premiu
AffirmTrust Premiu
AffirmTrust Networ
Agencia Catalana de C
EC-ACC
America Online Inc.
Voir...
Modifie


Détails du certificat :"Builtin Object Token:AffirmTrust Premium"
Général
Détails
Hiérarchie des certificats
AffirmTrust Premium
Champs du certificat
Sujet
Info clé publique du sujet
Algorithme clé publique du sujet
Clé publique du sujet
Extensions
Clé d'identification du sujet du certificat
Contraintes de base du certificat
Usage de la clé de certificat
Algorithme de signature des certificats
Valeur du champ
Module (4096 bits) :
c4 12 df a9 5f fe 41 dd dd f5 9f 8a e3 f6 ac e1
3c 78 9a bc d8 f0 7f 7a a0 33 2a dc 8d 20 5b ae
2d 6f e7 93 d9 36 70 6a 68 cf 8e 51 a3 85 5b 67
04 a0 10 24 6f 5d 28 82 c1 97 57 d8 48 29 13 b6
e1 be 91 4d df 85 0c 53 18 9a 1e 24 a2 4f 8f f0
a2 85 0b cb f4 29 7f d2 a4 58 ee 26 4d c9 aa a8
7b 9a d9 fa 38 de 44 57 15 e5 f8 8c c8 d9 48 e2
0d 16 27 1d 1e c8 83 85 25 b7 ba aa 55 41 cc 03
Exporter...
Vous possédez des certifica
Nom du certificat
PositiveSSL CA 2
COMODO High-As
COMODO SSL CA
COMODO RSA Cert
InCommon Server
USERTrust Legacy
UTN - DATACorp S
UTN-USERFirst-Ha
USERTrust RSA Cer
AffirmTrust
AffirmTrust Comm
AffirmTrust Premiu
AffirmTrust Premiu
AffirmTrust Networ
Agencia Catalana de C
EC-ACC
America Online Inc.
Voir...
Modifie

Cryptographie avec les courbes elliptiques

Question : est-ce qu'on peut faire de l'arithmétique avec d'autres objets que les nombres?

Cryptographie avec les courbes elliptiques

Question : est-ce qu'on peut faire de l'arithmétique avec d'autres objets que les nombres?
Oui! On peut additionner les points de certaines courbes (dites elliptiques).

Cryptographie avec les courbes elliptiques

Question : est-ce qu'on peut faire de l'arithmétique avec d'autres objets que les nombres?
Oui! On peut additionner les points de certaines courbes (dites elliptiques).

(N. Koblitz, V. Miller, 1985)

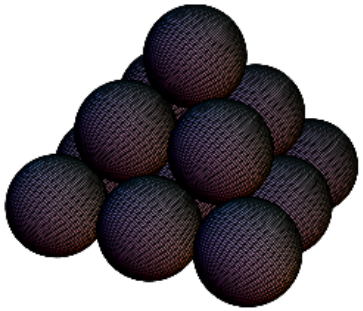
Cryptographie avec les courbes elliptiques

Question : est-ce qu'on peut faire de l'arithmétique avec d'autres objets que les nombres?
Oui! On peut additionner les points de certaines courbes (dites elliptiques).

(N. Koblitz, V. Miller, 1985)
Avantages : plus rapide, nécessite moins de mémoire d'ordinateur.

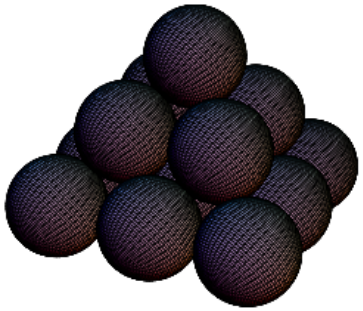
Premier exemple : pyramide

Problème : on a une pyramide de boules...



Premier exemple : pyramide

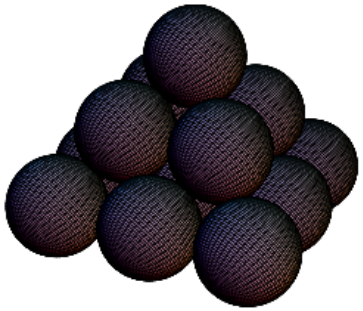
Problème : on a une pyramide de boules...



qui s'écrase...

Premier exemple : pyramide

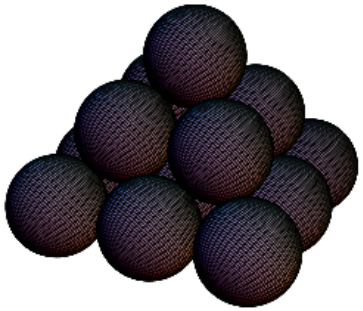
Problème : on a une pyramide de boules...



qui s'écrase...Peut-on arranger les boules dans un carré?

Premier exemple : pyramide

Problème : on a une pyramide de boules...

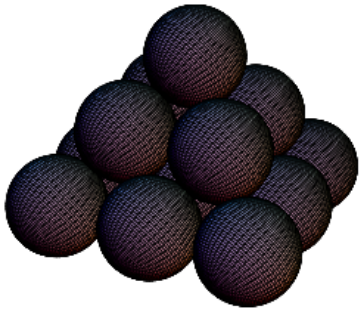


qui s'écrase...Peut-on arranger les boules dans un carré?
Si x est la hauteur de la pyramide et y est la longeur d'un côté du carré, on doit avoir:

$$y^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + x^2 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}.$$

Premier exemple : pyramide

Problème : on a une pyramide de boules...



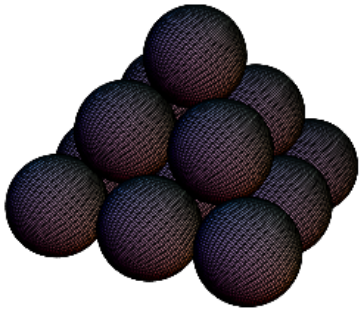
qui s'écrase...Peut-on arranger les boules dans un carré?
Si x est la hauteur de la pyramide et y est la longeur d'un côté du carré, on doit avoir:

$$y^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + x^2 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}.$$

Les seuls solutions entières sont $(1, 1)$ et

Premier exemple : pyramide

Problème : on a une pyramide de boules...



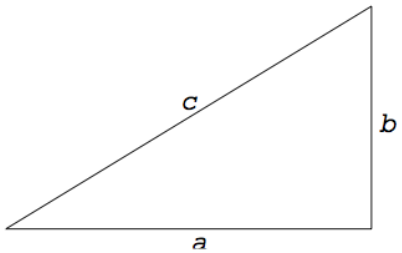
qui s'écrase...Peut-on arranger les boules dans un carré?
Si x est la hauteur de la pyramide et y est la longeur d'un côté du carré, on doit avoir:

$$y^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + x^2 = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}.$$

Les seuls solutions entières sont $(1, 1)$ et $(24, 70)$.

Deuxième exemple : triangle

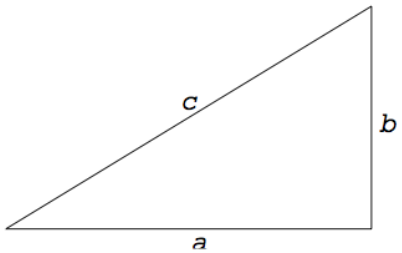
Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



dont tous les côtés sont des nombres rationnels.

Deuxième exemple : triangle

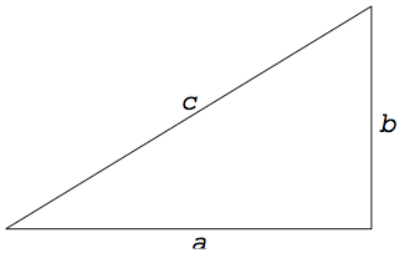
Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



dont tous les côtés sont des nombres rationnels.
On appelle un tel entier n un nombre **congruent**.

Deuxième exemple : triangle

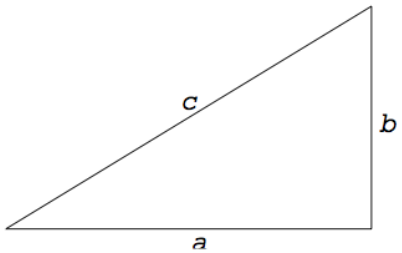
Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



dont tous les côtés sont des nombres rationnels.
On appelle un tel entier n un nombre **congruent**.
Exemple : $a = \frac{20}{3}, b = \frac{3}{2}, c = \frac{41}{6}$ et $n = 5$.

Deuxième exemple : triangle

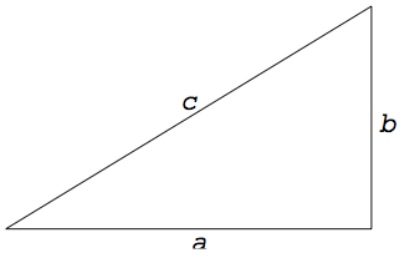
Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



dont tous les côtés sont des nombres rationnels.
On appelle un tel entier n un nombre **congruent**.
Exemple : $a = \frac{20}{3}, b = \frac{3}{2}, c = \frac{41}{6}$ et $n = 5$.
Fait: n est congruent si et seulement si l'équation $y^2 = x^3 - n^2 x$ admet d'autres solutions rationnelles que

Deuxième exemple : triangle

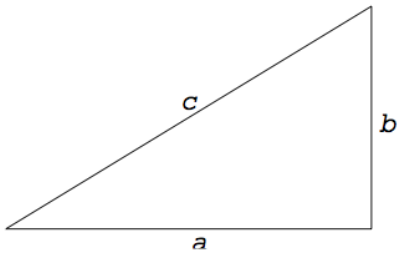
Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



dont tous les côtés sont des nombres rationnels.
On appelle un tel entier n un nombre **congruent**.
Exemple : $a = \frac{20}{3}, b = \frac{3}{2}, c = \frac{41}{6}$ et $n = 5$.
Fait: n est congruent si et seulement si l'équation $y^2 = x^3 - n^2 x$ admet d'autres solutions rationnelles que $(0, 0), (n, 0), (-n, 0)$.

Deuxième exemple : triangle

Problème : trouver tous les entiers n tels qu'il existe un triangle rectangle d'aire n



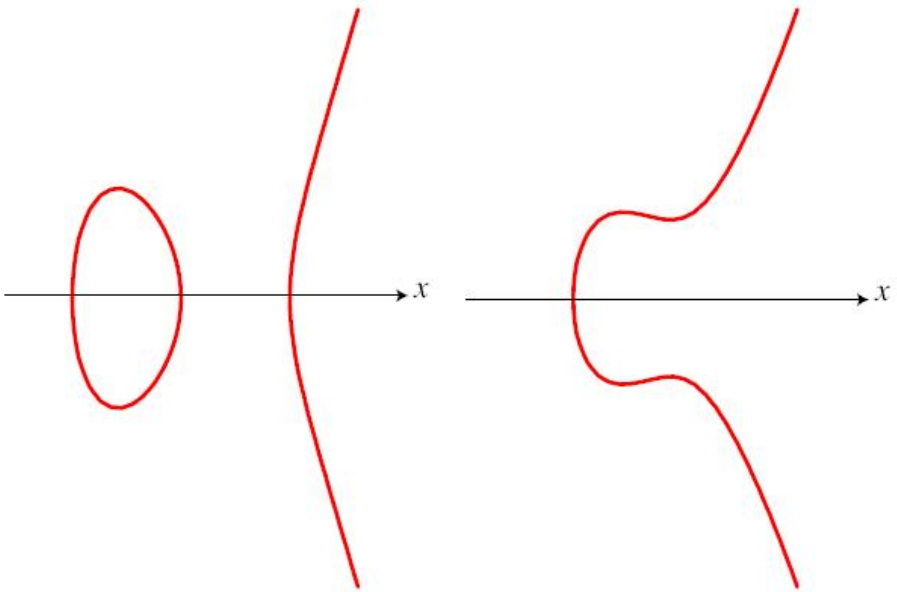
dont tous les côtés sont des nombres rationnels.
On appelle un tel entier n un nombre **congruent**.
Exemple : $a = \frac{20}{3}, b = \frac{3}{2}, c = \frac{41}{6}$ et $n = 5$.
Fait: n est congruent si et seulement si l'équation $y^2 = x^3 - n^2x$ admet d'autres solutions rationnelles que $(0,0), (n,0), (-n,0)$.
Conjecturalement, c'est le cas pour $n \equiv 5, 6$ ou $7 (\text{mod } 8)$.

Courbes elliptiques

Une **courbe elliptique** est une courbe plane donnée par une équation

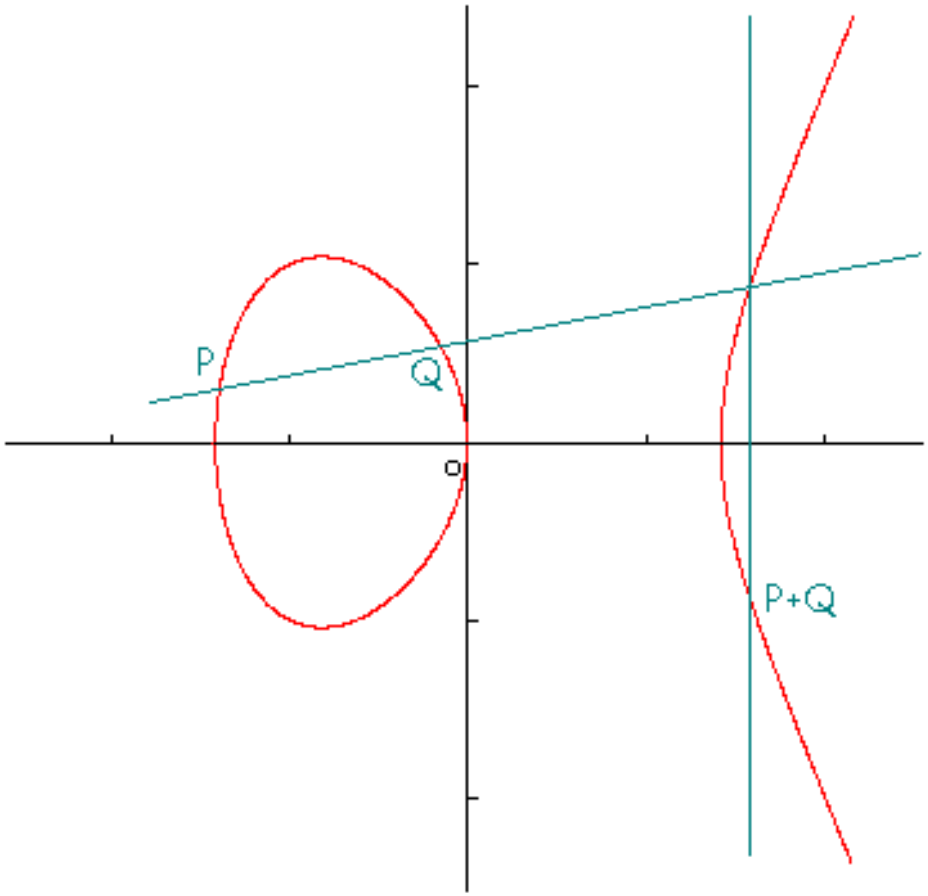
$$E : y^2 = x^3 + ax + b$$

où a, b sont des nombres entiers (ou rationnels), $4a^3 + 27b^2 \neq 0$:



$y^2 = x^3 - 7x$ $\qquad$ $y^2 = x^3 - x + 5$

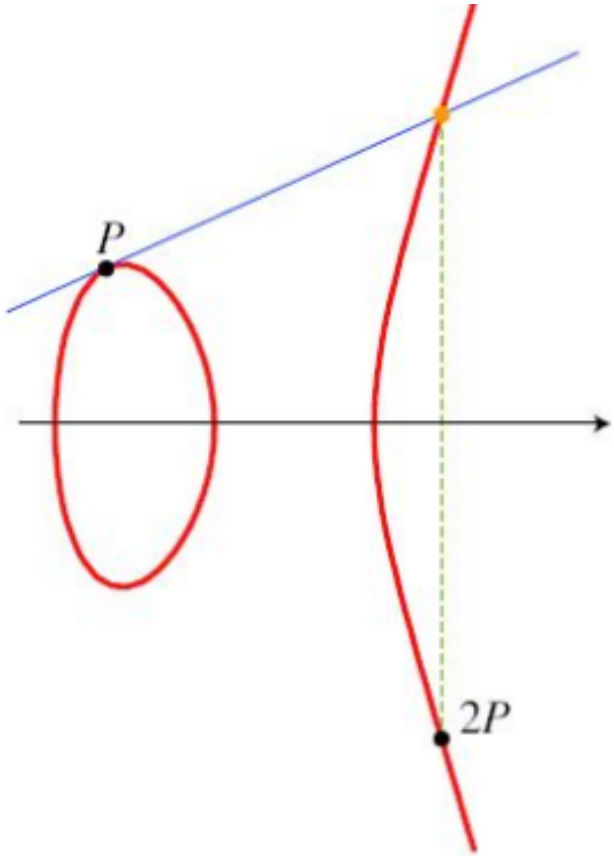
La somme des points



Courbe elliptique et opération sur cette courbe

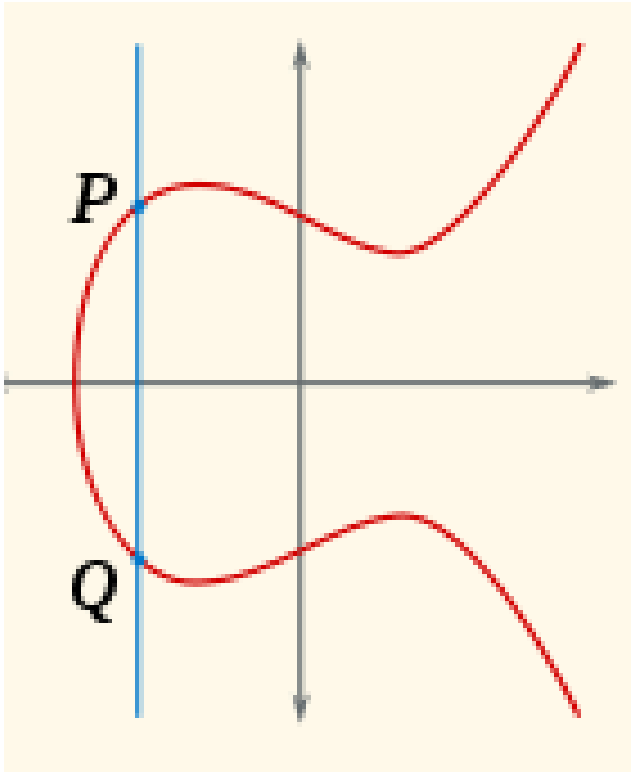
Si P, Q sont deux points de E, la droite qui les joint intersecte E en troisième point R. La somme $P + Q$ et le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.

Si $P = Q$...



On prend la droite tangente.

Le point à l'infiini



On dit que la droite qui joint P et Q intersecte E «à l'infini». La somme $P + Q$ est alors le point «à l'infini» O_E.

Et modulo p

- On prend p un nombre premier et a, b des nombres entiers tels que p ne divise pas $4a^3 + 27b^2$.

Et modulo p

- On prend p un nombre premier et a, b des nombres entiers tels que p ne divise pas $4a^3 + 27b^2$.
- Un **point «modulo p»** est donné par x, y avec

$$y^2 - (x^3 + ax + b) \equiv 0 (\text{mod } p), 0 \leq x < p, 0 \leq y < p.$$

Et modulo p

- On prend p un nombre premier et a, b des nombres entiers tels que p ne divise pas $4a^3 + 27b^2$.
- Un **point «modulo p»** est donné par x, y avec

$$y^2 - (x^3 + ax + b) \equiv 0 (\text{mod } p), 0 \leq x < p, 0 \leq y < p.$$

- On peut aussi faire la somme des points «modulo p».

Et modulo p

- On prend p un nombre premier et a, b des nombres entiers tels que p ne divise pas $4a^3 + 27b^2$.
- Un **point «modulo p»** est donné par x, y avec

$$y^2 - (x^3 + ax + b) \equiv 0 (\text{mod } p), 0 \leq x < p, 0 \leq y < p.$$

- On peut aussi faire la somme des points «modulo p».

Exemple

- $p = 5$, $E : y^2 = x^3 - x + 1$;

Exemple

- $p = 5$, $E : y^2 = x^3 - x + 1$;
- $P = (1, 1)$, $Q = (-2, 0)$

Exemple

- $p = 5$, $E : y^2 = x^3 - x + 1$;
- $P = (1, 1)$, $Q = (-2, 0)$.
- La droite qui joint P et Q : $y = 2(x + 2)$ (pour $x = 1$ on a $2 \cdot 3 = 6 \equiv 1 \pmod 5$).
- Le troisième point d'intersection : $4(x + 2)^2 = x^3 - x + 1$, on trouve

Exemple

- $p = 5$, $E : y^2 = x^3 - x + 1$;
- $P = (1, 1)$, $Q = (-2, 0)$.
- La droite qui joint P et Q : $y = 2(x + 2)$ (pour $x = 1$ on a $2 \cdot 3 = 6 \equiv 1 \pmod 5$).
- Le troisième point d'intersection : $4(x + 2)^2 = x^3 - x + 1$, on trouve $x = 0$, $y = 1$.
- $P + Q =$

Exemple

- $p = 5$, $E : y^2 = x^3 - x + 1$;
- $P = (1, 1)$, $Q = (-2, 0)$.
- La droite qui joint P et Q : $y = 2(x + 2)$ (pour $x = 1$ on a $2 \cdot 3 = 6 \equiv 1 \pmod 5$).
- Le troisième point d'intersection : $4(x + 2)^2 = x^3 - x + 1$, on trouve $x = 0$, $y = 1$.
- $P + Q = (0, -1)$.

Un avantage

- Le nombre N des points de E modulo p vérifie :

$$p + 1 - 2\sqrt{p} < N < p + 1 + 2\sqrt{p}$$

(c'est le théorème de Hasse)
et varie si l'on change la courbe E.

- Quand on fait l'arithmétique «modulo pq» (comme dans le système RSA), le nombre d'entiers (restes modulo pq) est fixe! On a plus de flexibilité avec les courbes elliptiques.

Exemple: système ElGamal avec les courbes elliptiques

- On choit p un premier, E une courbe elliptique $y^2 = x^3 + ax + b$ et un point P de E (modulo p).

Exemple: système ElGamal avec les courbes elliptiques

- On choit p un premier, E une courbe elliptique $y^2 = x^3 + ax + b$ et un point P de E (modulo p).
- Bob choisit sa clé privée s et calcule modulo p la somme $B = sP = P + P + .. + P$ (s fois).

- Les données publiques sont p, E, P, B, la clé privée est s.

- Les données publiques sont p, E, P, B, la clé privée est s.
- Alice représente son «message» comme un point M de E.

- Les données publiques sont p, E, P, B, la clé privée est s.
- Alice représente son «message» comme un point M de E.
- Chiffrement : Alice choisit un entier k et calcule $Q = kP, R = M + kB$.

- Les données publiques sont p, E, P, B, la clé privée est s.
- Alice représente son «message» comme un point M de E.
- Chiffrement : Alice choisit un entier k et calcule $Q = kP, R = M + kB$.
- Déchiffrement $R - sQ$.

- Les données publiques sont p, E, P, B, la clé privée est s.
- Alice représente son «message» comme un point M de E.
- Chiffrement : Alice choisit un entier k et calcule $Q = kP, R = M + kB$.
- Déchiffrement $R - sQ$.
- Ça marche!

$$R - sQ = M + kB - s(kP) = M + k(sP) - ksP = M + ksP - ksP = M.$$

Récapitulatif

Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.

Récapitulatif

Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.
Données publiques p, E, P, B.

Récapitulatif

Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.
Données publiques p, E, P, B. **Clé privée de Bob :** s.

Récapitulatif

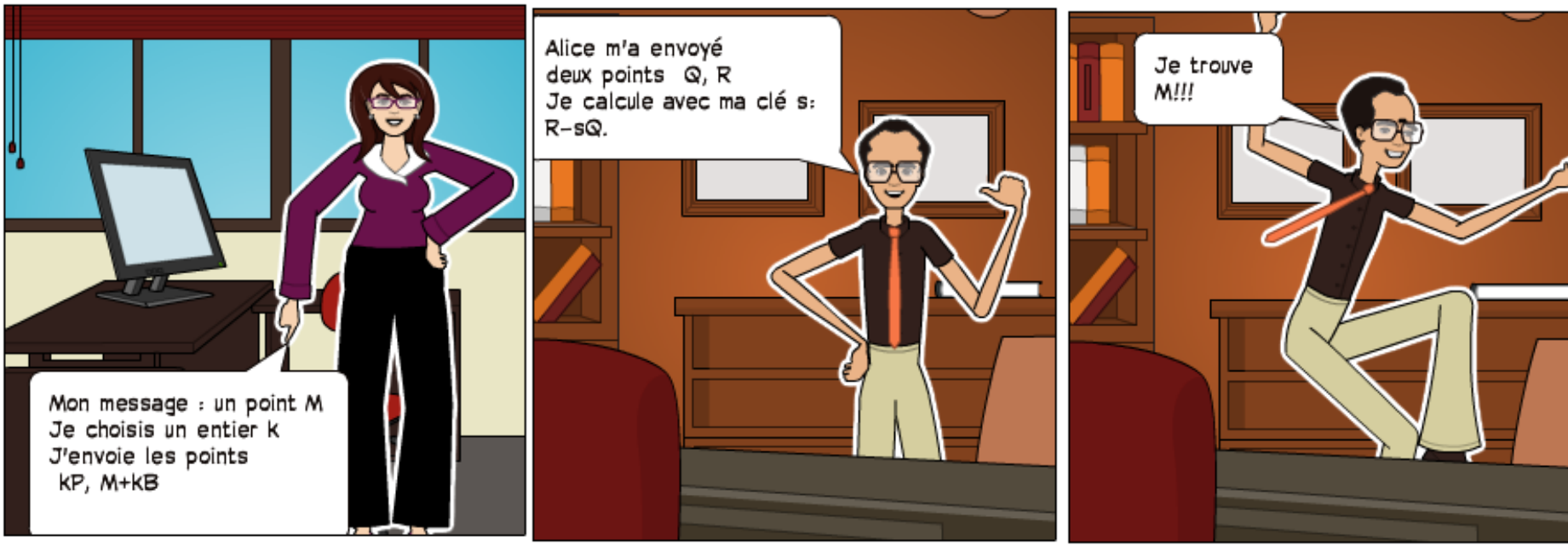
Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.
Données publiques p, E, P, B. **Clé privée de Bob :** s.

Récapitulatif

Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.
Données publiques p, E, P, B. **Clé privée de Bob :** s.

Récapitulatif

Paramètres : p un nombre premier, E une courbe elliptique.
Données publiques p, E, P, B. **Clé privée de Bob :** s.



La sécurité du système

La sécurité du système

- On connait P, B (modulo N), comment trouver s tel que $P = sB$ (problème de **logarithme discret**)?

La sécurité du système

- On connait P, B (modulo N), comment trouver s tel que $P = sB$ (problème de **logarithme discret**)?C'est un problème très difficile techniquement!!!

Problème de factorisation

- On dispose d'un entier N. **Problème :** trouver un (ou des) facteurs de N.

Problème de factorisation

- On dispose d'un entier N. **Problème :** trouver un (ou des) facteurs de N.
- Rappel : dans l'algorithme RSA on a $N = pq$. Si l'on peut trouver p et q, alors il est facile de déterminer la clé privée.

Méthodes élémentaires

- Tester tous les entiers $2 \leq d \leq \sqrt{N}$...

Méthodes élémentaires

- Tester tous les entiers $2 \leq d \leq \sqrt{N}$...
- Rappel (petit théorème de Fermat) : si p est premier, alors p divise $a^{p-1} - 1$,

Méthodes élémentaires

- Tester tous les entiers $2 \leq d \leq \sqrt{N}$...
- Rappel (petit théorème de Fermat) : si p est premier, alors p divise $a^{p-1} - 1$, plus généralement, p divise $a^{(p-1)m} - 1$ pour tout entier m.

Méthodes élémentaires

- Tester tous les entiers $2 \leq d \leq \sqrt{N}$...
- Rappel (petit théorème de Fermat) : si p est premier, alors p divise $a^{p-1} - 1$, plus généralement, p divise $a^{(p-1)m} - 1$ pour tout entier m.
  Conséquence : si $p|N$, alors on peut trouver p comme diviseur commun de N et $a^{(p-1)m} - 1$

Méthodes élémentaires

- Tester tous les entiers $2 \leq d \leq \sqrt{N}$...
- Rappel (petit théorème de Fermat) : si p est premier, alors p divise $a^{p-1} - 1$, plus généralement, p divise $a^{(p-1)m} - 1$ pour tout entier m.
  Conséquence : si $p|N$, alors on peut trouver p comme diviseur commun de N et $a^{(p-1)m} - 1$ (il est «facile» de calculer les diviseurs communs).

- **Une difficulté :** on ne connait pas p, comment trouver $(p-1)m$?

- **Une difficulté :** on ne connait pas p, comment trouver $(p-1)m$?
- Réponse : on espère que les facteurs premiers de $p-1$ ne sont pas trop grands, on a alors $(p-1)|B!$ où

$$B! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \cdot (B-1) \cdot B.$$

pour un entier B (pas trop grand) i.e. $(p-1)m = B!$

- **Une difficulté :** on ne connait pas p, comment trouver $(p-1)m$?
- Réponse : on espère que les facteurs premiers de $p-1$ ne sont pas trop grands, on a alors $(p-1)|B!$ où

$$B! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \cdot (B-1) \cdot B.$$

pour un entier B (pas trop grand) i.e. $(p-1)m = B!$

- Exemple : $p = 19, p-1 = 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, on a donc

$$p-1|6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6.$$

Algorithme $p-1$ de Pollard

- On fixe un très grand entier M et a tel que $a < N$. On calcule, pour tout $i = 1, 2, 3, \ldots M$:

$$b = a^{i!} - 1 \bmod N$$

Algorithme $p-1$ de Pollard

- On fixe un très grand entier M et a tel que $a < N$. On calcule, pour tout $i = 1, 2, 3, \ldots M$:

$$b = a^{i!} - 1 \bmod N$$

- et on cherche des diviseurs communs de b et N.

Algorithme $p-1$ de Pollard

- On fixe un très grand entier M et a tel que $a < N$. On calcule, pour tout $i = 1, 2, 3, \ldots M$:

$$b = a^{i!} - 1 \bmod N$$

- et on cherche des diviseurs communs de b et N.

Avec les courbes elliptiques

- L'algorithme **ECM** ("Elliptic Curve Method") a été introduit par H. Lenstra dans les années 1980 et développé par R. Brent, P. Montgomery et autres.

Avec les courbes elliptiques

- L'algorithme **ECM** ("Elliptic Curve Method") a été introduit par H. Lenstra dans les années 1980 et développé par R. Brent, P. Montgomery et autres.
- Un des derniers facteurs trouvés : le facteur suivant de $12^{284} + 1$

Avec les courbes elliptiques

- L'algorithme **ECM** ("Elliptic Curve Method") a été introduit par H. Lenstra dans les années 1980 et développé par R. Brent, P. Montgomery et autres.
- Un des derniers facteurs trouvés : le facteur suivant de $12^{284}+1$

$$2672119453197384895476777235111415220308357720681394314948487562862330947 3$$

(B. Dodson, 26 Octobre 2014.)

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.
- Exemple : $y^2 = x^3 - 8x + 1$,

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.
- Exemple : $y^2 = x^3 - 8x + 1$, $P : x = 0, y = 1$, $Q : x = 3, y = 2$. La droite L :

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.
- Exemple : $y^2 = x^3 - 8x + 1$, $P : x = 0, y = 1$, $Q : x = 3, y = 2$. La droite $L : y = \frac{1}{3}x + 1$...

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.
- Exemple : $y^2 = x^3 - 8x + 1$, $P : x = 0, y = 1$, $Q : x = 3, y = 2$. La droite $L : y = \frac{1}{3}x + 1$...
  Observation : on doit inverser 3!

- Rappel : si E est une courbe elliptique, et si P, Q sont deux points de E, pour trouver le point $P + Q$, il faut
  1. trouver l'équation de la droite L qui joint P et Q,
  2. trouver le troisième point d'intersection R de L et E,
  3. trouver le point symétrique à R par rapport à l'axe des abscisses.
- Exemple : $y^2 = x^3 - 8x + 1$, $P : x = 0, y = 1$, $Q : x = 3, y = 2$. La droite $L : y = \frac{1}{3}x + 1$...
  Observation : on doit inverser 3!
- Utilisation : si l'on regarde une courbe elliptique «modulo» N, on peut trouver les diviseurs de N parmi les dénominateurs.

ECM

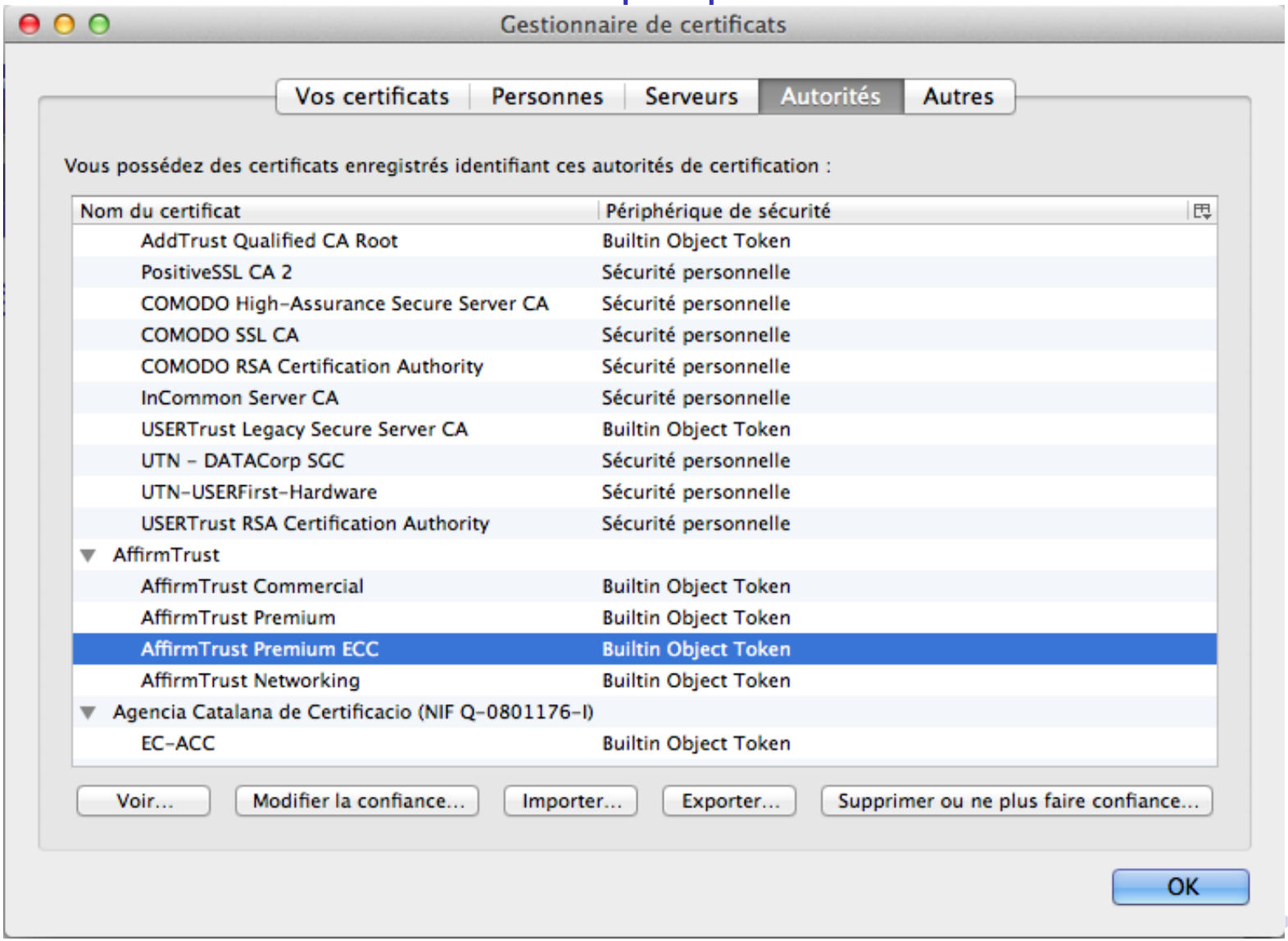
ECM

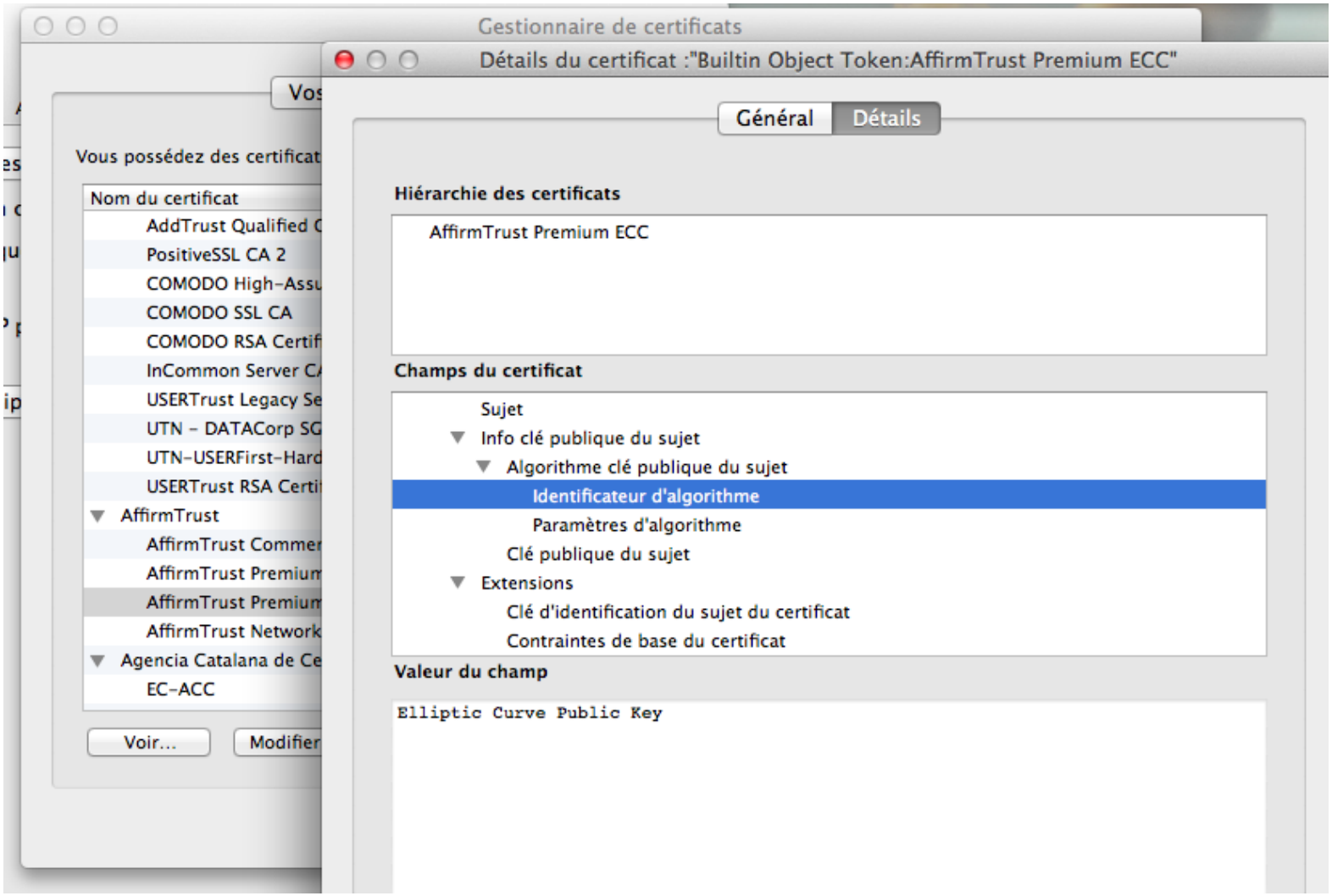
- On prend une courbe elliptique E et un point P de E.
- On fixe un très grand entier M. On calcule modulo N, pour tout $i = 1, 2, 3, \ldots M$: $i!P = P + P + \ldots + P (i!$ fois).

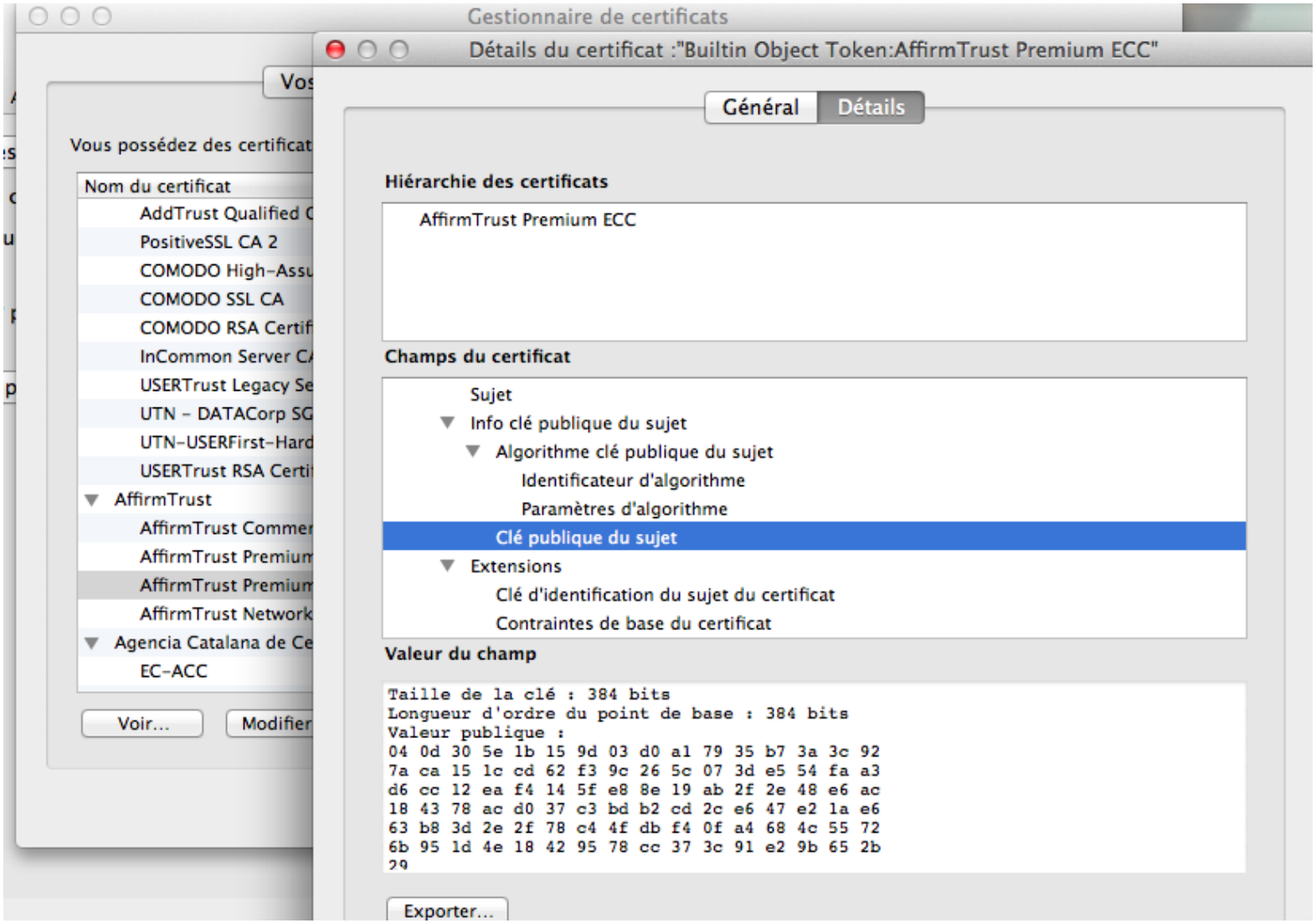
ECM

- On prend une courbe elliptique E et un point P de E.
- On fixe un très grand entier M. On calcule modulo N, pour tout $i = 1, 2, 3, \ldots M$: $i!P = P + P + \ldots + P(i!$ fois).
- On trouve des diviseurs communs de N quand on n'arrive pas à effectuer une division.

Réalité avec les courbes elliptiques




Gestionnaire de certificats
Vos
Vous possédez des certificat
Nom du certificat
AddTrust Qualified C
PositiveSSL CA 2
COMODO High-Assu
COMODO SSL CA
COMODO RSA Certif
InCommon Server CA
USERTrust Legacy Se
UTN - DATACorp SG
UTN-USERFirst-Hard
USERTrust RSA Certi
AffirmTrust
AffirmTrust Commer
AffirmTrust Premium
AffirmTrust Premium
AffirmTrust Network
Agencia Catalana de Ce
EC-ACC
Voir...
Modifier
Détails du certificat :"Builtin Object Token:AffirmTrust Premium ECC"
Général
Détails
Hiérarchie des certificats
AffirmTrust Premium ECC
Champs du certificat
Sujet
Info clé publique du sujet
Algorithme clé publique du sujet
Identificateur d'algorithme
Paramètres d'algorithme
Clé publique du sujet
Extensions
Clé d'identification du sujet du certificat
Contraintes de base du certificat
Valeur du champ
Elliptic Curve Public Key


Gestionnaire de certificats
Vos
Vous possédez des certificat
Nom du certificat
AddTrust Qualified C
PositiveSSL CA 2
COMODO High-Assu
COMODO SSL CA
COMODO RSA Certif
InCommon Server CA
USERTrust Legacy Se
UTN - DATACorp SG
UTN-USERFirst-Hard
USERTrust RSA Certi
AffirmTrust
AffirmTrust Commer
AffirmTrust Premium
AffirmTrust Premium
AffirmTrust Network
Agencia Catalana de Ce
EC-ACC
Voir...
Modifier
Détails du certificat :"Builtin Object Token:AffirmTrust Premium ECC"
Général
Détails
Hiérarchie des certificats
AffirmTrust Premium ECC
Champs du certificat
Sujet
Info clé publique du sujet
Algorithme clé publique du sujet
Identificateur d'algorithme
Paramètres d'algorithme
Clé publique du sujet
Extensions
Clé d'identification du sujet du certificat
Contraintes de base du certificat
Valeur du champ
Taille de la clé : 384 bits
Longueur d'ordre du point de base : 384 bits
Valeur publique :
04 0d 30 5e 1b 15 9d 03 d0 a1 79 35 b7 3a 3c 92
7a ca 15 1c cd 62 f3 9c 26 5c 07 3d e5 54 fa a3
d6 cc 12 ea f4 14 5f e8 8e 19 ab 2f 2e 48 e6 ac
18 43 78 ac d0 37 c3 bd b2 cd 2c e6 47 e2 1a e6
63 b8 3d 2e 2f 78 c4 4f db f4 0f a4 68 4c 55 72
6b 95 1d 4e 18 42 95 78 cc 37 3c 91 e2 9b 65 2b
29
Exporter...


NSA Suite B Cryptography ...
https://www.nsa.gov/ia/programs/suiteb_cryptography/
Rechercher
Les plus visités
Débuter avec Fire...
Apple
Disney
Les Echos
Yahoo!
YouTube
Lesson 1: Home ...
France Info – direct
Graduate Studies ...
NATIONAL SECURITY AGENCY
CENTRAL SECURITY SERVICE
Defending Our Nation. Securing The Future.
HOME
ABOUT NSA
ACADEMIA
BUSINESS
CAREERS
INFORMATION ASSURANCE
RESEARCH
PUBLIC INFORMATION
CIVIL LIBERTIES
Information Assurance
About IA at NSA
IA Client and Partner Support
IA News
IA Events
IA Mitigation Guidance
IA Academic Outreach
IA Business and Research
IA Programs
Commercial Solutions for Classified Program
Global Information Grid
High Assurance Platform
Home > Information Assurance > Programs > NSA Suite B Cryptography
SEARCH
Suite B Cryptography
Suite B cryptographic algorithms are specified by the National Institute of Standards and Technology (NIST) and are used by NSA's Information Assurance Directorate in solutions approved for protecting National Security Systems (NSS). Suite B includes cryptographic algorithms for encryption, key exchange, digital signature, and hashing.
Algorithm
Function
Specification
Parameters
Advanced Encryption Standard (AES)
Encryption
FIPS Pub 197
128 bit keys for SECRET
256 bit keys for TOP SECRET

Merci de votre attention![1]

[1] Je remercie Benjamin Smith et François Morain pour des références sur l'utilisation des courbes elliptiques