

## Le nombre $i$

Les ensembles des entiers relatifs, des nombres rationnels, des nombres réels peuvent être construits comme extensions successives de l'ensemble des entiers naturels, chaque extension répondant à une nécessité de corriger certaines insuffisances de l'ensemble de nombres précédent. Ce processus continue : en effet, l'ensemble des nombres réels présente une insuffisance du point de vue algébrique : l'équation  $x^2 = -1$  n'a pas de solution dans l'ensemble des nombres réels.

On va donc construire l'ensemble des nombres complexes de façon formelle : on introduit un nombre que l'on note  $i$ , que l'on dit imaginaire, tel que :  $i^2 = -1$ .

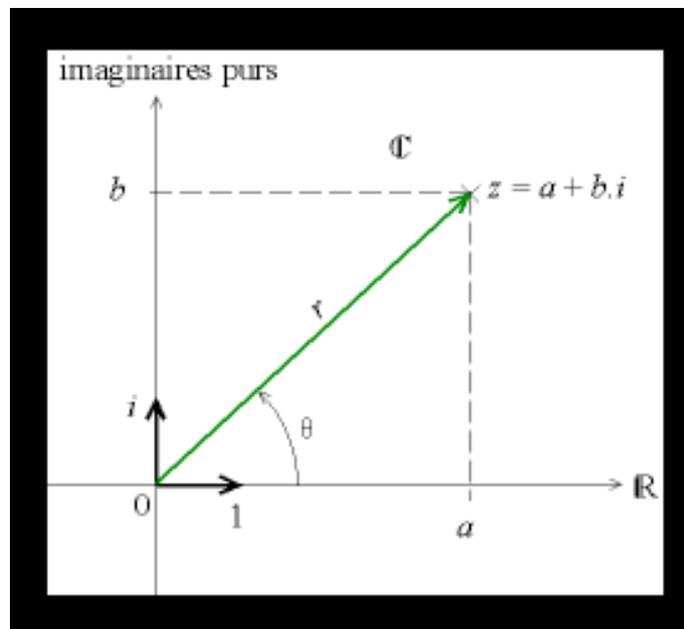
On définit l'ensemble des nombres complexes, que l'on note  $\mathbb{C}$  par :

$\mathbb{C}$  est l'ensemble de tous les nombres de la forme  $x + iy$ ,  $x$  et  $y$  étant des nombres réels et l'on prolonge les opérations définies sur l'ensemble des réels à l'ensemble des nombres complexes.

L'histoire des nombres complexes débute au 16<sup>ème</sup> siècle avec le mathématicien, philosophe, astrologue, médecin italien Cardan, lorsqu'il a introduit dans l'un de ses écrits la racine carrée d'un nombre négatif.

Jusqu'au 19<sup>ème</sup> siècle, les nombres complexes ont suscité de la méfiance. Ces réticences se sont évanouies lorsque l'on a introduit les nombres complexes de façon géométrique.

Les réels se représentent sur un droite, les points du plan vont représenter les nombres complexes : à tout complexe correspond un et un seul point du plan, réciproquement à tout point du plan on fait correspondre un et un seul nombre complexe.



Conclusion de Sylvie et Blandine : les nombres  $\pi$ ,  $i$ ,  $e$  amenés à l'éveil des hommes par des voies variées sont liés entre eux par la jolie relation établie par Euler :

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad !$$