

# Comment Aristarque de Samos mesurait les distances de la lune et du soleil

François Dubois <sup>1</sup>

**Kafemath, café des Sciences**  
**Bar librairie "l'entropie", 27 rue Bernadotte à Pau**  
**mercredi 26 novembre 2014**

---

<sup>1</sup> CNAM Paris et Univ. Paris Sud, Orsay.

# Kafemath

La première séance a eu lieu jeudi 4 octobre 2004



**MAM'BIA**

Restaurant – Bar des Îles du Cap Vert  
Musique & culture afro-lusophones

Au restaurant “Le Mam’Bia”, bar restaurant des îles du Cap Vert  
9bis, cour des petites écuries, Paris 10<sup>ième</sup>

Avec la présence d’Antonino, Arlette, Carole, Cristina,  
Jean-Claude, Fernanda, Teofilo, Thomas,...

Sujet : “Nombres entiers ; addition et multiplication”

<http://kafemath.fr/2004-2005/0410-04oct/kfm-04oct04.html>

# Première affiche en mars 2005

KAFÉMATH

## le "café mathématique" du Mam'Bia

Premier lundi de chaque mois,  
à 20 heures ou 21 heures...

Participation aux frais : 5 Euros.

Les mathématiques sont un élément fondamental de notre culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des ghettos de spécialistes ! Tout en restant à un niveau très "élémentaire", au kafémath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On en rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble. Et il n'est même pas nécessaire d'être bachelier pour devenir co-animateur !

Prochaine séance : **7 mars à 20 heures**

*Le nombre d'or*

avec *Arlette Pesty*

**Thèmes déjà traités :**

nombres entiers ; addition et multiplication	4 octobre 2004
Ah ces fractions !	8 novembre 2004
Permutation grivoises	6 décembre 2004
Rallye mathématique	10 janvier 2005
0,999... est-il égal à 1 ?	7 février 2005

# “Le petit Nicolas en thèse” à partir d’avril 2007...

Premier jeudi de chaque mois

KAFÉMATH



Théorème 1 - On a l'inégalité

$$\sum_{n \leq K} \frac{K+1(K_n-1)}{K^2} \log \left( \frac{K+1}{K} \right) + \frac{K-1}{K^2} \sum_{n \leq K} \sum_{d|n} |\log n| \leq \log \frac{K}{2}$$

$$\leq \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{2D}{K} \sum_{n \leq K} h(n) + \frac{D}{K} \left(1 + \frac{K^2}{2D}\right) \log \frac{K}{2}$$

## “CAFÉ MATHÉMATIQUE” CHEZ CÉLESTE

jeudi 05 avril à 20 heures 30

“le calendrier”

$$M(X) \leq H^{m+1} \exp\{c_m p^{m+1} (\log^m p)^{m+1} |D_m|^{m+1}/x\}$$

$$|N_{K,r}(O_n) H^{m+1} A^{m+1} (\log |A D_n N_{K,r}(O_n)|)^{m+1}/x\}$$



Les mathématiques sont un élément fondamental de notre culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des ghettos de spécialistes ! Tout en restant ouvert à tous, au kafémath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble. Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur !

Séance suivante en mai 2007 ...

“Chez Céleste”, 18 rue de Cotte, 75012 Paris, tel 01 43 44 15 30, métro Ledru Rollin.

Etruits du “Petit Nicolas en thèse” ; dessins de J.J. Sempé, formules de Y. Bugnaud, M. Mignotte, F. Normandin, texte de G. Teneo.

# Création du site web en septembre 2008



## Bienvenue sur le site du **Kafemath** !

---

Le **Kafemath** est un essai de café mathématique.  
Un café mathématique est aux mathématiques ce que le "café-philo" est à la philosophie !

---

**jeudi 6 novembre** : "[L'Avernisserie de Kafemath](#)" (pour les dix ans, on décale les sons...)

Une séance de Kafemath n'est ni un cours de maths, ni un exposé de recherche. Il s'agit d'abord d'attirer le passant, lui donner envie, lui montrer que les mathématiques sont partout présentes, même bien cachées, sujet de plaisir, de polémiques, de créativité, d'Histoire...

Après 10 années à des sujets aussi variés que, par exemple, la Vision ("Perspective et projective"), les Tours de cartes ("Le tour de cartes de ma fille"), la Contredanse anglaise ("Contredanse et nombres imaginaires"), les codes des Cartes Bleues, Marcher sur le Fil, les Médailles Fields... , nous célébrerons cette décennie créative et ludique par L'Avernisserie de Kafemath, consacré à l'Art de la Contrepétrie, ce jeudi 6 Novembre 2014.

Venez avec un ou plusieurs Contrepets, issus de votre mémoire, de vos lectures ou de votre composition, nous tenterons de les élucider, révéler leur structure mathématique, en rire et pourquoi pas en fabriquer.

à 20 h au [Moulin à Café](#), 8 rue Sainte Léonie, Paris, 14<sup>ième</sup>, métro Pernet, Paris, 14<sup>ième</sup>.

**mercredi 26 novembre** : "[Comment Aristarque de Samos mesurait les distances de la lune et du soleil](#)", avec François Dubois, au [bar-librairie "l'entropie"](#), 27 rue Bernadotte à Pau.

**jeudi 04 décembre**, dans le cadre des "[Maths au quotidien](#)", "[Les mystérieux carnets de Ramanujan](#)", avec [Edouard Thomas](#), à la [Maison de l'Environnement de Saint Quentin en Yvelines](#), 6 rue Haroun Tazieff, 78114 Magny-les-Hameaux, tel. 01 30 07 34 34.

**jeudi 11 décembre** : "[Découpes géométriques \(geometric dissections\)](#)" par [Bernard Lemaire](#).

Le but est de découper une "forme" (figure géométrique polygonale, comme un octogone ou une Croix de Malte) en cherchant à minimiser le nombre de "pièces" (morceaux), pour -comme dans un puzzle- en reformer une autre, évidemment de même aire, (le plus souvent : carré, Croix Grecque, mais ce peut être une autre forme), en redisantant habilement les pièces. Ainsi, l'on peut passer de l'octogone au carré en seulement 5 pièces, du carré à la Croix Grecque en seulement 4

# Création du site web en septembre 2008 (ii)

**jeudi 12 février : "titre à déterminer..."** par **Alena Pirutka**,  
à "**La Coulée Douce**", 51 rue du Sahel, Paris 12<sup>ème</sup>.

Kafemath, c'est d'abord un café ! Pour remercier notre hôte,  
chaque participant s'oblige donc à **consommer, au minimum, une boisson**.  
Possibilité de restauration sur place après la séance, réserver au **0143413662**.

## Années précédentes

[2014-2015](#)  
[2013-2014](#)  
[2012-2013](#)  
[2011-2012](#)  
[2010-2011](#)  
[2009-2010](#)  
[2008-2009](#)  
[2007-2008](#)  
[2006-2007](#)  
[2005-2006](#)  
[2004-2005](#)

Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes !

En veillant à rester ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble.

Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur !



## Sites à visiter



## Apparition du logo en octobre 2009



www.kafemath.fr



THEOREME 1 - On a l'inégalité

$$\sum_{n \leq K} \frac{|K_n| |K_{n+1}|}{K^2} \log \left( \frac{|K_{n+1}| - 1}{|K_n|} \right) + \frac{K-1}{K^2} \sum_{n \leq K} \sum_{d|n} \log |e_n|$$

$$\leq \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{2D}{K} \sum_{n \leq 1} s(n) + \frac{D}{K} \left(1 + \frac{|K|}{2D} + 3 \log \frac{K}{2}\right)$$

“CAFÉ MATHÉMATIQUE”

jeudi 01 octobre 2009 à 20 heures

“*Perspective et Projective*”

à “La Coulée Douce”

$$h(X, Y) \leq h^{2g+1} \exp \left[ c_{g, X} h^{2g+2} (h_{g, X}^2 h^{2g+2} |D_{g, X}|^{2g+2} / |N_{g, X}(O_X)|^{2g+2}) \right]$$

$$|N_{g, X}(O_X)|^{2g+2} h^{2g+2} (\log |h D_{g, X}(O_X)|)^{2g+2}$$



Séance suivante en novembre...

27 septembre 2009.

“La Coulée Douce”, 51 rue du Sahel, 75012 Paris, tel 09 54 97 81 63, métro Bel Air.

Extraits du “Petit Nicolas en tibia”; dessins de J.J. Sempé, formules de Y. Bugeaud, M. Mignotte, F. Normandin, texte de G. Tarois.

# Aristarque déjà présent le 11 février 2010



www.kafemath.fr



THEOREME 1 - On a l'inégalité

$$\sum_{n \leq K} \frac{|K_n|(|K_n| - 1)}{K^3} \log \left( \frac{|K_n| - 1}{K \epsilon A_n} \right) + \frac{K-1}{K^2} \sum_{n \leq K} \sum_{m \leq K} |\log| \epsilon \alpha_n ||$$

$$\leq \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{2D}{K} \sum_{n=1}^K h(\alpha_n) + \frac{D}{K} \left(1 + \frac{|C|}{2D}\right) \log \frac{K}{2}$$

“CAFÉ MATHÉMATIQUE”

jeudi 11 février 2010 à 20 heures

“*Comment Aristarque de Samos mesurait les distances de la lune et du soleil*”

à “La Coulée Douce”

$$h(X/1) \leq H^{m+1} \exp\left(\sum_{n=1}^m P^{2n} \alpha_n^2 (\log^2 P)^{2n} |D_n|^{2n} \epsilon_n\right) \prod_{n=1}^m (\log|A_n|)^{2n} \epsilon_n^{2n} \left(\log|A_n D_n| \epsilon_n\right)^{2n} \epsilon_n^{2n}$$



# Premier "G4G" le 21 octobre 2010



Gathering for (4) Martin Gardner (1914 - 2010)

# G4G : idée et animation de Pierre Berloquin



# Dîner en ville le 24 février 2011



avec Jean-Claude, Blandine, Hervé, Sylvie, François

# Création de l'association "Kafemath" en avril 2011

## *ASSOCIATION "KAFEMATH"*

### **Art. 1. Fondation**

Il est fondé, entre les adhérents aux présents statuts, une association régie par la loi du 1<sup>o</sup> juillet 1901 ayant pour nom "Kafemath".

### **Art. 2. Objet**

Cette association a pour objet le plaisir à faire des mathématiques, les découvrir, les redécouvrir, les faire aimer, comme l'énonce son texte fondateur, proposé par François Dubois en mars 2005 :

« Les mathématiques sont un élément fondamental de la culture. Mais elles sont souvent trop isolées dans des lieux réservés aux spécialistes ! Tout en restant ouvert à tous, au Kafemath, on parle de maths, on en découvre l'histoire, on en fait un peu, on en débat, on en apprend si on veut. On y rit et surtout, surtout, on y prend plaisir ! Ensemble. Et il suffit d'être passionné pour devenir co-animateur. »

Les mathématiques sont l'affaire de tous. En faciliter l'accès est l'objet du Kafemath.

Association : KAFEMATH, identification R.N.A. : W751209480  
Numéro d'annonce : 1495, paru le 23/04/2011

# Forum des Associations du 12<sup>ème</sup> en septembre 2011



# “Nominé” au prix “le goût des sciences” en octobre 2011



# Dépôt à l'INPI le 31 janvier 2013

Institut National de la Propriété Industrielle

dépôt 13 3 980 193 de Kafemath (Siren 749 826 418)

classe numéro 41 :

“divertissement, activités sportives et culturelles”



avec une nouvelle édition du logo grâce à Natacha Laudier

# Kafemath hors de Paris *intra muros* à “La Traverse”



La plus belle librairie de La Courneuve,  
les samedis 02 juin 2012 et 13 avril 2013

# L'affiche de la dernière fois :-)



www.kafemath.fr



“CAFÉ MATHÉMATIQUE”

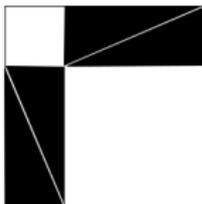
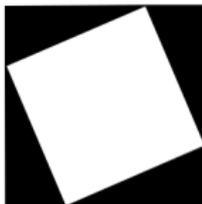
jeudi 06 novembre 2014 de 20h30 à 22 heures

*“L’avernissaire de Kafemath”*

*(pour les dix ans, on décale les sons...)*

*animé par François Dubois*

au “Moulin à Café”



# Le Kafemath sera-t-il présent en mai 2015...



au 16<sup>ième</sup> Salon Culture & Jeux Mathématiques ?

Place Saint Sulpice, du [jeudi 28 mai](#) 9h au [dimanche 31 mai](#) 18h...

Un stand est gratuit car l'association Kafemath n'a rien à vendre...

Mais il est impératif que le stand soit tenu !

Deux personnes en permanence pour les quatre journées...

# Samos en Grèce



# Aristarque de Samos



Représentation du XVII<sup>ème</sup> siècle d'Aristarque de Samos,  
tirée de l'atlas céleste d'Andreas Cellarius.

<http://fr.wikipedia.org/>

# Aristarque de Samos

environ 310 - environ 230 av. J.-C.

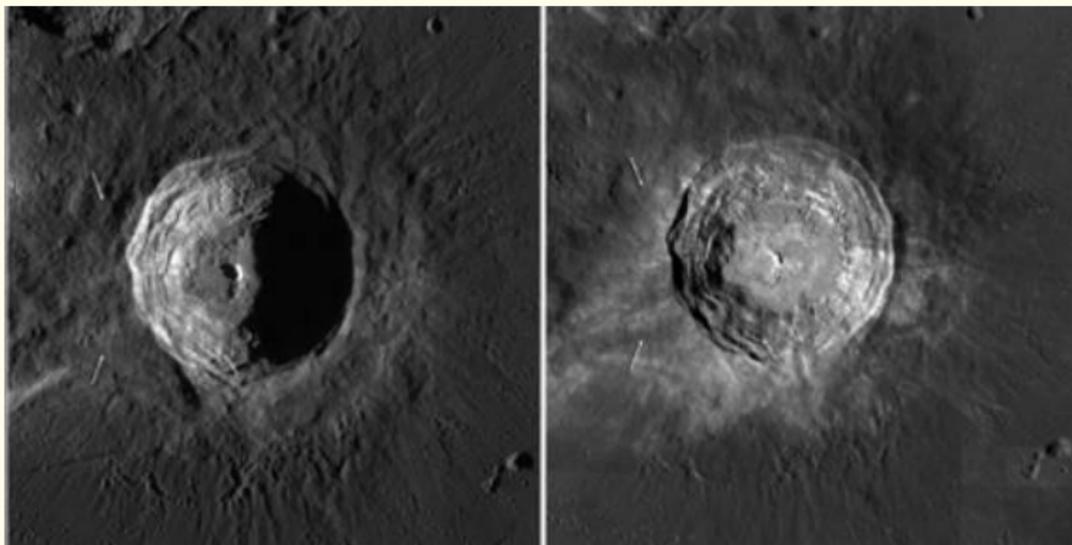
On ne sait quasiment rien de lui.

Un cratère de la Lune porte son nom



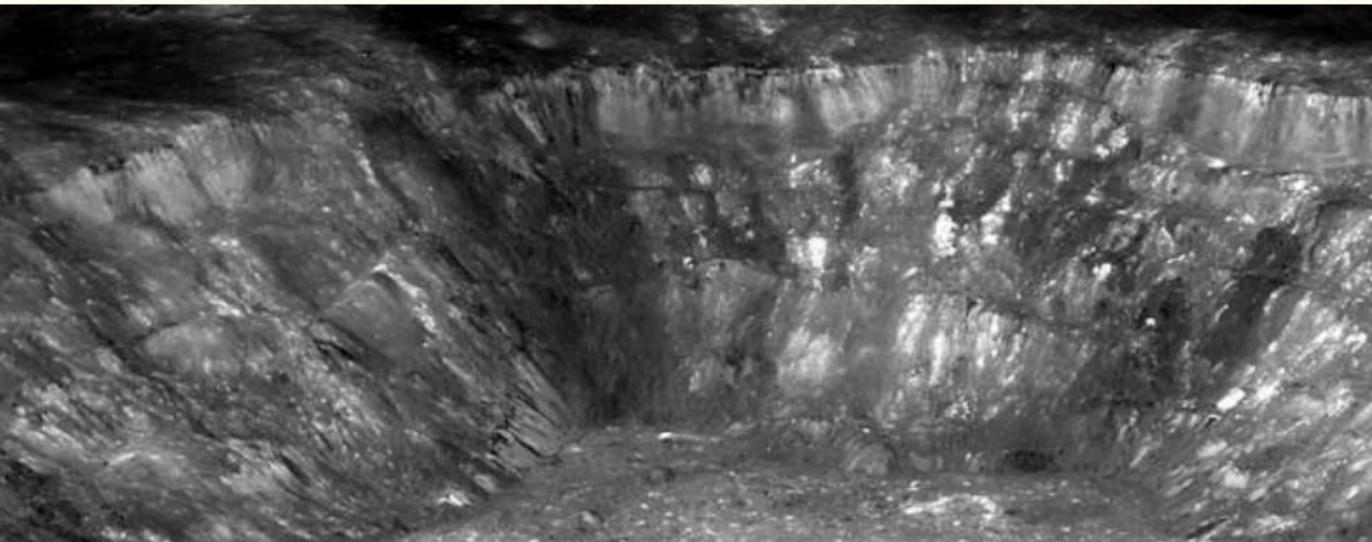
(vue prise depuis Apollo 15, 1971).

# “Aristarque” vu par le Lunar Reconnaissance Orbiter



entre 2009 et 2013...

# “Aristarque” vu par le Lunar Reconnaissance Orbiter



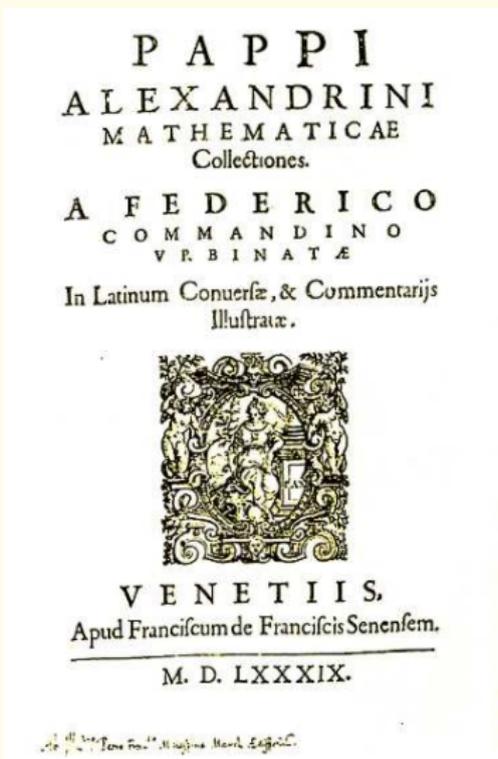
entre 2009 et 2013...

# “Aristarque” vu par le Lunar Reconnaissance Orbiter

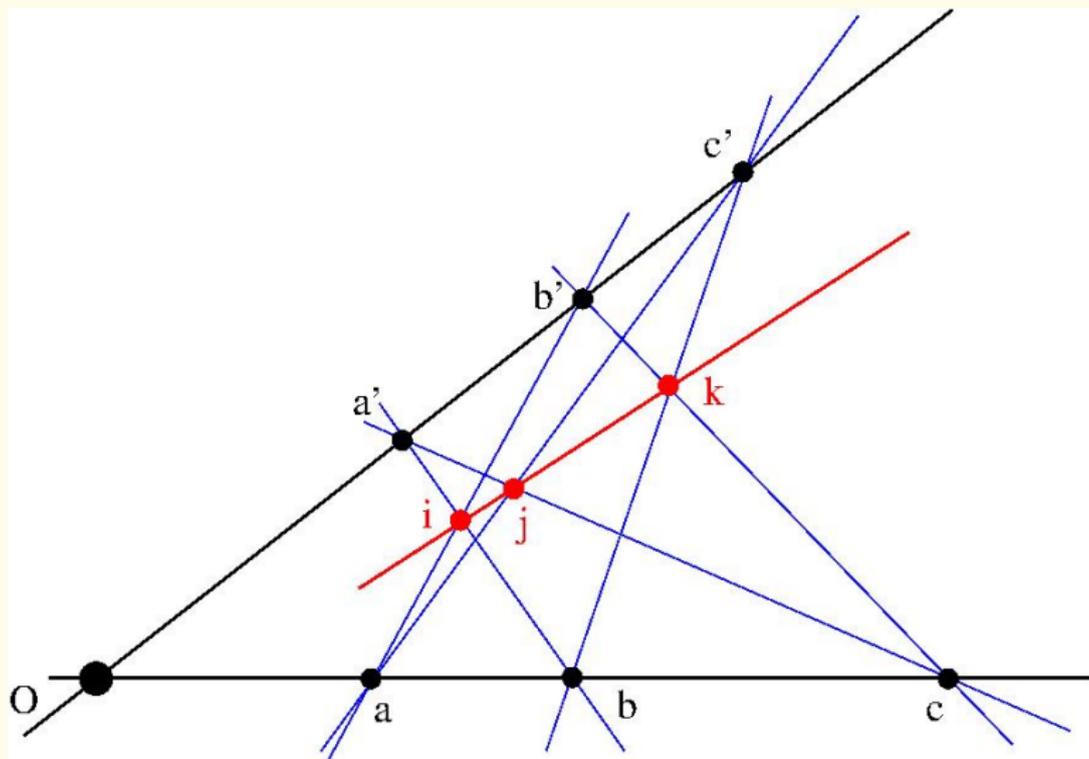


entre 2009 et 2013...

# Pappus d'Alexandrie (vers 300 après J.C.)



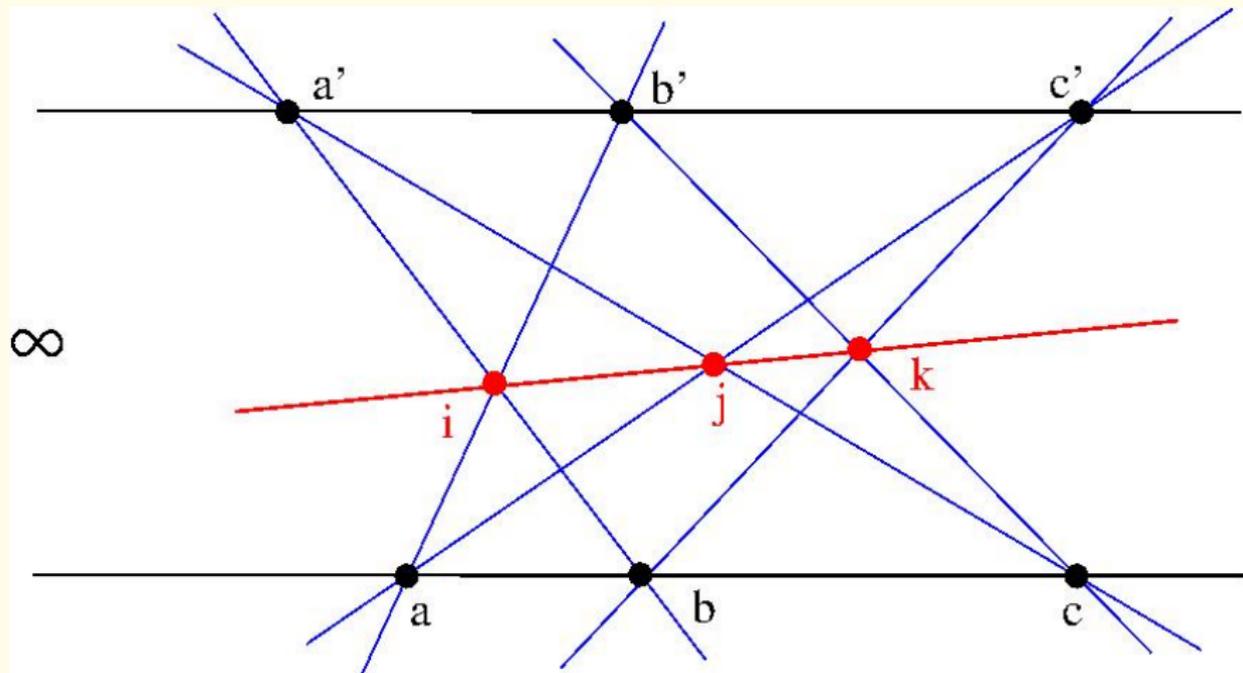
Le traité d'Aristarque est le "tome 6" de sa "Petite Astronomie"

Théorème de Pappus d'Alexandrie ( $\simeq 290 - 350$ )

On pose :  $i = ab' \cap a'b$ ,  $j = ac' \cap ca'$ ,  $k = bc' \cap cb'$ .

Les points  $i, j, k$  sont alignés.

# Théorème de Pappus avec deux droites parallèles



## Traduction en arabe de “La petite astronomie”

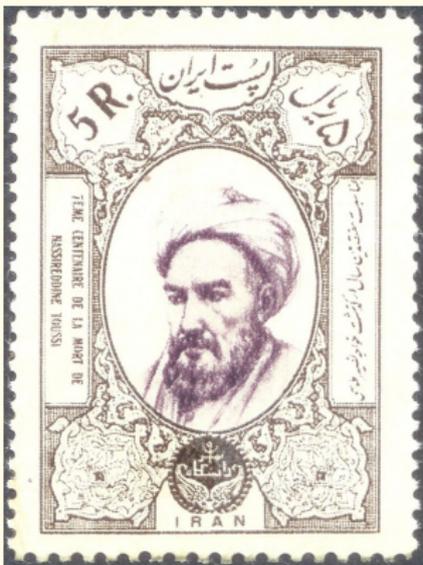
Qusta ibn Luqa al-Ba'labakki (entre 820 et 835, 912)  
Naît en Syrie, fait carrière à Bagdad, meurt en Arménie



peint par Paolo Giovio (1483-1552)

# Transmission grâce à la science arabe

Edition critique de la traduction de Qusta ibn Luqa al-Ba'labakki  
par Nasir ad-Din at-Tusi (1201 - 1274)

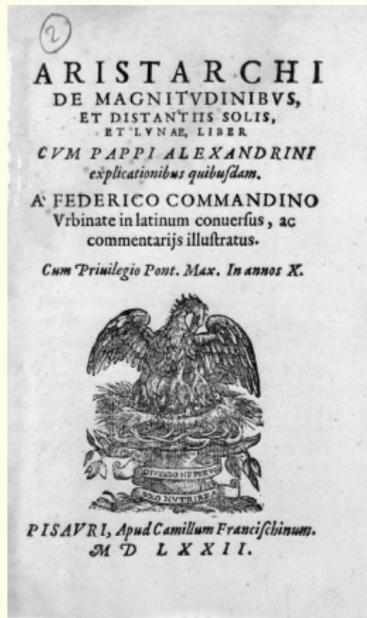


timbre iranien, 1956

# Traduction en latin

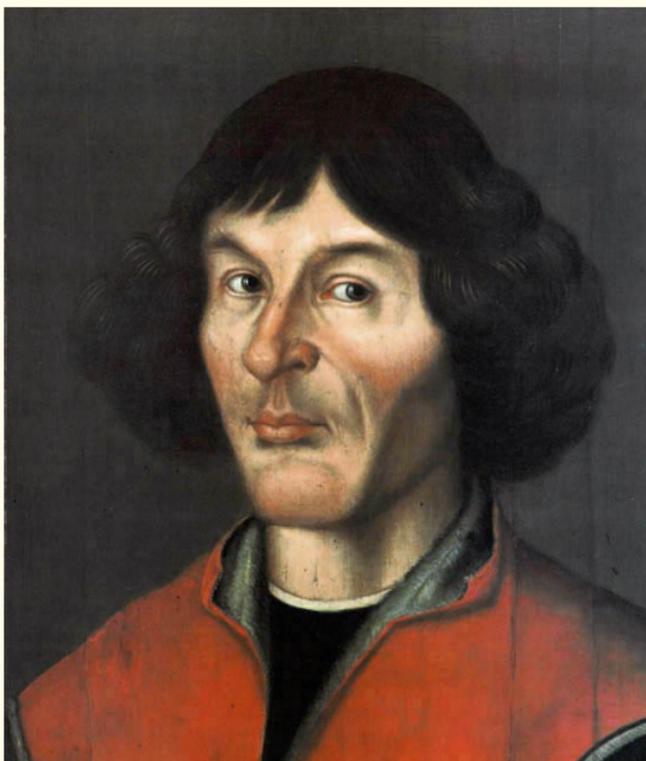
par Giorgio Valla (1447 - Venise 1500)

[...] *Aristarchi De distantia et magnitudine lunae et solis* [...],  
Venetiis 1498.



puis par Federico Commandino (1509 - Urbino 1575) en 1572

## Nicolai Copernici Torinensis, 1543



**NICOLAI CO  
PERNICI TORINENSIS**  
DE REVOLVTIONIBVS ORBI  
um coelestium, Libri  $\overline{\text{vi}}$ .

.Habes in hoc opere iam recens nato, & ædito, studiose lector, Motus stellarum, tam fixarum, quàm erraticarum, cum ex ueteribus, tum etiam ex recentibus obseruationibus restitutos: & nouis insuper ac admirabilibus hypothesibus ornatos. Habes etiam Tabulas expeditissimas, ex quibus eosdem ad quoduis tempus quàm facillimè calculare poteris. Igitur eme, lege, fruerè.

*Αγαπίστου Νίκου Κοπέρνικου.*

Norimbergæ apud Ioh. Petreium,  
Anno M. D. XLIII.

*De revolutionibus orbium coelestium, 1543*

## Première édition en grec, 1688



ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΣΑΜΙΟΥ

*Περί μεγεθῶν ἢ ἀποστητῶν Ἡλίου ἔνδρα Σελήνης,*

B I B Λ Ι Ο Ν .

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

Τῆς ἱ. Συναγωγῆς ΒΙΒΛΙΟΥ Β'

*Ἀπόσπασμα.*

ARISTARCHI SAMII

*De Magnitudinibus & Distantiis Solis & Lunæ,*

L I B E R .

*Nunc primum Græce editus cum Federici Commandini versione Latina, notisq; illius & Editoris.*

PAPPI ALEXANDRINI

SECUNDI LIBRI

MATHEMATICÆ COLLECTIONIS,

*Fragmentum,*

*Hactenus Desideratum.*

*E Codice MS. edidit, Latinum fecit,*

*Notisque illustravit*

JOHANNES WALLIS, S. T. D. Geometriae

*Professor Savilianus; & Regalis Societatis*

*Londini, Sodalis.*

O X O N I Æ,

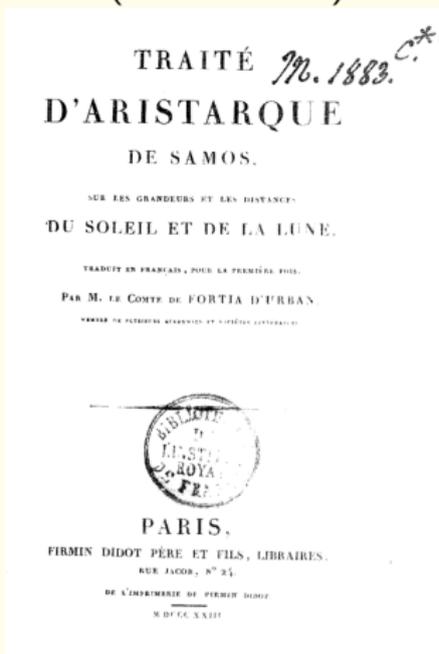
E T H E A T R O S H E L D O N I A N O,

1688.

John Wallis (1616 - 1703)

# Comte de Fortia d'Urban (1810)

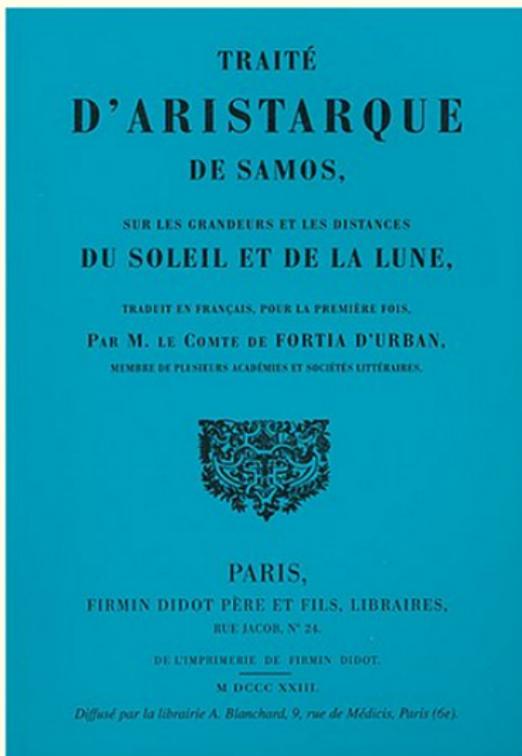
Agricol-Joseph-François-Xavier-Pierre-Esprit-Simon-Paul-Antoine  
Comte de Fortia d'Urban (1756 - 1843) : nouvelle édition en grec



traduction française (1810, 1823)

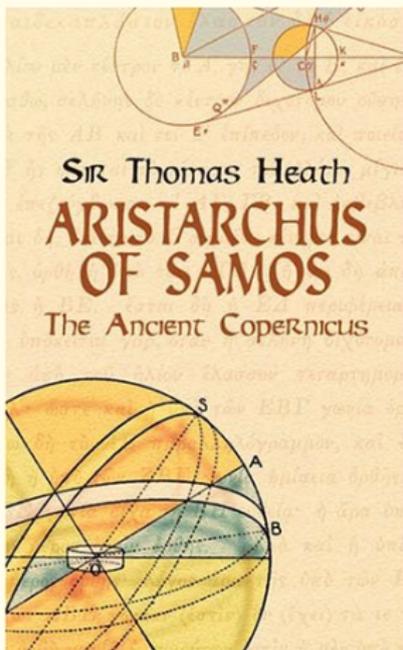
source : BNF - Gallica

# Traduction Française de Fortia d'Urban (1823)



Rédition Albert Blanchard (2003)

# Travaux modernes



Thomas Little Heath (1861-1940)

# Thomas Little Heath

ARISTARCHUS OF SAMOS  
THE ANCIENT COPERNICUS

A HISTORY OF GREEK ASTRONOMY TO ARISTARCHUS  
TOGETHER WITH ARISTARCHUS'S TREATISE  
ON THE SIZES AND DISTANCES  
OF THE SUN AND MOON

A NEW GREEK TEXT WITH TRANSLATION  
AND NOTES

BY

SIR THOMAS HEATH

K.C.B., ScD., F.R.S.

SOMETIME FELLOW OF TRINITY COLLEGE, CAMBRIDGE

OXFORD

AT THE CLARENDON PRESS

1913

# Un travail récent...

ANNALS OF SCIENCE,  
Vol. 64, No. 4, October 2007, 525–547



## **What We Can Learn from a Diagram: The Case of Aristarchus's *On The Sizes and Distances of the Sun and Moon***

NATHAN SIDOLI

Department of Mathematics, Simon Fraser University, 8888 University Drive,  
Burnaby, British Columbia, Canada V5A 1S6. Email: [nathan.sidoli@utoronto.ca](mailto:nathan.sidoli@utoronto.ca)

Received 4 December 2006. Revised paper accepted 9 March 2007

### **Summary**

By using the example of a single proposition and its diagrams, this paper makes explicit a number of the processes in effect in the textual transmission of works in the exact sciences of the ancient and medieval periods. By examining the diagrams of proposition 13 as they appear in the Greek, Arabic, and Latin traditions of Aristarchus's *On the Sizes and Distances of the Sun and Moon*, we can see a number of ways in which medieval, and early modern, scholars interpreted their sources in an effort to understand and transmit canonical ancient texts. This study highlights the need for modern scholars to take into consideration all aspects of the medieval transmission in our efforts to understand ancient practices.

# Ce que contient le livre réédité par Blanchard

Préface de 3 pages (Comte de Fortia d'Urban)

Traduction en Français du texte d'Aristarque (pages 5 à 40)

six hypothèses de 1 à 6,  
19 propositions de I à XIX

Commentaires de Pappus (pages 41 à 88)

Observations sur la traduction précédente (pages 89 à 107)

dont un "abrégé" de Jean Gravius (1659)  
(original en arabe, traduit en Français)

Observations sur cette traduction (pages 109 à 112)

Planches (3 pages en fin de volume)

# Six hypothèses... plus une

1. La lune reçoit sa lumière du soleil.
2. La terre peut être considérée comme un point,  
et comme le centre de l'orbite de la lune.
3. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales,  
elle nous offre son grand cercle qui détermine  
la partie éclairée et la partie obscure de cet astre.
4. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales,  
sa distance du soleil est moindre du quart  
de sa circonférence, de la trentième partie de ce quart.
5. La largeur de l'ombre est de deux lunes.
6. L'arc sous-tendu dans le ciel par la lune  
est le quinzième d'un signe.
- IX. Lorsque le soleil est entièrement éclipsé,  
un même cône, ayant son sommet à notre œil,  
comprend le soleil et la lune.

# Conclusions

La distance du soleil à la terre

est **plus grande que dix huit fois** la distance à la lune,  
mais elle est **moindre que vingt fois** cette distance.

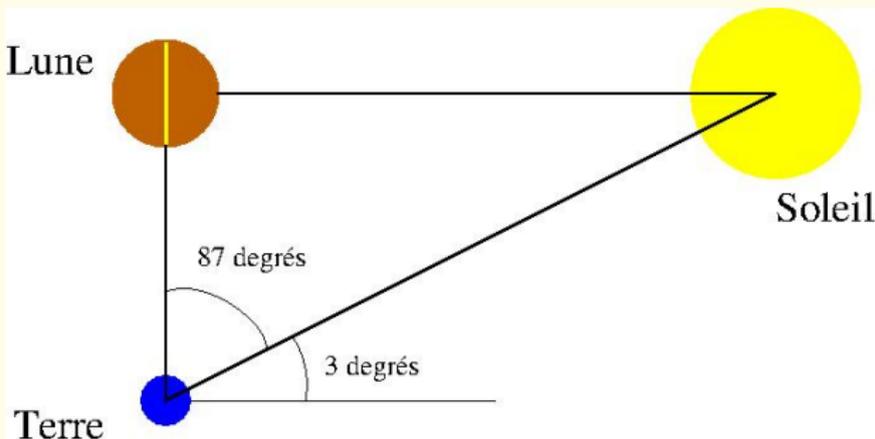
Le diamètre du soleil est en même rapport

avec le diamètre de la lune.

La proportion du diamètre du soleil à celui de la terre

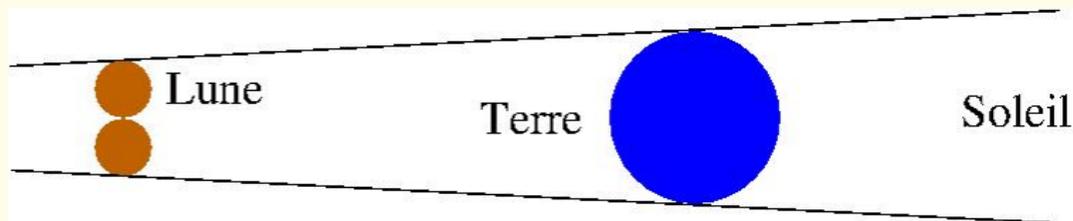
est **plus grande que celle de 19 à 3,**  
et **plus petite que celle de 43 à 6.**

# Explicitation des hypothèses (i)



4. Lorsque la lune nous paraît coupée en deux portions égales, sa distance du soleil est moindre du quart de sa circonférence (90 degrés), de la trentième partie de ce quart (3 degrés).

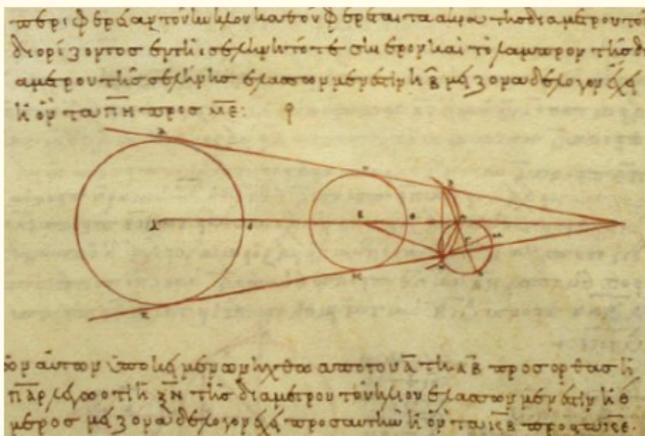
# Explicitation des hypothèses (ii)



5. Lors d'une éclipse de Lune,  
la taille de l'ombre de la Terre  
est égale à deux fois le diamètre de la Lune.

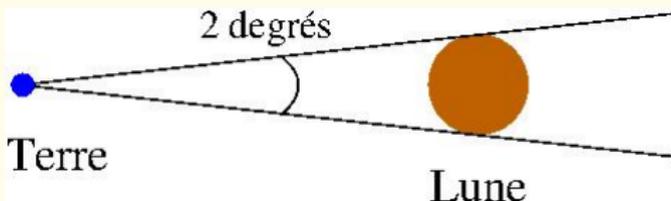
# Explicitation des hypothèses (ii)

## Eclipse de Lune décrite par Aristarque



Copie grecque de l'ouvrage d'Aristarque (10<sup>ième</sup> siècle)

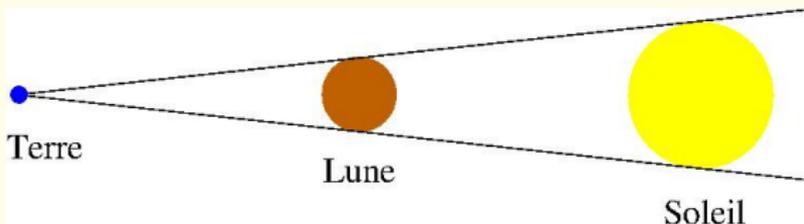
# Explicitation des hypothèses (iii)



6. L'arc sous-tendu dans le ciel par la lune est le quinzième d'un signe, soit **deux degrés**.

En effet, le zodiaque représente 360 degrés,  
soit 30 degrés par signe,  
donc 2 degrés pour le quinzième d'un signe.

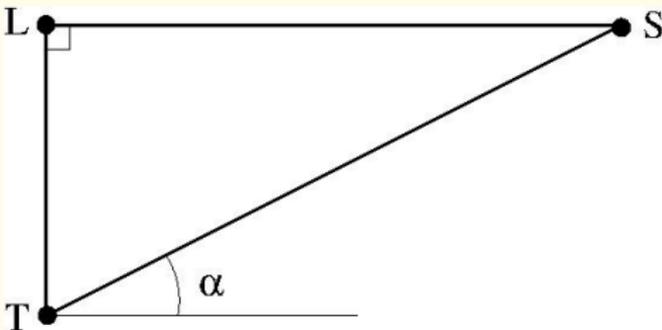
# Explicitation des hypothèses (iv)



- IX. L'existence des éclipses de Soleil montre que les **diamètres apparents** de la Lune et du Soleil sont **identiques**.

## Calculs trigonométriques (Aristarque, Pappus, Gravius...)

4.

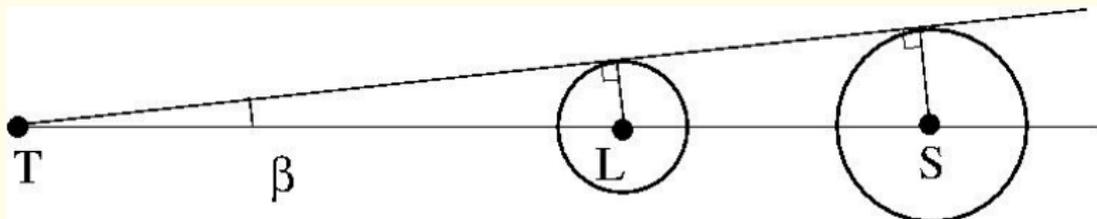


$$\sin \alpha = \frac{TL}{TS} \quad \alpha = 3 \text{ degrés}$$

Donc 
$$\frac{TS}{TL} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin(3 \pi/180)} \approx \frac{60}{\pi} \approx 19,11$$

## Calculs trigonométriques (ii)

6 et IX.



$\rho_L$  : rayon de la Lune,       $\delta_L$  : diamètre de la Lune,  
 $\rho_S$  : rayon du Soleil

$$\sin \beta = \frac{\rho_L}{TL} = \frac{\rho_S}{TS}, \quad \beta = 1 \text{ degré}, \quad \text{donc}$$

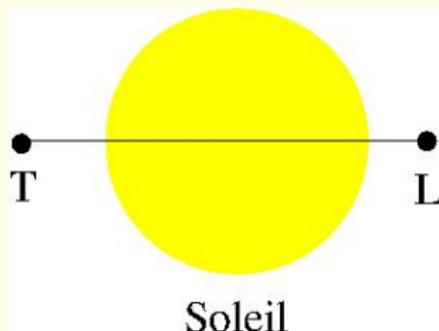
$$\frac{\delta_L}{TL} = 2 \frac{\rho_L}{TL} = 2 \sin \beta = 2 \sin(\pi/180) \approx \frac{\pi}{90} \approx \frac{35}{1000} \approx \frac{7}{200}$$

$$\frac{\rho_S}{TL} = \frac{\rho_S}{TS} \frac{TS}{TL} \approx (\sin \beta) \times 19,11 \approx \frac{7}{400} \times 19,11 \approx 0,3344$$

Le soleil est ENORME !

# Une première conclusion importante

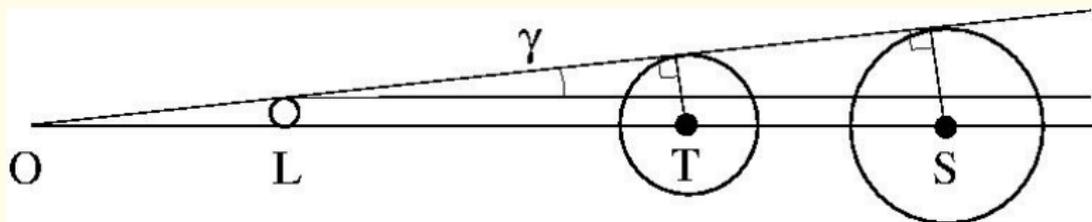
Le soleil est énorme !



Tailles comparées du soleil  
et de la distance Terre-Lune, selon Aristarque

## Calculs trigonométriques (iii)

Prise en compte de l'hypothèse 5 relative aux éclipses de Lune



On sait que  $\frac{TS}{TL} \approx 19,11$  ,  $\frac{\delta_L}{TL} \approx \frac{7}{200}$  ,  $\frac{\rho_S}{TL} \approx 0,3344$

donc  $\frac{\rho_S}{\delta_L} = \frac{\rho_S / TL}{\delta_L / TL} \approx 0,3344 \times \frac{200}{7} \approx 9,555$

puis  $\sin \gamma = \frac{\rho_T - \delta_L}{TL} = \frac{\rho_S - \delta_L}{LS}$  dont on déduit

$$\frac{\rho_T}{\delta_L} = 1 + \frac{TL}{LS} \left( \frac{\rho_S}{\delta_L} - 1 \right) \approx 1 + \frac{9,555 - 1}{19,11 + 1} \approx 1,425$$

$$\text{Enfin, } \frac{\rho_S}{\rho_T} \approx \frac{9,555}{1,425} \approx 6,70 \approx \frac{382}{57}$$

# Comparaison avec les résultats d'Aristarque

Rapport des distances du soleil à la lune

$$18 \leq \frac{TS}{TL} (= 19,11) \leq 20$$

Diamètre du soleil comparé au diamètre de la terre

$$\frac{19}{3} \approx 6,33 \leq \frac{\rho_S}{\rho_T} (\approx 6,70) \leq 7,16 \approx \frac{43}{6}$$

Le soleil est **beaucoup plus grand que la terre**

Alors pourquoi tournerait-il autour d'elle chaque jour,

**et pas le contraire ?**

# Comparaison avec les données modernes

$$\rho_T = 6\,370 \text{ km}$$

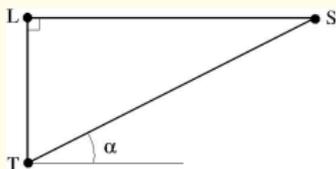
$$\rho_L = 1\,737 \text{ km,}$$

$$\rho_S = 700\,000 \text{ km,}$$

$$TL = 384\,000 \text{ km}$$

$$TS = 150\,000\,000 \text{ km}$$

Les données d'Aristarque sont parfois trop approximatives !



$$\sin \alpha = \frac{TL}{TS} = \frac{384\,000}{150\,000\,000} \approx 0,00256$$

$$\alpha \approx 0,1466 \text{ degré} \approx 8,8 \text{ minutes d'arc}$$

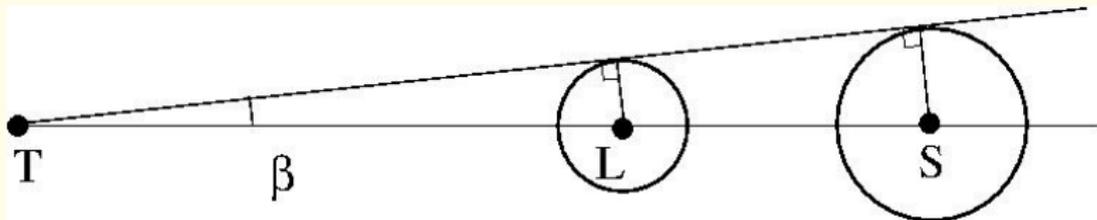
Aristarque surestime cet angle d'un **facteur 20** !

Avec  $\alpha \approx 10$  minutes d'arc  $\approx \frac{1}{6}$  degré pour fixer les idées,

la valeur de  $\frac{TS}{TL}$  passe de **19,11** à **343,8** !

# Comparaison avec les données modernes (ii)

## Egalité des diamètres apparents



$$\sin \beta = \frac{\rho_L}{TL} = \frac{1737}{384\,000} \approx 0,004523, \quad \beta \approx 0,259 \text{ degré},$$

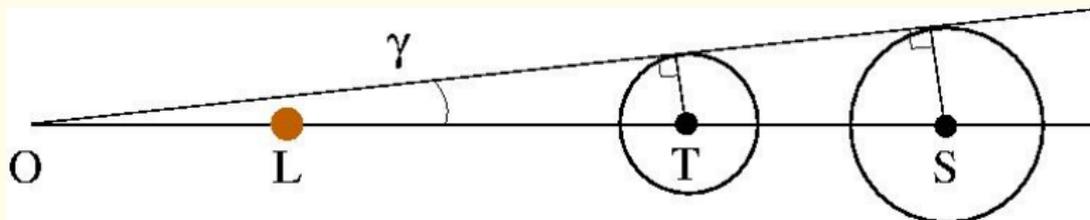
$$\sin \beta' = \frac{\rho_S}{TS} = \frac{700\,000}{150\,000\,000} \approx 0,004666, \quad \beta' \approx 0,267 \text{ degré}$$

L'égalité des diamètres apparents

est une **hypothèse tout à fait raisonnable** !

# Comparaison avec les données modernes (iii)

## Taille de l'ombre de la terre



$\rho_\theta$  : rayon de la tache d'ombre de la terre

vue au droit de l'orbite de la lune

$$\sin \gamma = \frac{\rho_S}{OS} = \frac{\rho_T}{OT} = \frac{\rho_\theta}{OL} = \frac{\rho_S - \rho_T}{TS} = \frac{\rho_T - \rho_\theta}{TL}$$

$$\text{donc } \rho_\theta = \rho_T - \frac{TL}{TS} (\rho_S - \rho_T) \approx \rho_T - \frac{TL}{TS} \rho_S$$

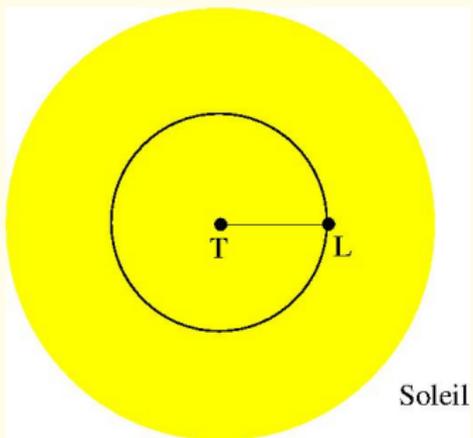
$$\rho_\theta \approx 6\,370 - 0,00256 \times 700\,000 = 6\,370 - 1\,792 = 4\,578 \text{ km}$$

$$\text{et } \frac{\rho_\theta}{\delta_L} \approx 1,32 \text{ au lieu de } 1 \text{ chez Aristarque.}$$

Erreur tout à fait admissible !

# Comparaison avec les données modernes (iv)

Le soleil est encore plus grand que dans la vision d'Aristarque.



Le soleil contient sans peine

l'ensemble du système Terre-Lune !

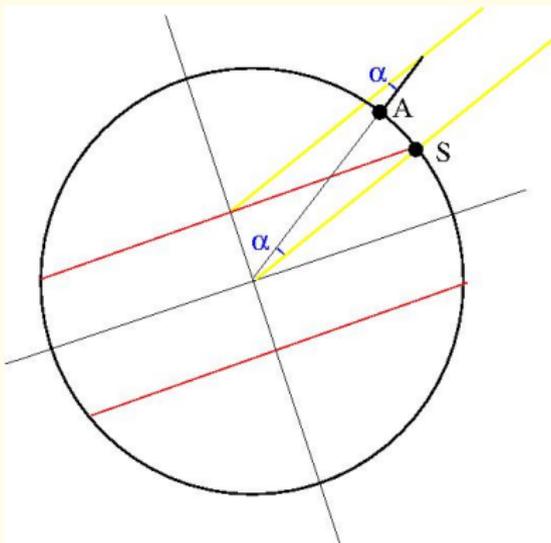
# Aristarque ignorait la mesure du rayon de la Terre !

Eratosthène de Cyrène (Shahat en Libye), 276 - 194 avant J.-C.  
calcule le diamètre de la Terre



A Syène ([Assouan](#)) [proche du tropique du Cancer],  
le jour du solstice d'été, les rayons du soleil  
pénètrent jusqu'au fond d'un puits ; il n'y a **pas d'ombre**  
A [Alexandrie](#), le même jour et à la même heure,  
un obélisque produit une **ombre**

# Eratosthène de Cyrène (40 ans après Aristarque)



angle  $\alpha$  entre le rayon du soleil et la verticale à Alexandrie

$$\alpha = 7,2 \text{ degrés}$$

distance entre Syène et Alexandrie : 5000 stades (787,5 km)

$$\text{donc } \rho_T = \frac{787,5}{\alpha} = \frac{787,5 \times 180}{7,2 \times \pi} \approx 6267 \text{ km}$$

précision remarquable (de l'ordre de 1 %) puisque  $\rho_T \approx 6370 \text{ km}$

# Hipparque de Nicée (100 ans après Aristarque)

Hipparque de Nicée (actuelle Iznik en Turquie)

Actif entre 147 et 127 av. J.-C.

Epicycles

Notion de parallaxe

Elabore des premières "tables de cordes du cercle"

trigonométrie

Calcul de la distance de la Lune et du Soleil

distance Terre-Lune bien approchée :

entre 62 et 77 rayons terrestres (au lieu de 60)

distance Terre-Soleil encore minorée :

490 rayons terrestres (au lieu de 23500)

## Aristarque précurseur de Copernic de 1800 ans...

La théorie d'Aristarque sur l'[héliocentrisme](#) (-280), nous est connue grâce à [Archimède](#) (287 av. J.-C., 212 av. J.-C.) :

“Tu sais que le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la terre et dont le rayon est égal à la droite placée entre le centre de la terre et celui du soleil. Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu’il a publiées contre les astronomes.

D’après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire; car il suppose que les étoiles et le soleil sont immobiles ; que la terre tourne autour du soleil comme centre; et que la grandeur de la sphère des étoiles fixes dont le centre est celui du soleil, est telle que la circonférence du cercle qu’il suppose décrite par la terre est à la distance des étoiles fixes comme le centre de la sphère est à la surface [...]”

Archimède, Préface du traité *L'arénaire*.

Traduction F. Peyraud, Paris, 1807.

# Aristarque précurseur de Copernic (ii)

Une des principales critiques

du système héliocentrique d'Aristarque :

Si la terre est mobile, pourquoi ne voit-on pas les étoiles

suyvant des angles différents en été et en hiver ?

Les étoiles sont très très loin !

“parsec” : distance pour laquelle la distance Terre-Soleil

est vue sous un angle de une seconde d'arc (1 / 3600 degré)

$$p = \frac{TS}{\operatorname{tg}(\pi/(3600 \times 180))} \approx \frac{3,6 \cdot 10^3 \times 0,18 \cdot 10^3 \times 150 \cdot 10^6}{3,1416} \text{ km}$$

$$p \approx 30,9 \cdot 10^{12} \text{ km} \approx 3,26 \text{ années-lumière}$$

L'étoile la plus proche ( $\alpha$  du Centaure)

est distante de la terre de **plus de 1 parsec** !

# Dans le système solaire, 12 novembre 2014...

