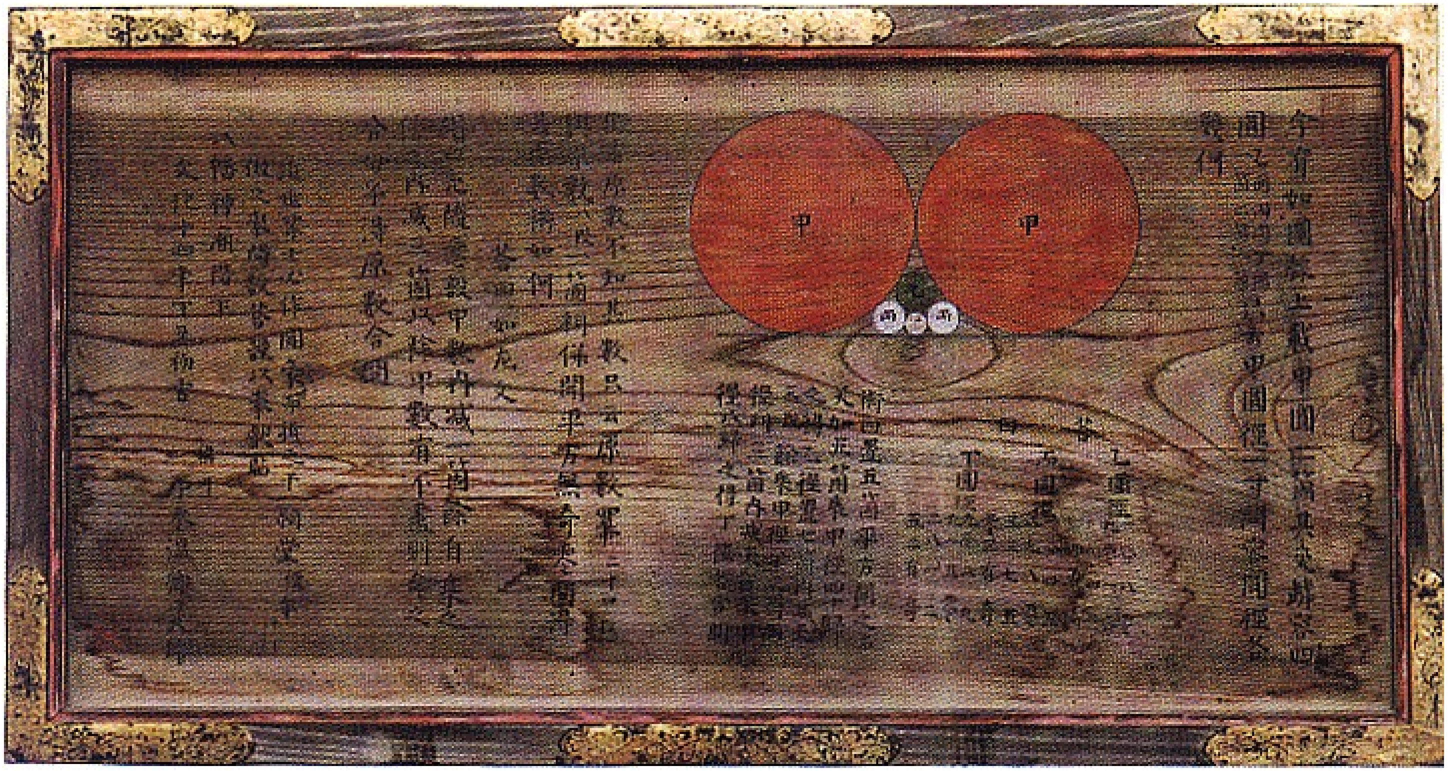
Une approche «multi-spécialités»

- Les mathématiques font partie de la culture, de la culture de toute l'humanité
- Le sujet d'aujourd'hui touche à tout !
  - Géographie
  - Histoire
  - « Sacré »
  - Art
  - Ethnographie
  - Et bien sûr aux mathématiques


甲
甲

算額
San-
gaku

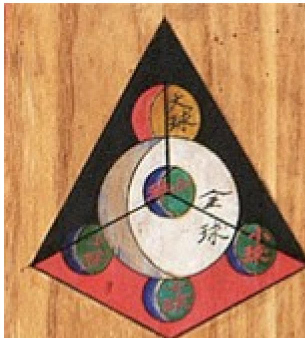

どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさごめんなさいごめんなさ
いごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいご
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
どうぞよろしどうもすみませんごめんなさ
い勉強すごめんなさいごめんなさいごめん
なさいごめんなさいごめんなさいごめんな
さいごめんなさい
算額
数学

算額

Sangaku

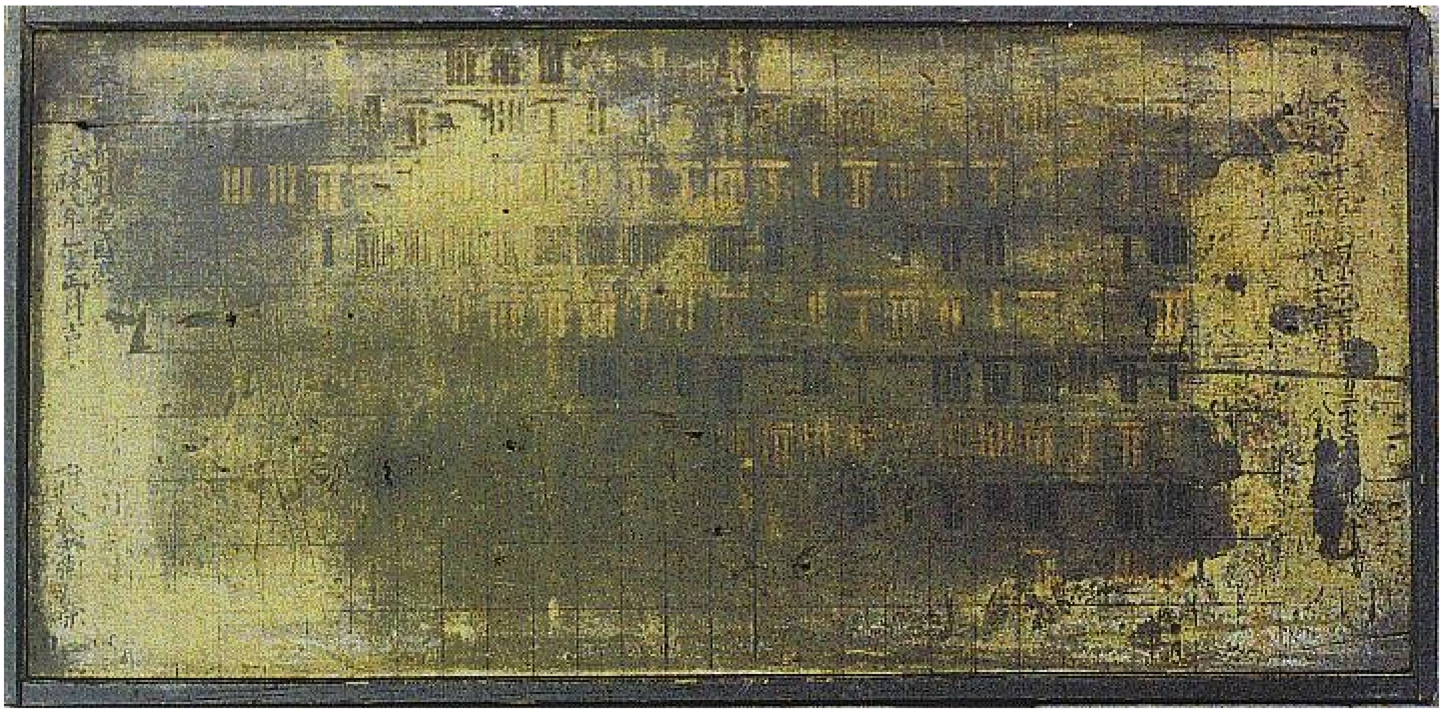
Tablettes mathématiques japonaises


庸軒佐久間纘社中



今有如圖方錐
各一個小球四
三寸小球徑一
何　答曰大
術曰以小球徑
徑差冪得大球


http://sangaku.info




http://sangaku.info

Un peu d'histoire+géopolitique

Mikado & Shogoun

- Au Japon de 1192 à 1868, le pouvoir est dévolu à un général en chef titulaire d'une « dignité héréditaire », le shogoun, qui fait de lui le détenteur effectif du pouvoir à la place du mikado (empereur).
- L'ère edo est aussi appelée ère Tokugawa du nom de la dynastie de généraux régnants sur la période

Le Japon avant 1603

- 1543 : premier contact avec les Européens : navire du Portugais Fernão Mendes Pinto
- 1549 : arrivée de François Xavier
- 1562 : les commerçants étrangers peuvent s'installer à Nagasaki
- 1565 : les Jésuites sont chassés de Kyōto.
- 1571 : le port de Nagasaki est ouvert pour commercer avec l'Europe.
- 1573 : effondrement du shogunat des Ashikaga
- Une grande instabilité prévaut, les conflits internes sont quasi permanents
- 1587 : persécutions sur les chrétiens
- 1590 : Toyotomi Hideyoshi (régent du Japon) achève d'unifier le Japon
- 1592-1598 : occupation de la Corée
- 1600 : La bataille de Sekigahara permet la domination du clan Tokugawa sur les autres clans et une ère de paix longue de près de 300 ans va s'ouvrir

L'ère Edo 1603 – 1868 (1)

- 1600 Tokugawa Ieyasu bat les daimyo (potentats locaux) à la bataille de Sekigahara et en 1603 établit son gouvernement (bakufu) à Edo (Tokyo).
- 1637 Massacre des chrétiens de Shimabara au Japon. Fermeture du pays aux étrangers, sauf aux Chinois et aux Hollandais
- 1720 : Autorisation d'importer des ouvrages occidentaux sans rapport avec le christianisme
- 1841-1843 Réformes de Tempo au Japon, visant à remédier aux troubles intérieurs
- Deuxième moitié du XVIIIe s. Développement des révoltes paysannes au Japon.
- A part cela le Japon aura connu 265 années de paix d'affilée !

L'ère Edo 1603 – 1868 (2)

- 1792 : Échec des Russes dans une tentative d'établir des relations commerciales avec le Japon
- 1854 : Ouverture forcée des ports au commerce avec l'étranger par le commodore Matthew Perry
- 1854-1855 Le Japon s'ouvre aux Occidentaux 1854 1855.
- 1855 : 10 000 morts suite à un séisme survenu le 11 novembre à Tōkyō
- 1858 : Début de la chute du système
- 1868 : Coup d'État commandité par les fiefs de Chōshū et Satsuma le 3 janvier et abolition du shogounat

Mais c'est un Japon, clos et assez uni, qui aura connu 265 années consécutives de paix, un véritable record !

Et les mathématiques alors ?

- État des lieux années 1600 au Japon :
  - Yoshida Koyu : Wasan & Jinkoki (1627), du souan-pan au soroban.
  - Seki Kōwa développe le calcul différentiel (méthode enri), ainsi que la théorie des déterminants) à la même époque que les Européens.
- En Europe, 1637 1638 + :

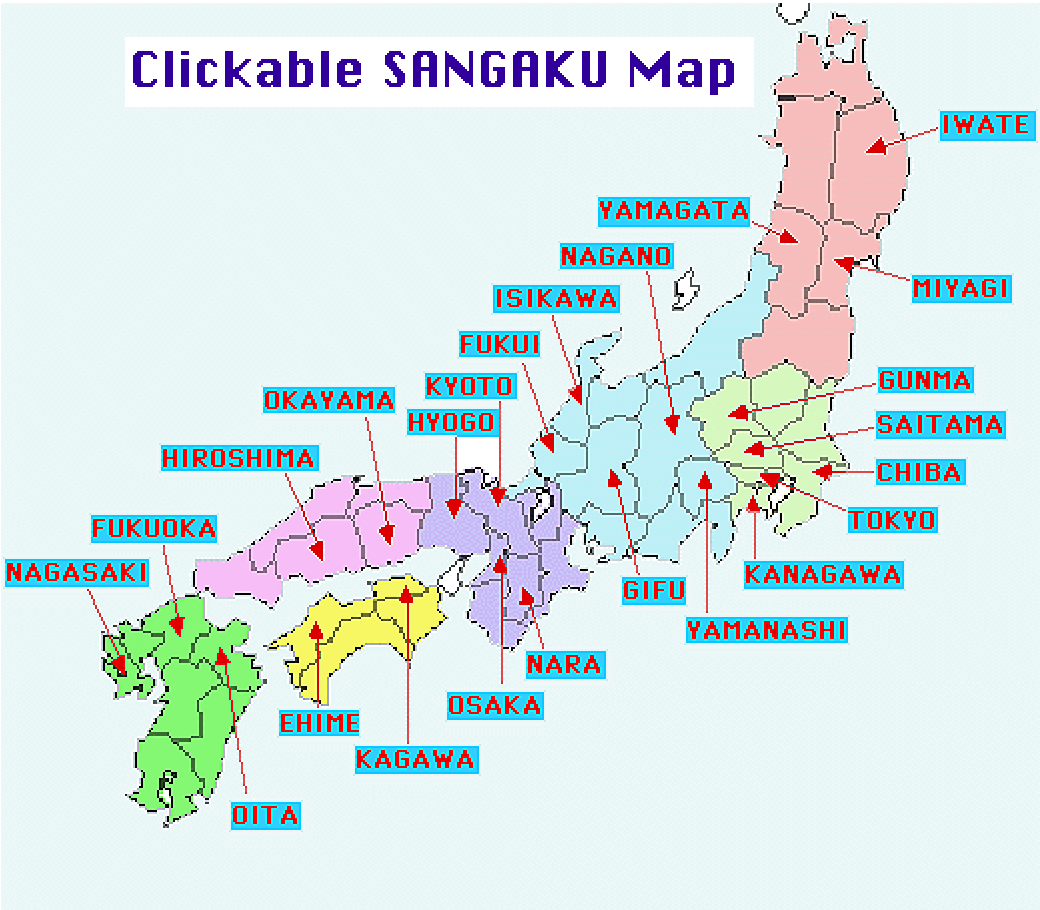
  1637 « Discours de la méthode », René Descartes
  - 1638 « Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze », principal ouvrage scientifique de Galilée :
    - mouvement du pendule
    - trajectoire parabolique des projectiles dans le vide.
  - 1638 « Méthode pour trouver les tangentes à une courbe », par Pierre de Fermat.
  - 1642 Naissance d'Isaac Newton et de Seki Kowa
  - 1646 Naissance de W. G. Leibniz

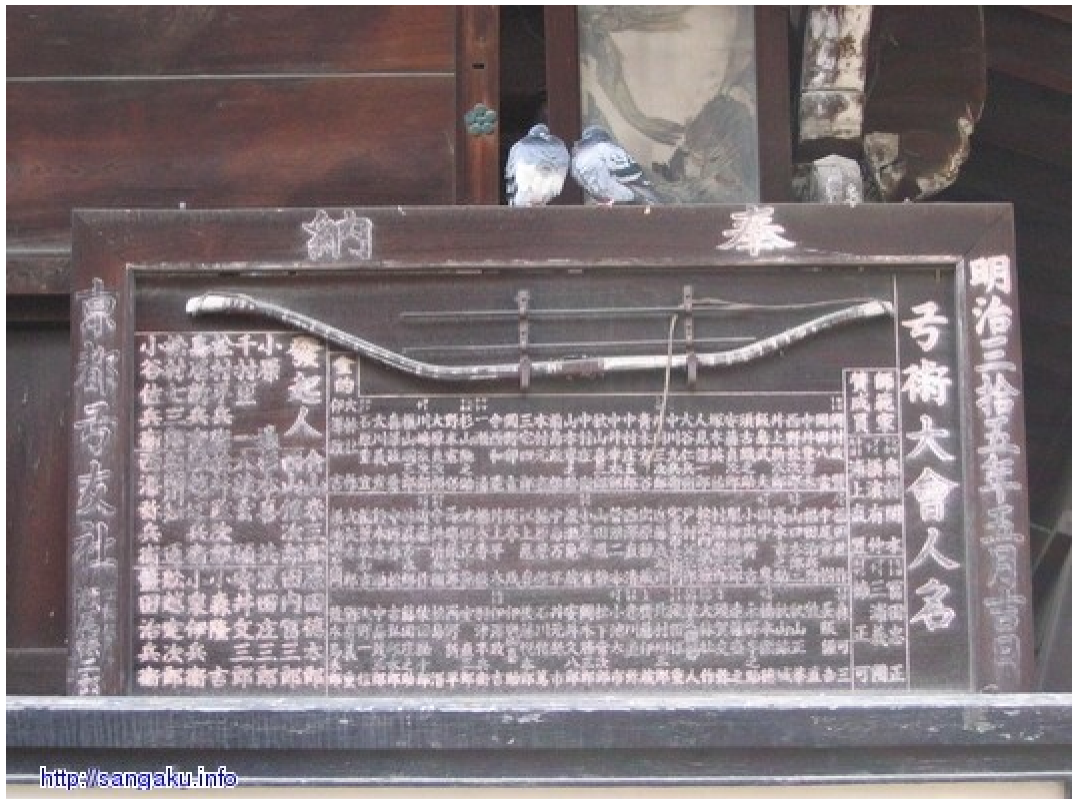
Deux quêtes

- Kazu Yamaguchi 19ème

- Hidetoshi Fukagawa 20-21ème

Localisation des sangaku

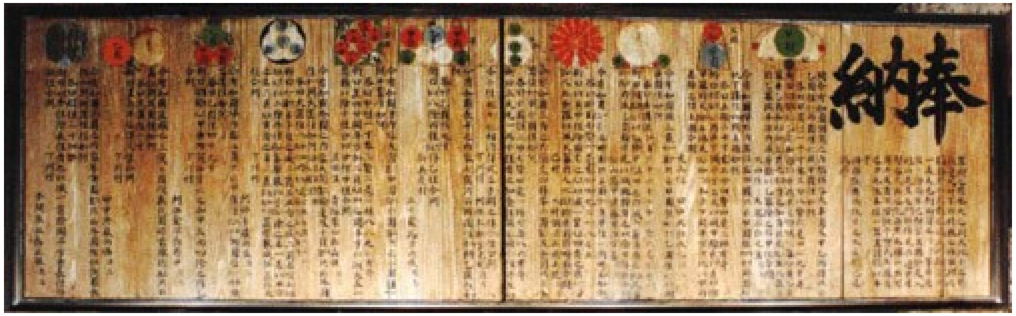



奉納
明治三拾五年五月吉日
弓術大會人名
發起人
http://sangaku.info

http://sangaku.info
大槻重作
赤間忠作門人
長澤政吉

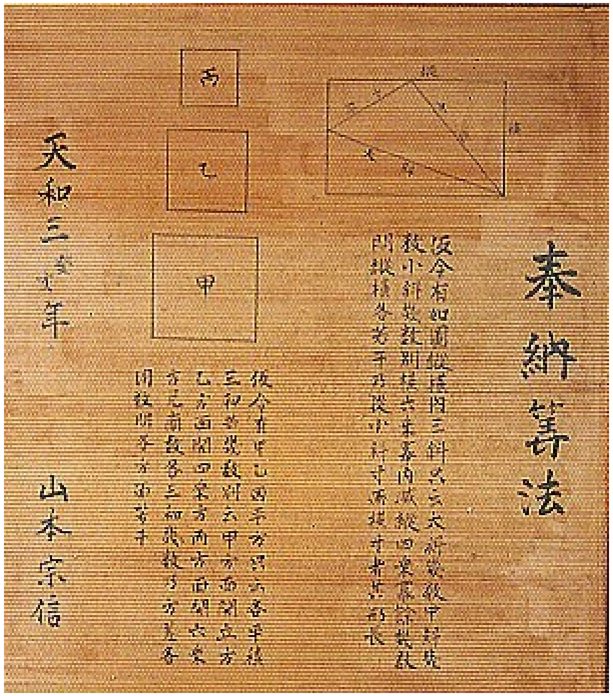

奉懸御廣前
應祐學之請而述
算法自問自答
今有如圖直内容大半圓
其全徑六分方為左四分
方為右其中間挟甲圓大
半圓外容乙丙丁之三圓
焉只云丙圓徑若干問各
諸圓徑及長幾何
答曰依左術得各
乙
大
甲
丁
丙
左
右
弘化四丁未歲十一月


算額
今有如圖扇面乃作平間三分之一内
設斜容東圓一個與西圓及
南圓北圓各二個各充内無
動只云南圓徑若干問得北
圓徑術如何
答曰 如左術
術曰置三千零七十二個平方開之加六十二個
以一百九十三個除之乘南圓徑得北圓徑合問
明治六酉年
冬十二月
山崎昌龍門人
十一歳 高阪金次郎
峻則
伊佐爾波神社


奉納


關流七傳千葉雄七胤秀門人
天保九戊戌歳十二月


答曰庚圓徑二万二千四百三十六寸
文政十年丁亥十月
内田恭門人
攝州有馬郡松山庄



奉納算法
丙
乙
甲
天和三年
山本宗信

関流
算題
村田巻
山口政太郎
明治二十年三月吉日


http://sangaku.info

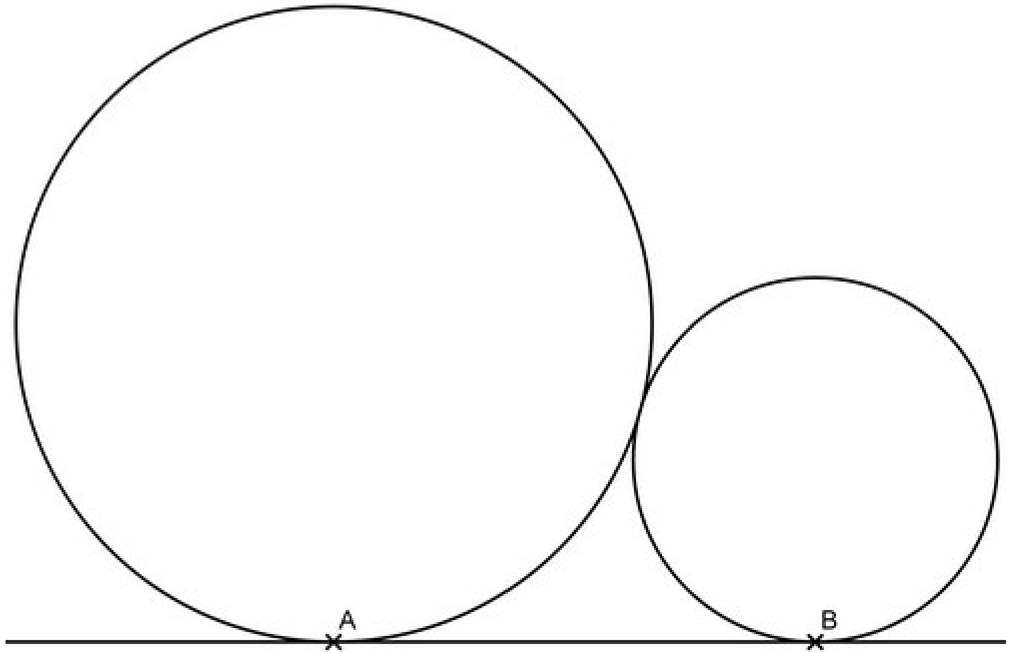
Pourquoi ?

- Offrande aux dieux shitoïstes
- Pour remercier les dieux d'avoir aidé à trouver un théorème, une méthode de calcul
- Pour enseigner dans les temples : pas d'universités pendant le shogounat Tokugawa (ère Edo)
- Pour « publier » et « défier » :
  - Défier une autre personne de trouver un résultat comparable, ou bien la méthode (ne figure sur la tablette que le résultat)
- Comme un ex-voto classique, pour remercier les dieux
- Une coutume japonaise, dont il ne resterait que 820 tablettes originales aujourd'hui

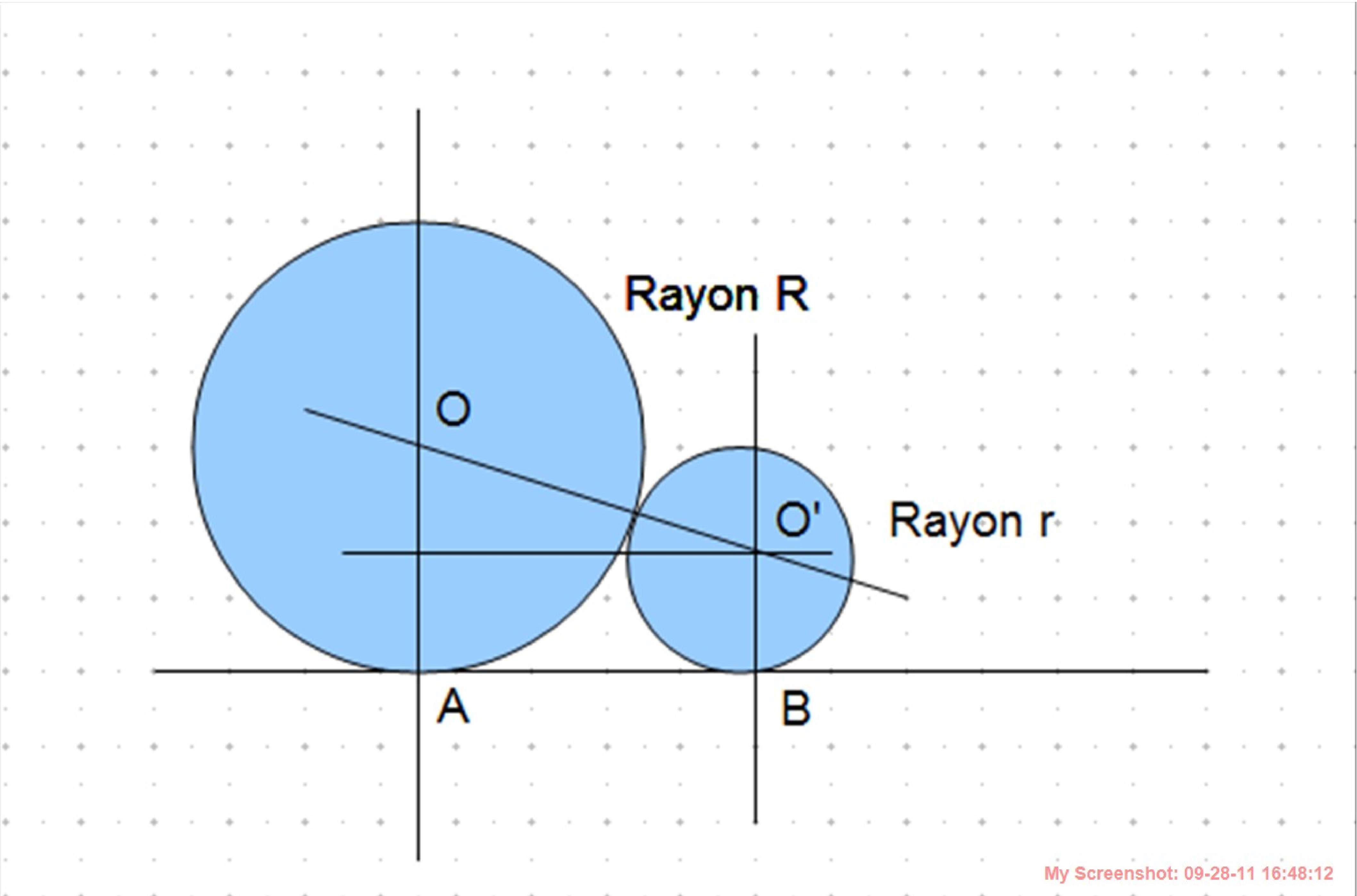
Le contenu « mathématique »

- Des cercles, des polygones (triangles +) , des ellipses, souvent dans un arrangement 'artistique' (éventail, figures coloriées diverses)
- 2D et 3D
- Beaucoup de Pythagore
- Calcul algébrique
- Un peu de trigonométrie
- Inversion (transformation)
- Des problèmes nécessitant du calcul différentiel
- Le tout parfois mélangé avec un positionnement plus théorique : « circle packing »,

Exemples



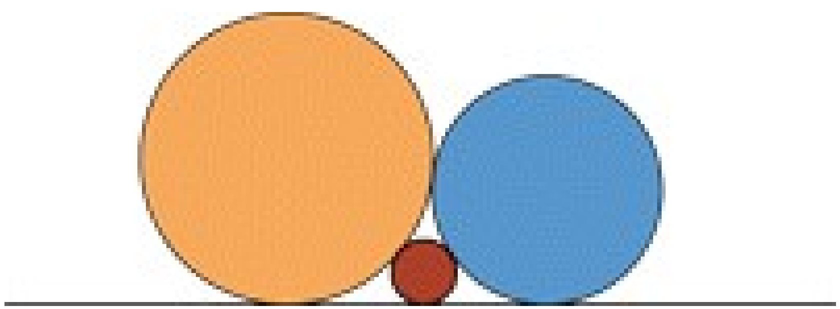
Démontrer que $AB^2=4Rr$ (où R et r sont les rayons des cercles).


Rayon R
O
O'
Rayon r
A
B
My Screenshot: 09-28-11 16:48:12

[Oo] $AB^2=4Rr$, solution

- Merci Pythagore !
  - $OO'=R+r$ et $OO'^2=R^2+2Rr+r^2$
  - OO'^2=aussi à $(R-r)^2+AB^2$
  - D'où $AB^2=OO'^2-(R-r)^2$
  - $AB^2=(R+r)^2-(R-r)^2$, une différence de 2 carrés !
  - $AB^2=[(R+r)+(R-r)][(R+r)-(R-r)]=[2R][R+r-R+r]$
  - $AB^2=[2R][2r]$
  - $AB^2=4Rr$, ou encore $AB=2\sqrt{Rr}$ qed/cqfd

Boules & cochonnet



Un probleme simple provenant d'une tablette de 1824 (Prefecture de Gumma). Les disques se touchent en un seul point et sont tous trois tangents à une même droite.

Quelle relation existe-t-il entre les rayons des trois disques ?

[O°o] solution

- On s'inspire des résultats de la démonstration précédente !
- On note R=R1, r=R2 et R3 le rayon du 'petit' disque
- On a $2\sqrt{R1R2}=2\sqrt{(R1R3)}+2\sqrt{(R3R2)}$
- En simplifiant puis en divisant par $\sqrt{(R1R2R3)}$

  on obtient :
- $1/\sqrt{R3} = 1/\sqrt{R2} + 1/\sqrt{R1}$ cqfd.

« Circle packing »

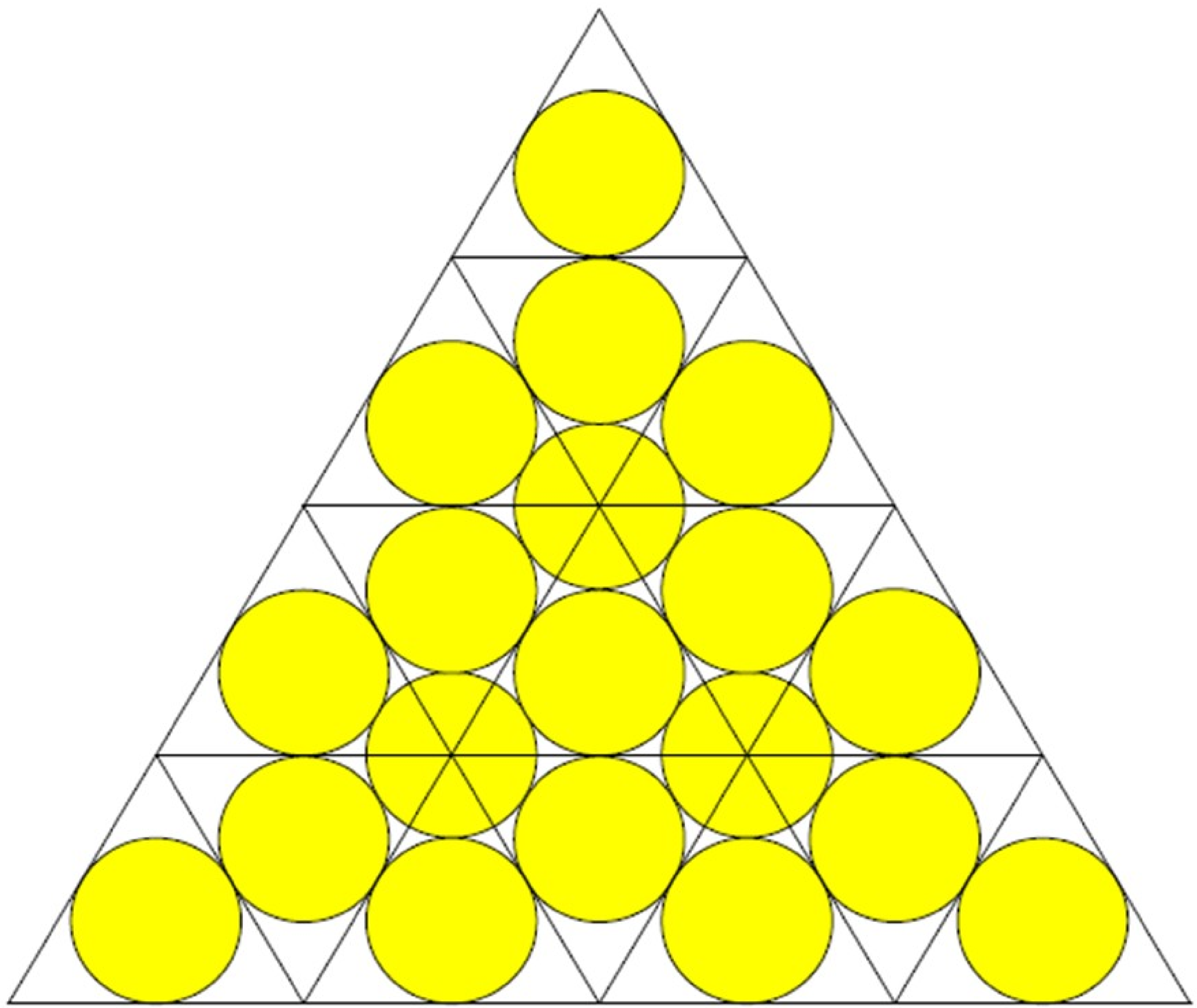
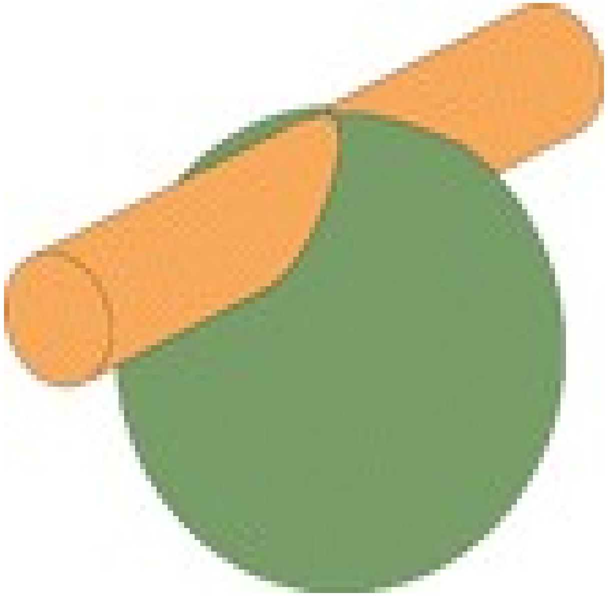


Figure 1.1. The example of Bolyai for packing 19 equal circles in an equilateral triangle.

Intersection de solides

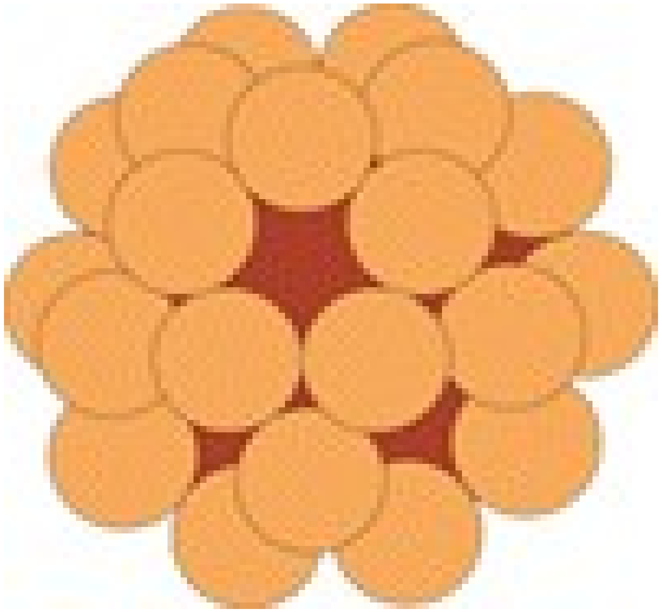
D'après un *sangaku* de 1825.



La nappe du cylindre est intérieurement tangente à un pole de la sphère. Quelle est la surface de la partie du cylindre contenue à l'intérieur de la sphère?

Probablement résolu en utilisant le principe japonais du cercle : Enri.

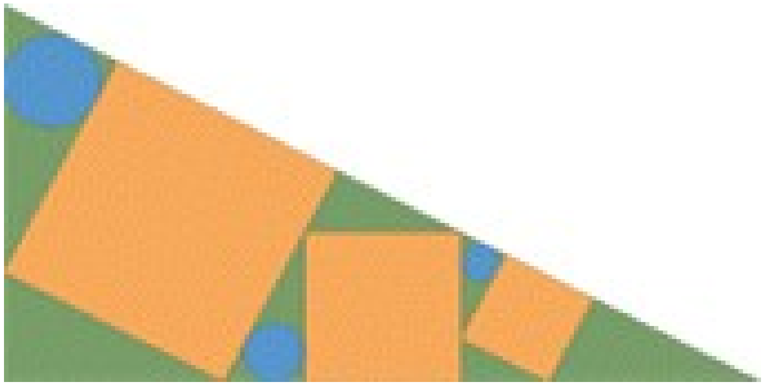
Les 31 sphères



Hidetoshi Fukagawa a été si passionné par ce problème de 1798, qu'il en a construit un modèle en bois. Soit une « grande » sphère entourée de 30 « petites » sphères identiques, chacune d'elles touchant quatre de ses voisines ainsi que la grande sphère.

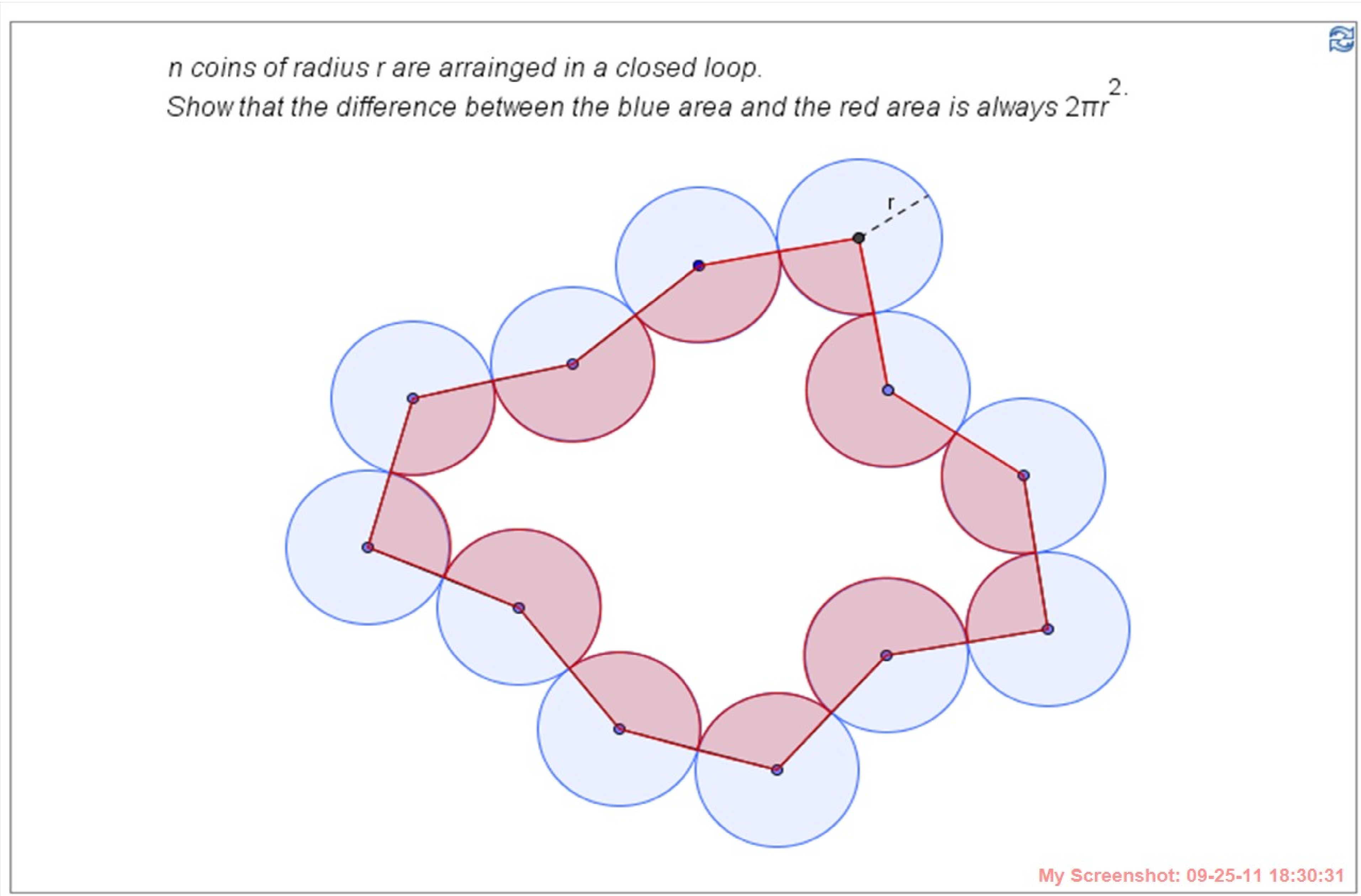
Quelle est la relation entre le rayon de la grande sphère et celui des petites sphères ?

Un problème récent niveau lycée



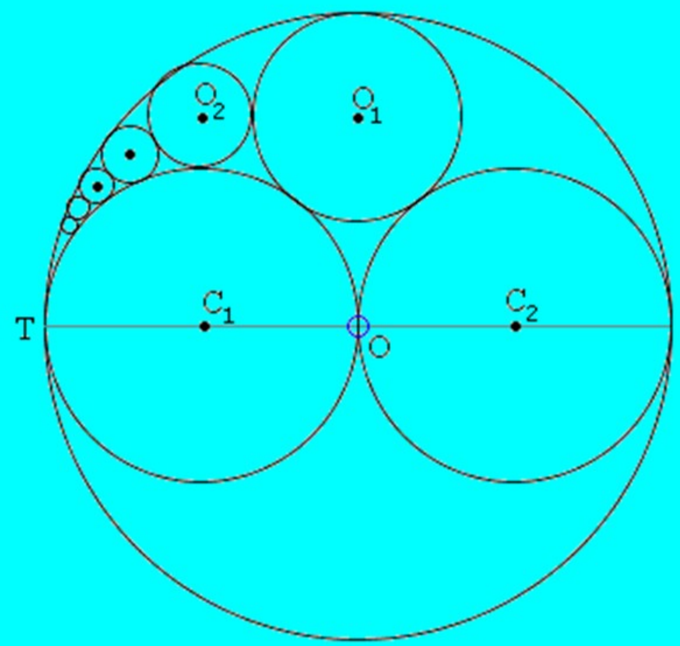
Joli problème, niveau bac, figurant sur une tablette datée de 1913 Prefecture de Miyagi. Trois carrés bistres sont inclus dan le triangle rectangle. Quelle relation existe-t-il entre les rayons des trois disques bleus ?

La chaîne de pièces

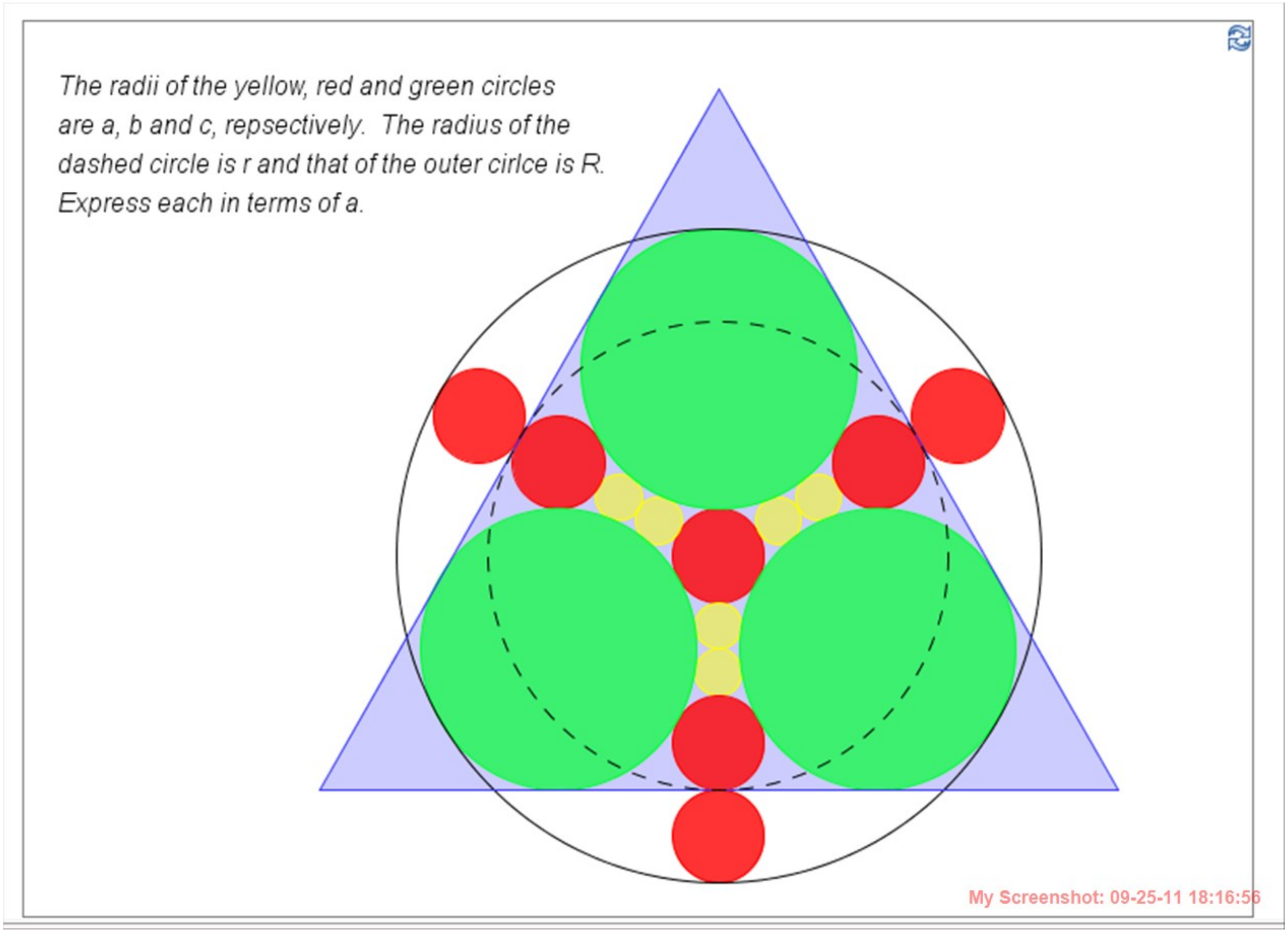


« Cercles de Pappus »

Circles $C_1(r)$ and $C_2(r)$ touch at O in the circle $O(2r)$ and also touch $O(2r)$, $C_1(r)$ touching at T. $O_1(r_1)$ touches $O(2r)$ internally and both $C_1(r)$ and $C_2(r)$ externally, $O_2(r_2)$ touches $O_1(r_1)$ and $C_1(r)$ externally and $O(2r)$ internally, and so on. Find r_n.



16 disques


The radii of the yellow, red and green circles
are a, b and c, repsectively. The radius of the
dashed circle is r and that of the outer cirlce is R.
Express each in terms of a.
My Screenshot: 09-25-11 18:16:56

Bibliographie et 'webographie'

- Livres en caractères romains

H. Fukagawa, D. Pedoe, *Japanese Temple Geometry Problems*, The Charles Babbage Research Center, Winnipeg (1989).

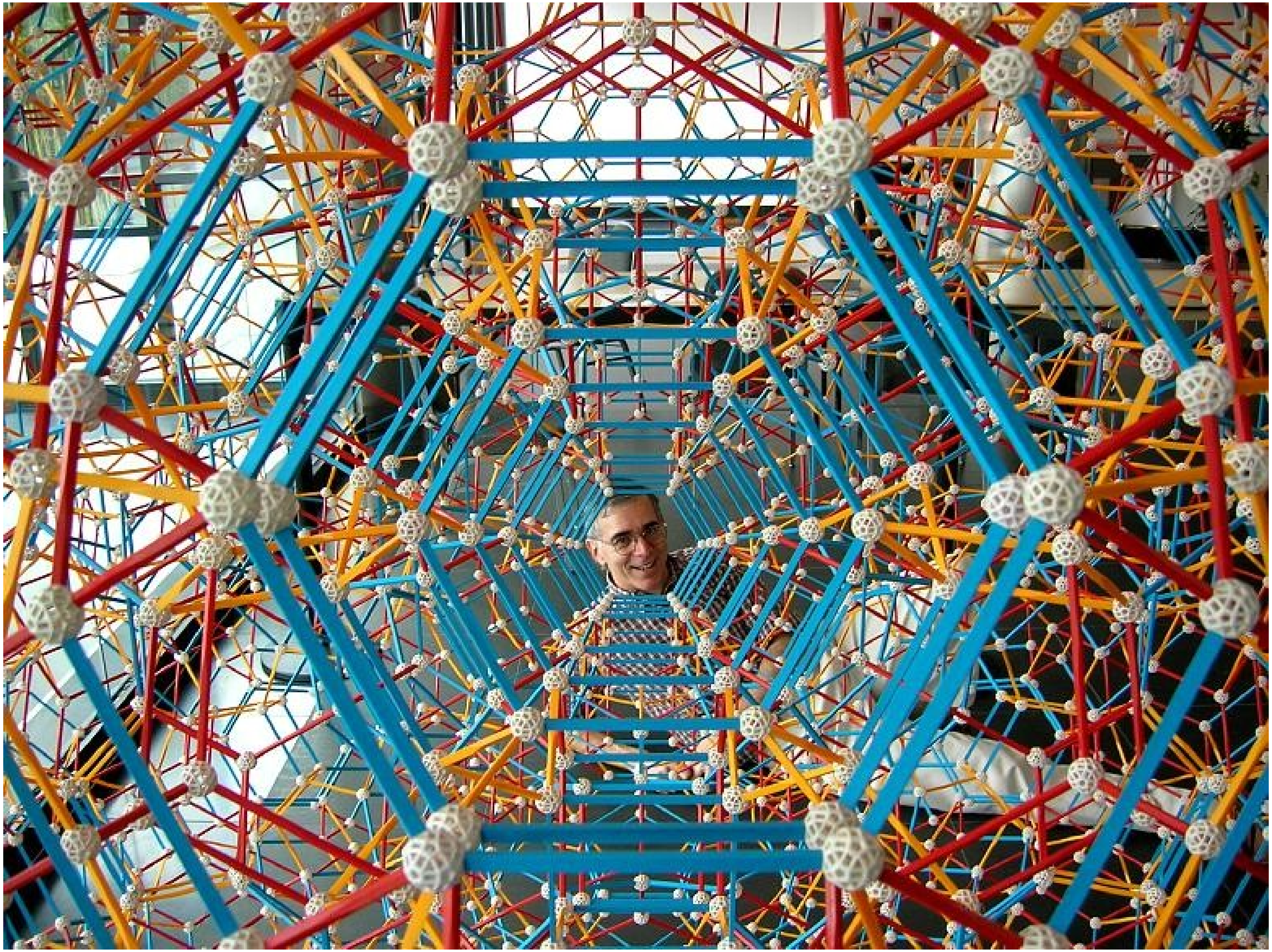
H. Fukagawa, Tony Rothman .
Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry. Princeton:
Princeton University Press (2008). .

Huvent, Géry. Paris: Dunod. (2008).
Sangaku. Le mystère des énigmes géométriques japonaises.

- URLs
  - Le moteur de recherche de votre choix !

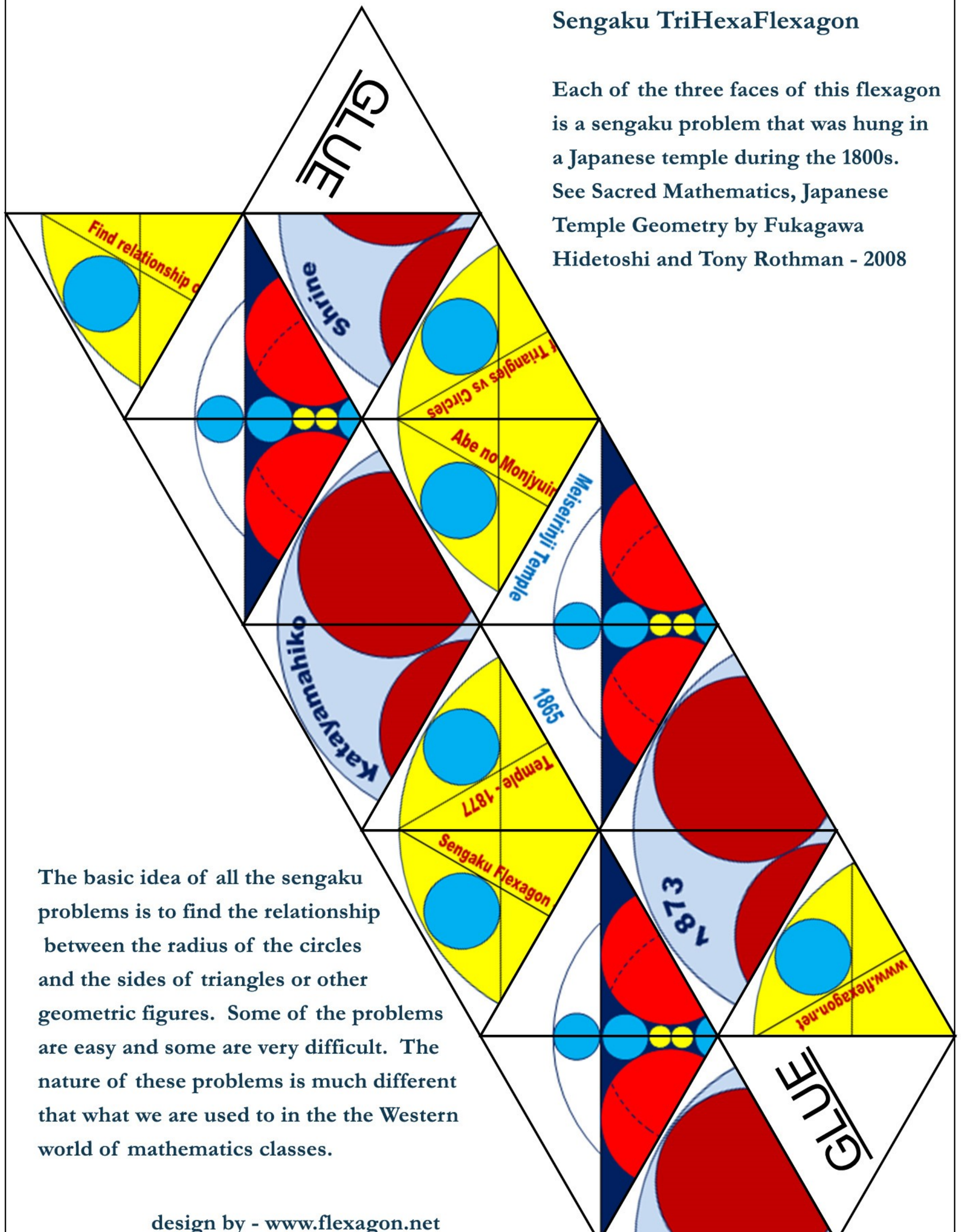
Sangaku aujourd'hui

- Détérioration et perte
- Intérêt « scientifique » :
  - Renouveau et restauration
  - Démarche « patrimoniale »
  - Publications
  - Objets commerciaux
  - Sangaku « 3D »
- Applications :
  - Enseignement
  - Arts graphiques



Sengaku TriHexaFlexagon

Each of the three faces of this flexagon is a sengaku problem that was hung in a Japanese temple during the 1800s. See Sacred Mathematics, Japanese Temple Geometry by Fukagawa Hidetoshi and Tony Rothman - 2008



The basic idea of all the sengaku problems is to find the relationship between the radius of the circles and the sides of triangles or other geometric figures. Some of the problems are easy and some are very difficult. The nature of these problems is much different that what we are used to in the the Western world of mathematics classes.

design by - www.flexagon.net