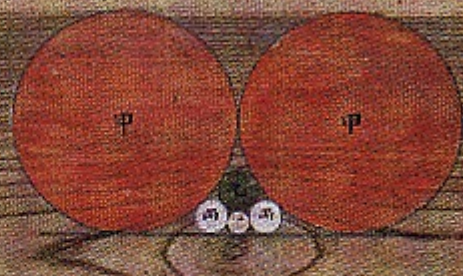




Une approche «multi-spécialités»

- Les mathématiques font partie de la culture, de la culture de toute l'humanité
- Le sujet d'aujourd'hui touche à tout !
 - Géographie
 - Histoire
 - « Sacré »
 - Art
 - Ethnographie
 - Et bien sûr aux mathématiques

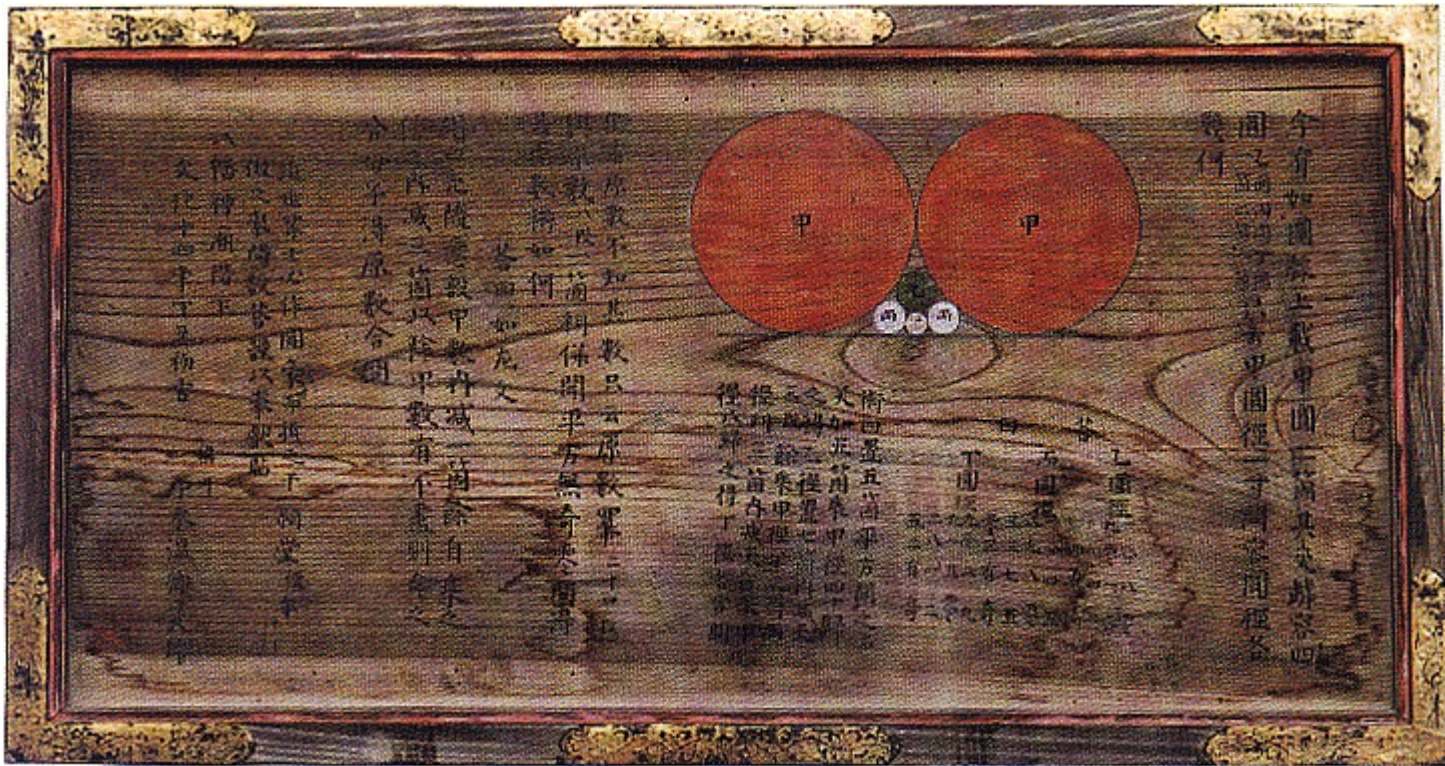
今有如图所上截甲圆正前其尖峰容四
周又如图所下截乙甲圆徑一寸周容間徑各
幾何



上圖徑一尺一
寸五分
下圖徑一尺一
寸五分
上圖容間徑一
寸五分
下圖容間徑一
寸五分
上圖容間徑一
寸五分
下圖容間徑一
寸五分

此等原數不知其數只云原數罪三十二
知原數以二高利係開平方無奇夾圖所
等原數如何
其圖如左文
有元隆參數甲數再減一箇餘自來之
原數或二箇以除甲數有不盡明矣之
合分不得原數合圖

此等原數不知其數只云原數罪三十二
知原數以二高利係開平方無奇夾圖所
等原數如何
其圖如左文
有元隆參數甲數再減一箇餘自來之
原數或二箇以除甲數有不盡明矣之
合分不得原數合圖



算額

San-
gaku



算額

Sangaku

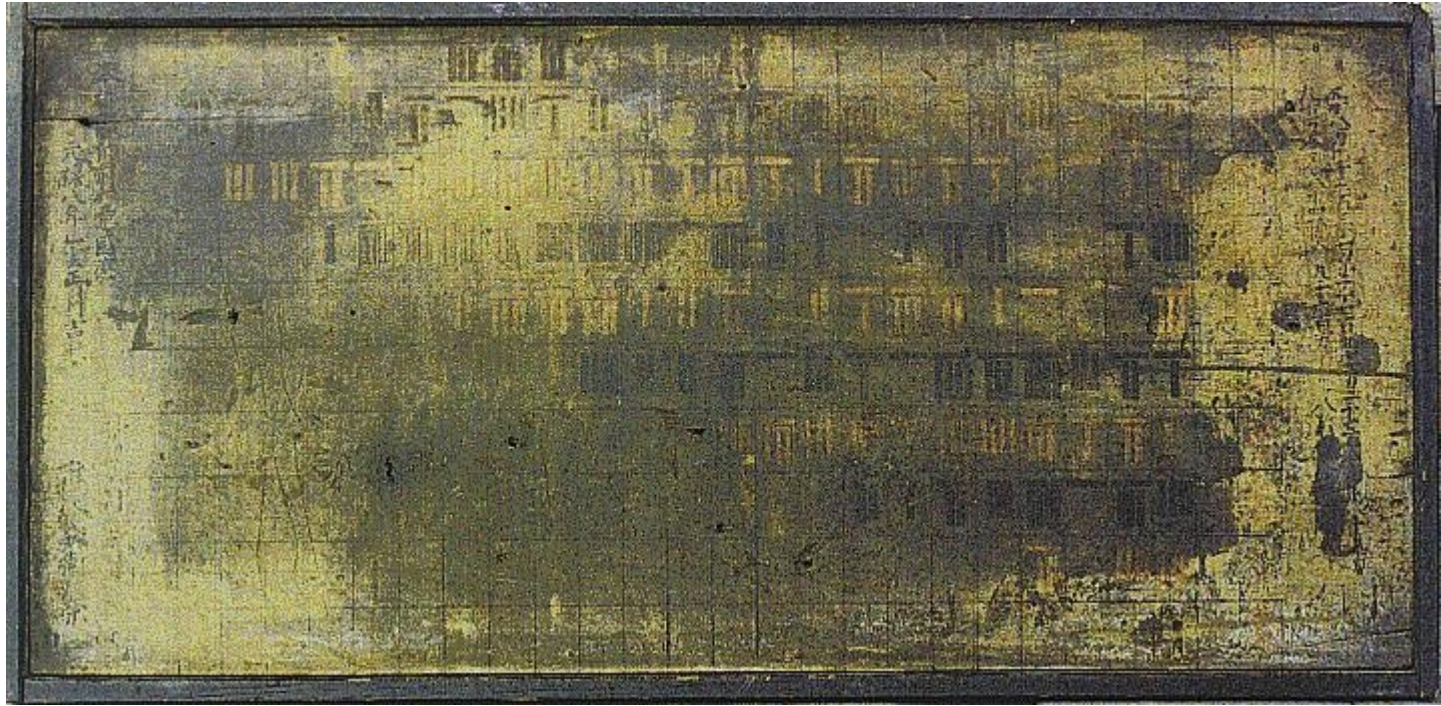
Tablettes mathématiques japonaises



今有如圖方錐
 各一個小球四
 三寸小球徑一
 何 答曰大
 術曰以小球徑
 徑差需得大球



<http://sangaku.info>







Un peu d'histoire+géopolitique





Mikado & Shogoun

- Au Japon de 1192 à 1868, le pouvoir est dévolu à un général en chef titulaire d'une « dignité héréditaire », le shogoun, qui fait de lui le détenteur effectif du pouvoir à la place du mikado (empereur).
- L'ère edo est aussi appelée ère Tokugawa du nom de la dynastie de généraux régnants sur la période



Le Japon avant 1603

- 1543 : premier contact avec les Européens : navire du Portugais Fernão Mendes Pinto
- 1549 : arrivée de François Xavier
- 1562 : les commerçants étrangers peuvent s'installer à Nagasaki
- 1565 : les Jésuites sont chassés de Kyōto.
- 1571 : le port de Nagasaki est ouvert pour commercer avec l'Europe.
- 1573 : effondrement du shogunat des Ashikaga
- Une grande instabilité prévaut, les conflits internes sont quasi permanents
- 1587 : persécutions sur les chrétiens
- 1590 : Toyotomi Hideyoshi (régent du Japon) achève d'unifier le Japon
- 1592-1598 : occupation de la Corée
- 1600 : La bataille de Sekigahara permet la domination du clan Tokugawa sur les autres clans et une ère de paix longue de près de 300 ans va s'ouvrir



L'ère Edo 1603 – 1868 (1)

- 1600 Tokugawa Ieyasu bat les daimyo (potentats locaux) à la bataille de Sekigahara et en 1603 établit son gouvernement (bakufu) à Edo (Tokyo).
- 1637 Massacre des chrétiens de Shimabara au Japon. Fermeture du pays aux étrangers, sauf aux Chinois et aux Hollandais
- 1720 : Autorisation d'importer des ouvrages occidentaux sans rapport avec le christianisme
- 1841-1843 Réformes de Tempo au Japon, visant à remédier aux troubles intérieurs
- Deuxième moitié du XVIIIe s. Développement des révoltes paysannes au Japon.
- A part cela le Japon aura connu 265 années de paix d'affilée !



L'ère Edo 1603 – 1868 (2)

- 1792 : Échec des Russes dans une tentative d'établir des relations commerciales avec le Japon
- 1854 : Ouverture forcée des ports au commerce avec l'étranger par le commodore Matthew Perry
- 1854-1855 Le Japon s'ouvre aux Occidentaux 1854 1855.
- 1855 : 10 000 morts suite à un séisme survenu le 11 novembre à Tōkyō
- 1858 : Début de la chute du système
- 1868 : Coup d'État commandité par les fiefs de Chōshū et Satsuma le 3 janvier et abolition du shogounat

Mais c'est un Japon, clos et assez uni, qui aura connu 265 années consécutives de paix, un véritable record !



Et les mathématiques alors ?

- État des lieux années 1600 au Japon :
 - Yoshida Koyu : Wasan & Jinkoki (1627), du souan-pan au soroban.
 - Seki Kōwa développe le calcul différentiel (méthode enri), ainsi que la théorie des déterminants) à la même époque que les Européens.
- En Europe, 1637 1638 + :
 - 1637 « Discours de la méthode », René Descartes
 - 1638 « Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze », principal ouvrage scientifique de Galilée :
 - mouvement du pendule
 - trajectoire parabolique des projectiles dans le vide.
 - 1638 « Méthode pour trouver les tangentes à une courbe », par Pierre de Fermat.
 - 1642 Naissance d'Isaac Newton et de Seki Kowa
 - 1646 Naissance de W. G. Leibniz

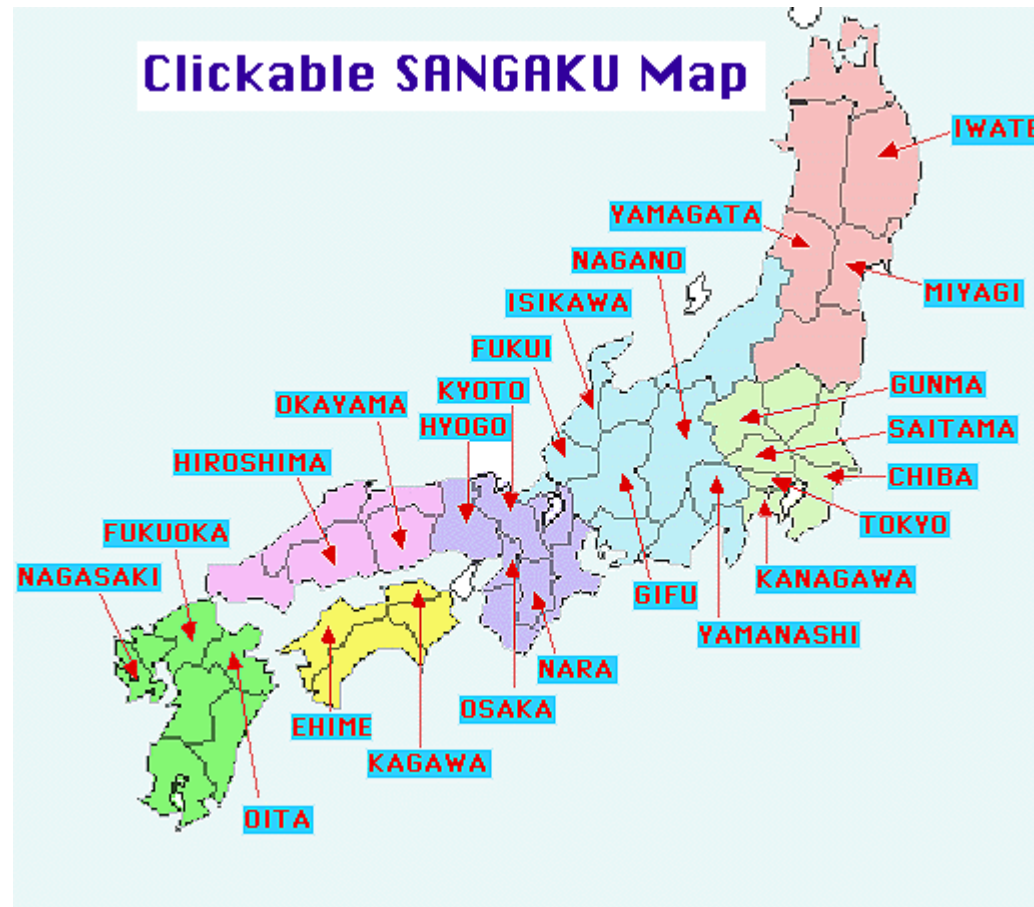


Deux quêtes

- Kazu Yamaguchi 19ème
- Hidetoshi Fukagawa 20-21ème



Localisation des sangaku



奉懸御廣前



弘化四丁癸歲十一月辰辰

應初學之請而述
算法自問自答

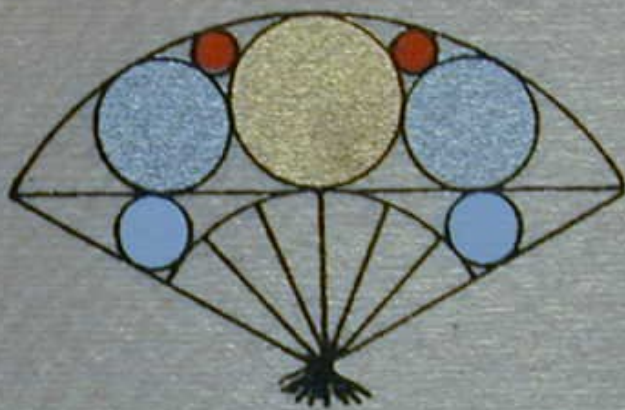
今有如圖內畫六半圓
其全徑六分方為左四分
方為右其中間挾甲圓大
半圓外空乙丙丁之三圓
為只云丙圓徑若干問各
諸圓徑及長幾何

答曰依左術得各

術曰置八箇開平方加
三箇為長前四歸之為乙
圓徑實三之加五分地為
半圓全徑實數以六為地
列左數置以地除之加右
數而以除左右相乘之數
為甲圓徑實置三箇城天
地得數為丁圓徑實日
只云數為率各列實數以
率數乘之得各合問

新編
弘化四丁
癸歲十一月
辰辰
算書
田清
撰

算額



今有如圖扇面乃作平圓
三分之一內
設斜容東圓一個與西圓及
南圓北圓各三個各充內無
動只云南圓徑若干問得北
圓徑術如何

答曰 如左術

術日置三千零七十二個平方開之加六十二個
以二百九十三個除之乘南圓徑得北圓徑合問

明治六酉年

山崎昌龍門人

冬十二月

十一歲

高阪金次郎

峻則



伊佐爾波神社



關流七傳子英雄七胤赤門人



天保九年歲十二月

Main body of vertical Japanese text, organized into columns. The text appears to be a historical record or a genealogical document, detailing the lives and actions of the 'Seven Sons' and their descendants. The characters are small and densely packed, typical of traditional Japanese scrolls.

新揚子最前新日本無銀鏡馬耳神社者一書



今有如圖減紙堆積之塔徑之高
 少數少數面後及周應何
 答曰 鐵面 周六寸 一也
 街曰 畫高自之加堆積
 街曰 鐵面 一也之街求
 街曰 鐵面 一也之街求
 街曰 鐵面 一也之街求



今有如圖內積圓個個
 相文容小圓其長徑堆積
 問得對面個數如何
 答曰 如左街
 街曰 長小徑相乘倍而加
 街曰 長小徑相乘倍而加
 街曰 長小徑相乘倍而加
 街曰 長小徑相乘倍而加



今有如圖甲乙丙圓相切
 街曰 丁戊己庚辛壬癸
 街曰 丁戊己庚辛壬癸
 街曰 丁戊己庚辛壬癸
 街曰 丁戊己庚辛壬癸

文政十年丁亥十月
 内田基門人
 松山 壽平繪

今圖の如く減紙塔を斜に之を觀る。塔徑は1寸で、高きは3寸である。最小鉄面長及び鉄面厚は幾何であるか。
 答に曰く
 鉄面厚は1寸 0.8752771 (寸) である。
 鉄面長は6寸 4.3501108 (寸) である。
 街に曰く、高きを畫き之を自し、之に塔徑を加へ鐵面厚となす。塔徑を以て之を自し鐵面厚となす。街内一鉄之周に於て鉄面と鐵面を原の之を除して鐵面厚と鐵面厚を得て同に合す。

今圖の如く円内に積置鉄面を、各等しく高して鉄に正圓を畫く。相成りて小圓を畫す。其の高徑を求。鐵面厚を、小圓鐵面厚、鐵面の個數を得る數如何を問ふ。
 答に曰く是數の如し
 街に曰く長小徑を相乘じて倍して①と名づく。鐵面厚を加えて②と名づく。②正圓を加えて③と名づく。平方に之を相乘積を乘じて④より減じ。餘に⑤を乘じて⑥。又と鐵面を圓一十八個したる餘から減じ。餘を以て其鐵面、鐵面厚の長を除して倍し。平方に之を相乘、其餘、小徑の長と何鐵面を求じ。平方に之を相乘、其餘、小徑の長と何鐵面を得て同に合す。
 街に曰く長小徑を相乘じて倍して①と名づく。鐵面厚を加えて②と名づく。②正圓を加えて③と名づく。平方に之を相乘積を乘じて④より減じ。餘に⑤を乘じて⑥。又と鐵面を圓一十八個したる餘から減じ。餘を以て其鐵面、鐵面厚の長を除して倍し。平方に之を相乘、其餘、小徑の長と何鐵面を求じ。平方に之を相乘、其餘、小徑の長と何鐵面を得て同に合す。

今圖の如く甲乙丙圓相切。五圓幅 (各の長徑に倍す) を畫く。丁戊己庚 (各圓は一鐵五圓幅に倍す) 及び鉄面を畫す。丁内長15.876寸、戊内長12.454寸、己内長9.545寸、庚内長7.772寸と分らる。鉄面厚幾何と分るを問ふ。
 答に曰く、鉄面厚22.436寸170分寸と89分寸に曰く①鉄面厚を平方に之を相乘しと名づく。相乘して丁内長を以て之を除し其と名づく。以てて丁内長の如より減じ餘を以て②を倍して③と名づく。相乘して倍し此と名づく。①を以て丙内長及び庚を減じ之を自し(乘)し。其乘の原の長を加へ丙内長を減じ餘を平方に之を相乘し丙内長を減じ、餘を以て庚内長の圓(乘)の餘を除せば鐵面厚を得て同に合す。

金澤
 浪留書工機式會社
 社長 浪留書工機式會社
 理事 浪留書工機式會社
 監事 浪留書工機式會社
 代表 浪留書工機式會社
 支店 浪留書工機式會社

奉納開算道記

如圖の段信之月約二寸七分
段五寸六分徑四寸五分三角
容積五升

答曰 三角面一吋五分五厘
如圖大樽四寸中樽二寸七分
小樽一吋八分右三樽之閉
閉月法

答曰 一吋零七厘五九
如圖の五寸段四寸徑五寸
閉月法
甲月法 一吋六分
乙月法 一吋二分

如圖月法八寸各儀刻法、閉
答曰
一吋八分
一吋四分
一吋二分

如圖の五寸一分段三寸六分
徑四寸八分右二、七、五、月法
閉月法
答曰 九分四厘五五

如圖一尺二寸球之月小段二寸
中球一吋小段四寸八分中球如河
答曰 中球法七寸二分

如圖大月三寸五分中月二寸
甲乙丙各異月、法如河
答曰 甲 一合九厘五五
乙 一合二厘五五
丙 三合六厘五五

如圖の三寸段四寸徑五寸
累月法法例
答曰 大月法 二寸
中月法 一吋零五厘
小月法 五分六厘五五

如圖の段七九十二分三
一吋ノ長一吋ノ
答曰 六寸五分八厘七五

如圖の段
答曰 六寸五分八厘七五

如圖の段
答曰 六寸五分八厘七五



如圖の段
答曰 六寸五分八厘七五

奉納算法



假令有如前假徑四三斜三六所設彼中野集
 校小斜數則徑六半其內減縱四乘露餘數
 問縱積各若干乃從小斜寸徑寸者其形水



彼今有甲乙丙三方其各半徑
 三和並與數別云甲方面開五方
 乙方面開四半方丙方面開六半
 方元前數各三和與校方各
 同數明方方面若干

天和三年

山本宗信

花園山邊近馬叔別量以圖



Vertical columns of small Chinese characters, likely a list or inventory, located between the emblems and the landscape painting.

閑流

村西巷

山口政太郎

明治二十年三月吉日



<http://sanganaku.info>





Pourquoi ?

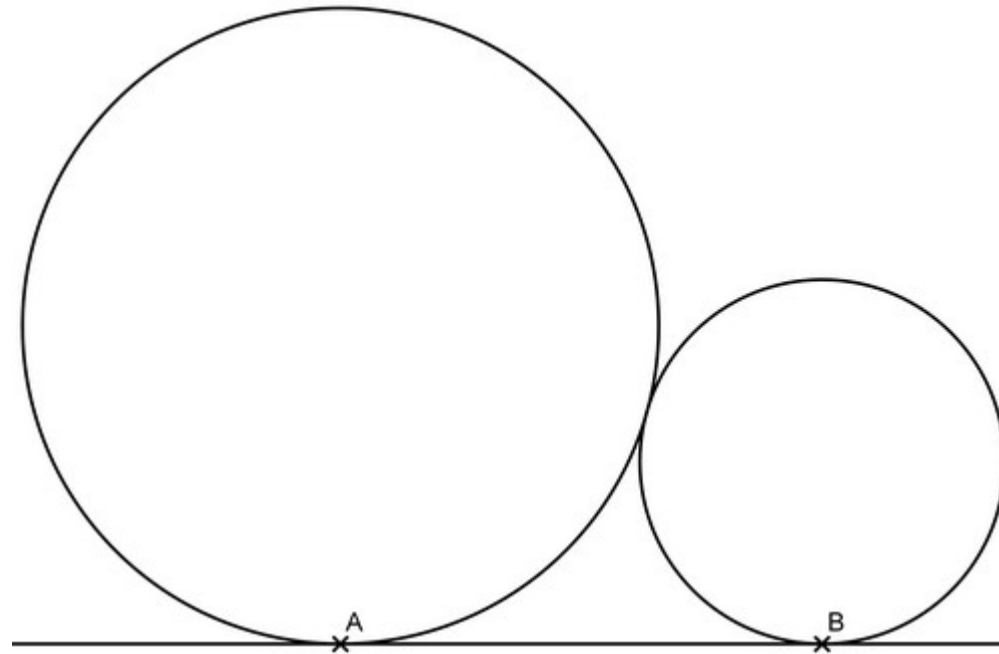
- Offrande aux dieux shitoïstes
- Pour remercier les dieux d'avoir aidé à trouver un théorème, une méthode de calcul
- Pour enseigner dans les temples : pas d'universités pendant le shogounat Tokugawa (ère Edo)
- Pour « publier » et « défier » :
 - Défier une autre personne de trouver un résultat comparable, ou bien la méthode (ne figure sur la tablette que le résultat)
- Comme un ex-voto classique, pour remercier les dieux
- Une coutume japonaise, dont il ne resterait que 820 tablettes originales aujourd'hui



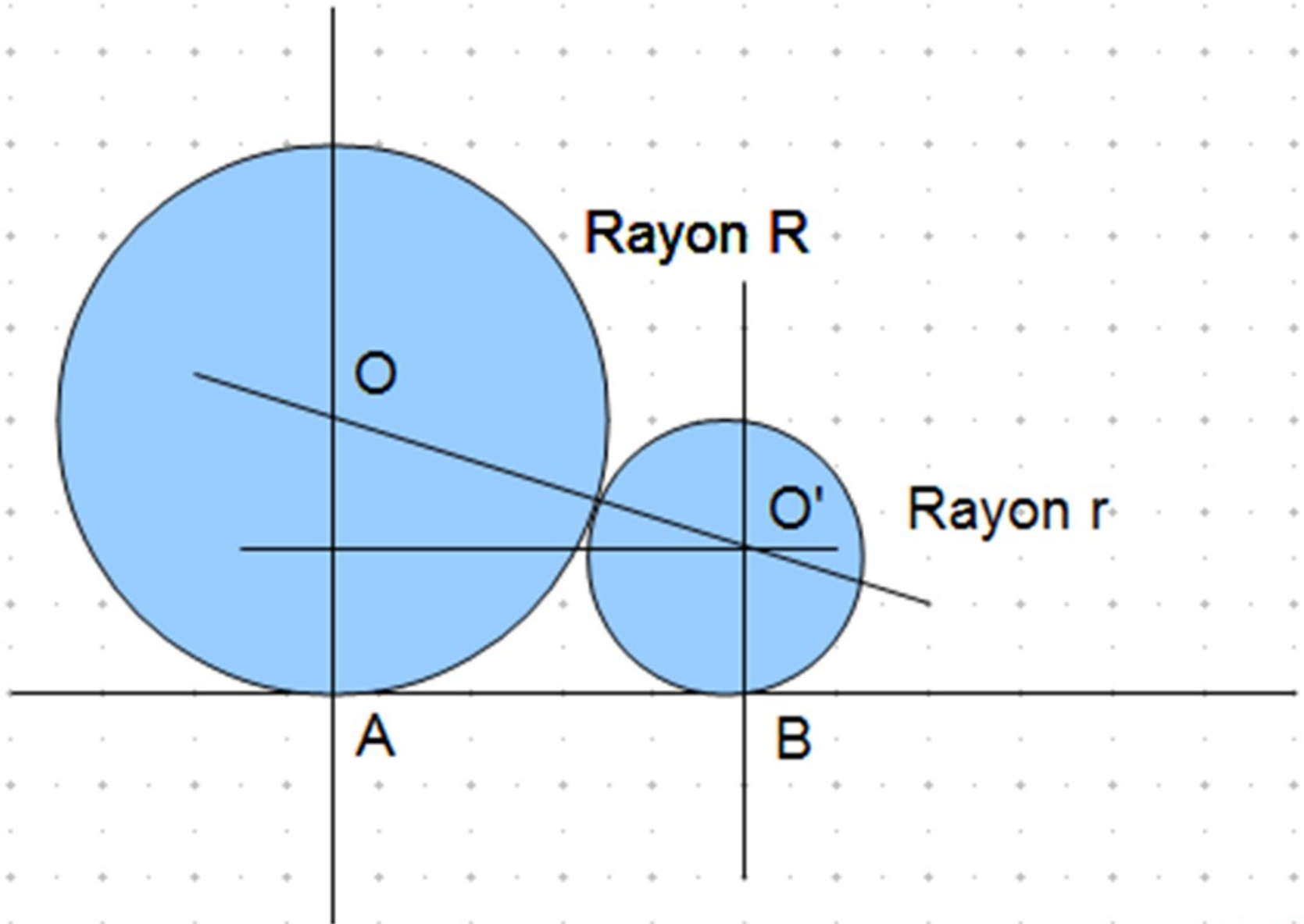
Le contenu « mathématique »

- Des cercles, des polygones (triangles +) , des ellipses, souvent dans un arrangement 'artistique' (éventail, figures colorées diverses)
- 2D et 3D
- Beaucoup de Pythagore
- Calcul algébrique
- Un peu de trigonométrie
- Inversion (transformation)
- Des problèmes nécessitant du calcul différentiel
- Le tout parfois mélangé avec un positionnement plus théorique : « circle packing »,

Exemples



Démontrer que $AB^2=4Rr$ (où R et r sont les rayons des cercles).



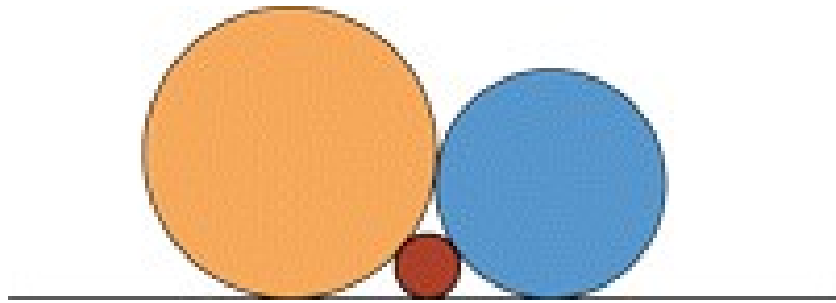


[Oo] $AB^2=4Rr$, solution

- Merci Pythagore !
 - $OO'=R+r$ et $OO'^2=R^2+2Rr+r^2$
 - OO'^2 =aussi à $(R-r)^2+AB^2$
 - D'où $AB^2=OO'^2-(R-r)^2$
 - $AB^2=(R+r)^2-(R-r)^2$, une différence de 2 carrés !
 - $AB^2=[(R+r)+(R-r)][(R+r)-(R-r)]=[2R][R+r-R+r]$
 - $AB^2=[2R][2r]$
 - $AB^2=4Rr$, ou encore $AB=2\sqrt{Rr}$ qed/cqfd



Boules & cochonnet



Un probleme simple provenant d'une tablette de 1824 (Prefecture de Gumma). Les disques se touchent en un seul point et sont tous trois tangents à une même droite.

Quelle relation existe-t-il entre les rayons des trois disques ?



[O°o] solution

- On s'inspire des résultats de la démonstration précédente !
- On note $R=R_1$, $r=R_2$ et R_3 le rayon du 'petit' disque
- On a $2\sqrt{R_1R_2}=2\sqrt{(R_1R_3)}+2\sqrt{(R_3R_2)}$
- En simplifiant puis en divisant par $\sqrt{(R_1R_2R_3)}$ on obtient :
- $1/\sqrt{R_3} = 1/\sqrt{R_2} + 1/\sqrt{R_1}$ cqfd.



« Circle packing »

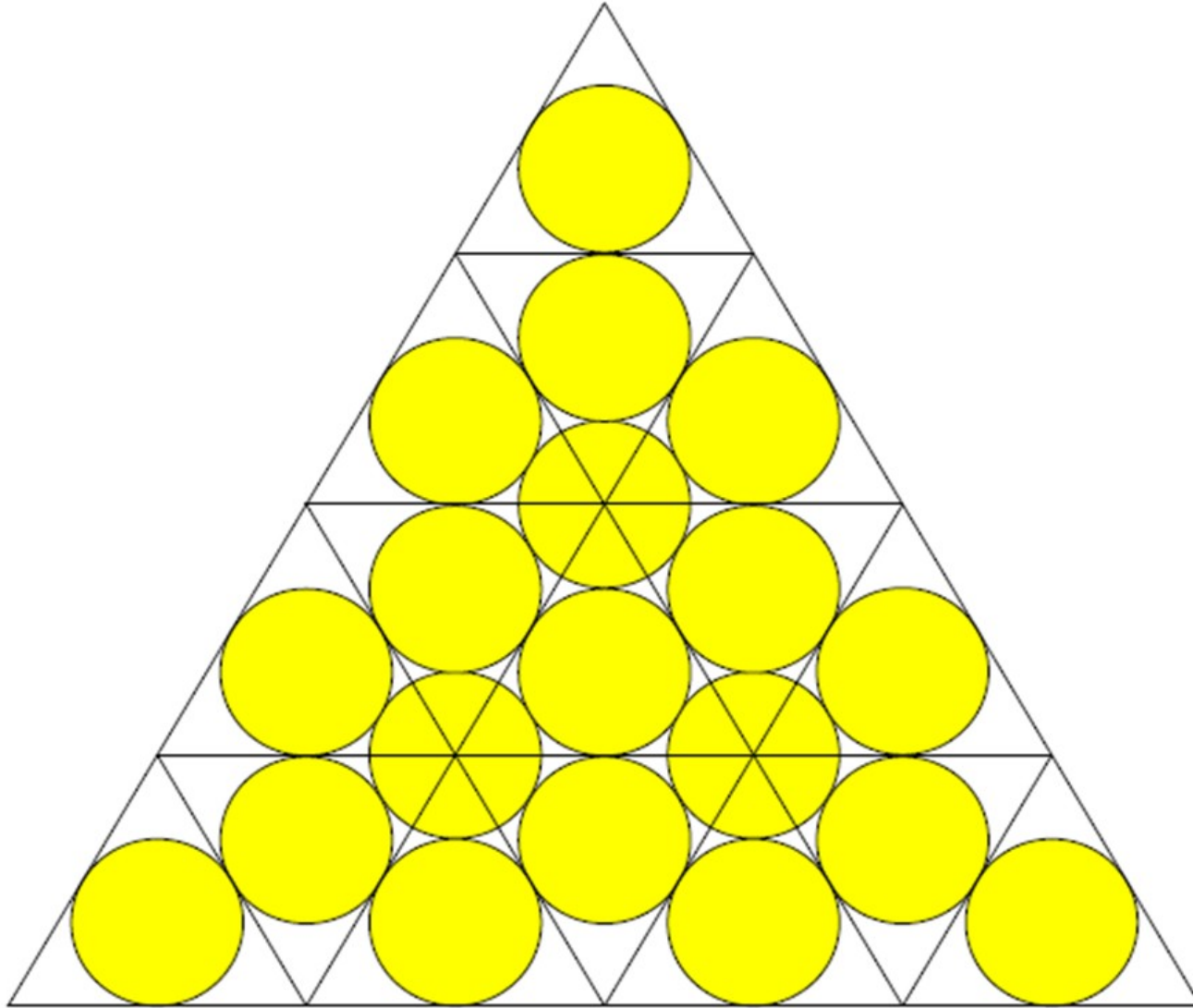
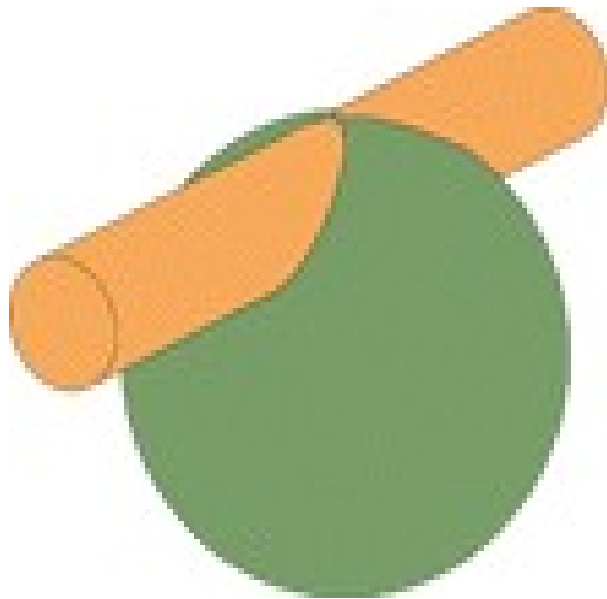


Figure 1.1. The example of Bolyai for packing 19 equal circles in an equilateral triangle.



Intersection de solides

D'après un *sangaku* de 1825.

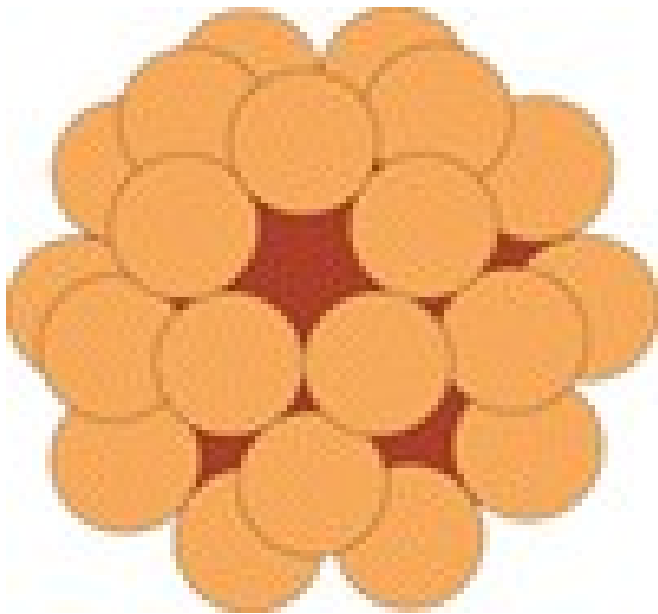


La nappe du cylindre est intérieurement tangente à un pôle de la sphère. Quelle est la surface de la partie du cylindre contenue à l'intérieur de la sphère?

Probablement résolu en utilisant le principe japonais du cercle : Enri.



Les 31 sphères



Hidetoshi Fukagawa a été si passionné par ce problème de 1798, qu'il en a construit un modèle en bois. Soit une « grande » sphère entourée de 30 « petites » sphères identiques, chacune d'elles touchant quatre de ses voisines ainsi que la grande sphère.

Quelle est la relation entre le rayon de la grande sphère et celui des petites sphères ?



Un problème récent niveau lycée



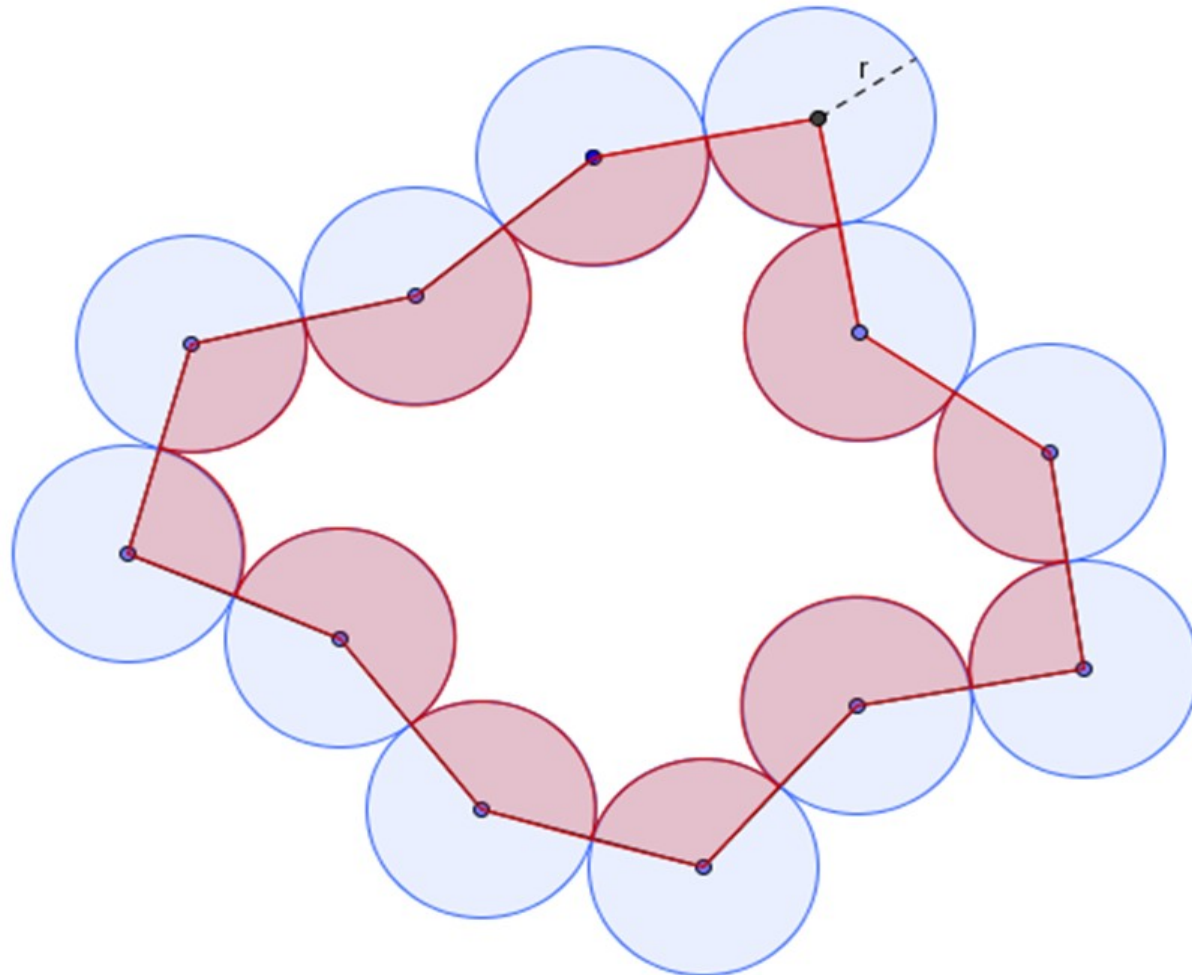
Joli problème, niveau bac, figurant sur une tablette datée de 1913 Prefecture de Miyagi. Trois carrés bistres sont inclus dans le triangle rectangle. Quelle relation existe-t-il entre les rayons des trois disques bleus ?



La chaîne de pièces

n coins of radius *r* are arranged in a closed loop.

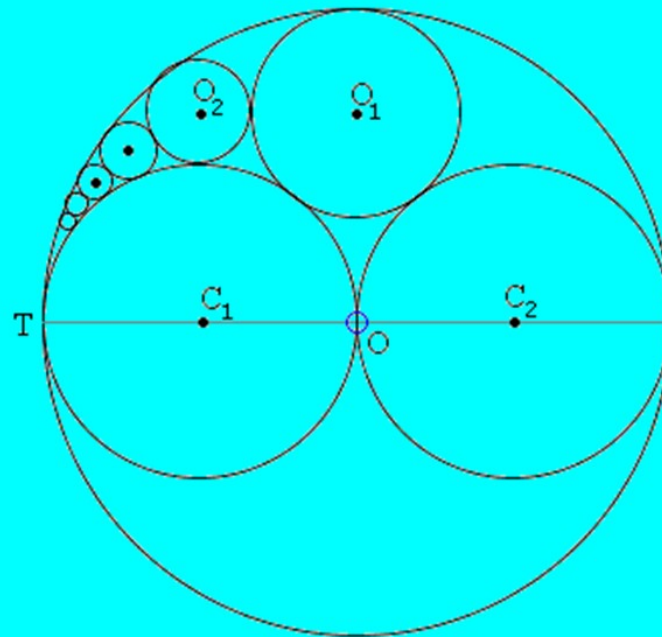
Show that the difference between the blue area and the red area is always $2\pi r^2$.





« Cercles de Pappus »

Circles $C_1(r)$ and $C_2(r)$ touch at O in the circle $O(2r)$ and also touch $O(2r)$, $C_1(r)$ touching at T . $O_1(r_1)$ touches $O(2r)$ internally and both $C_1(r)$ and $C_2(r)$ externally, $O_2(r_2)$ touches $O_1(r_1)$ and $C_1(r)$ externally and $O(2r)$ internally, and so on. Find r_n .

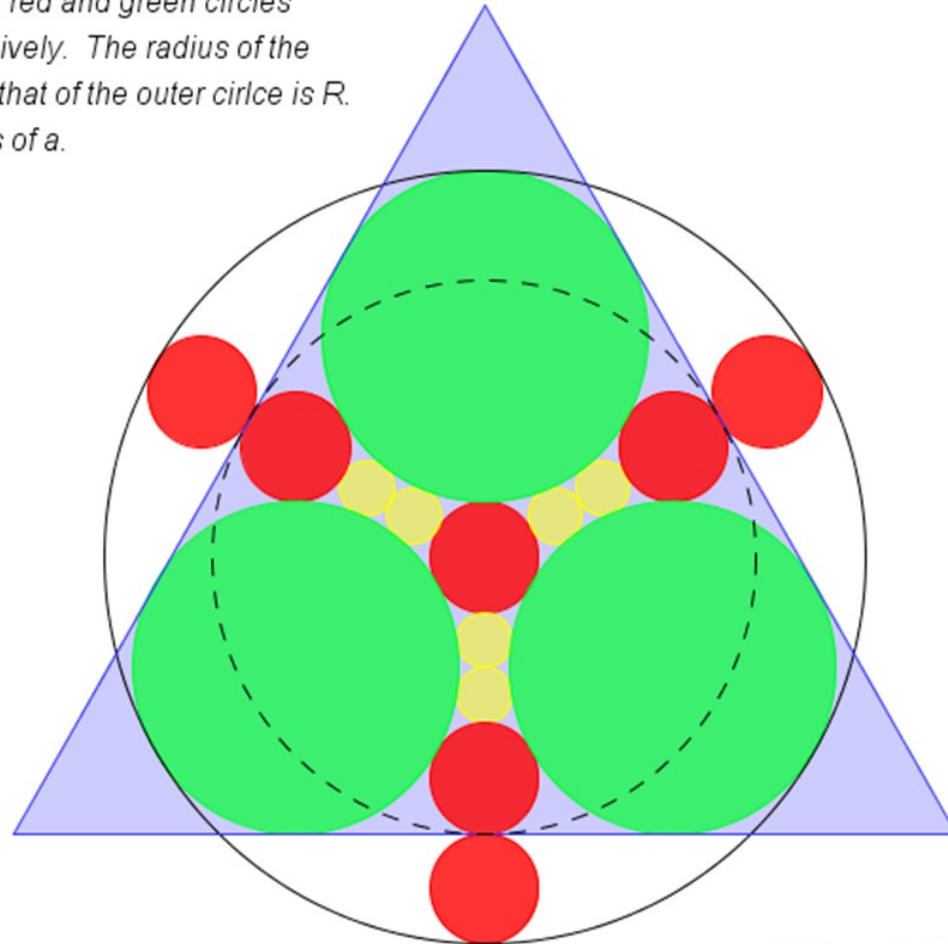






16 disques

The radii of the yellow, red and green circles are a , b and c , respectively. The radius of the dashed circle is r and that of the outer circle is R . Express each in terms of a .





Bibliographie et 'webographie'

- Livres en caractères romains

H. Fukagawa, D. Pedoe, *Japanese Temple Geometry Problems*, The Charles Babbage Research Center, Winnipeg (1989).

H. Fukagawa, Tony Rothman .
Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry. Princeton:
Princeton University Press (2008).

Huvent, Géry. Paris: Dunod. (2008).
Sangaku. Le mystère des énigmes géométriques japonaises.

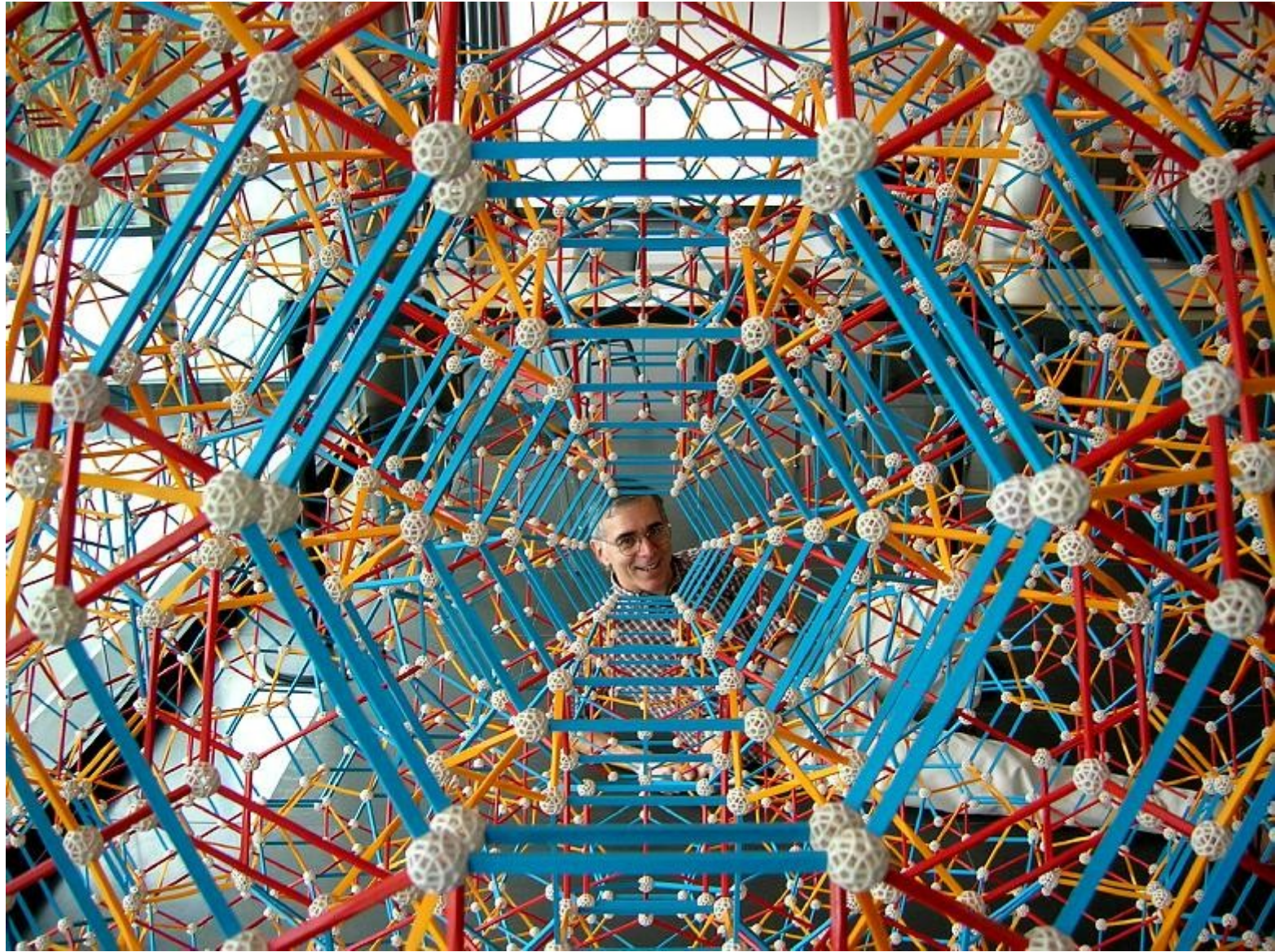
- URLs

- Le moteur de recherche de votre choix !



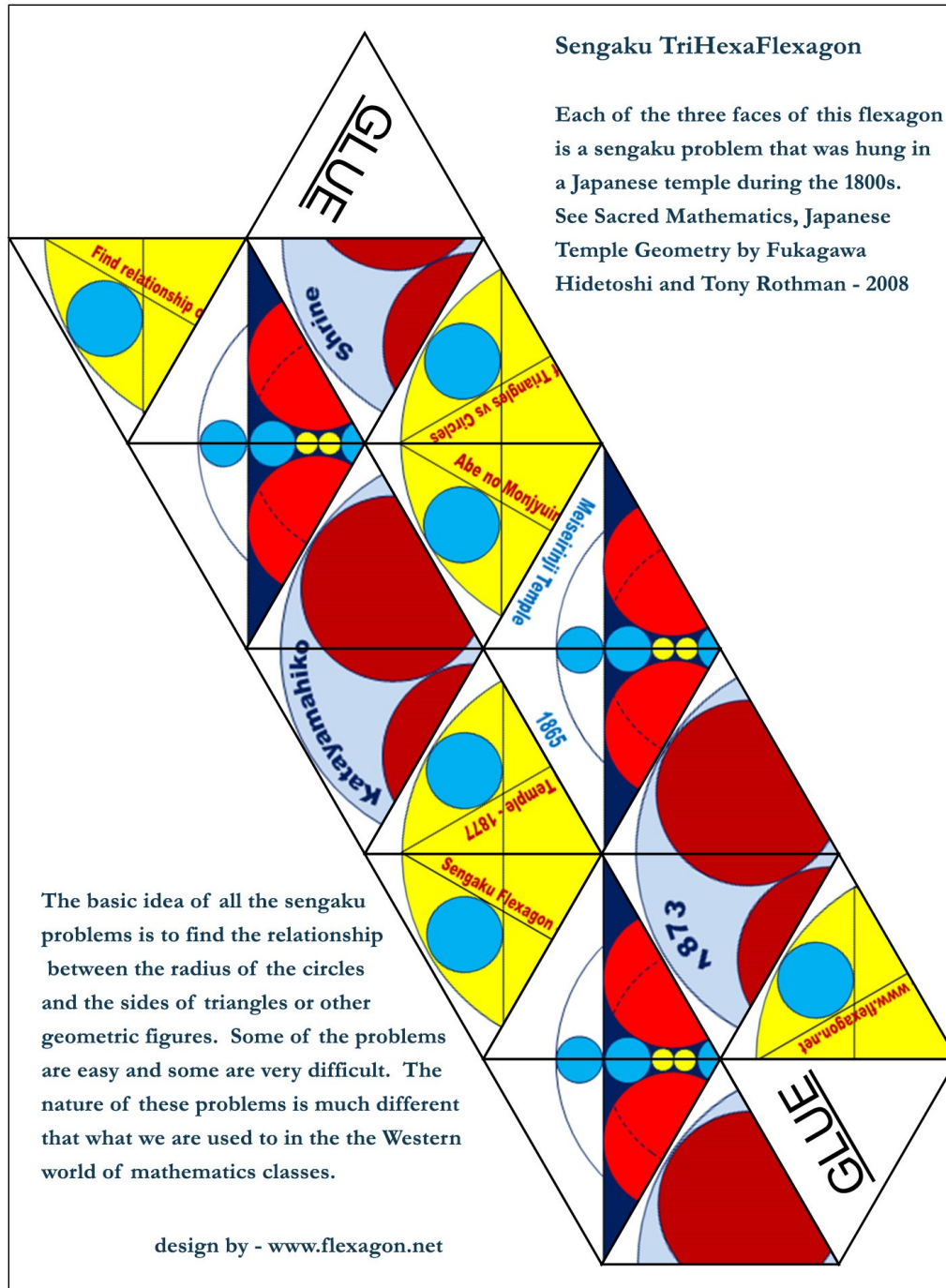
Sangaku aujourd'hui

- Détérioration et perte
- Intérêt « scientifique » :
 - Renouveau et restauration
 - Démarche « patrimoniale »
 - Publications
 - Objets commerciaux
 - Sangaku « 3D »
- Applications :
 - Enseignement
 - Arts graphiques



Sengaku TriHexaFlexagon

Each of the three faces of this flexagon is a sengaku problem that was hung in a Japanese temple during the 1800s. See Sacred Mathematics, Japanese Temple Geometry by Fukagawa Hidetoshi and Tony Rothman - 2008



The basic idea of all the sengaku problems is to find the relationship between the radius of the circles and the sides of triangles or other geometric figures. Some of the problems are easy and some are very difficult. The nature of these problems is much different that what we are used to in the the Western world of mathematics classes.

design by - www.flexagon.net